

Ловейкін В.С.,  
Ромасевич Ю.О.,  
Човнюк Ю.В.,  
Кадикало І.О.

**ДИНАМІКА Й ОПТИМІЗАЦІЯ ПІДЙОМНО-  
ТРАНСПОРТНИХ МАШИН**

**Монографія**

**Київ – 2019**

УДК 621.01: 621.87

ББК 22.21Я73

Ло 68

Публікується за рішенням вченої ради Національного університету біоресурсів і природокористування України (протокол №\_ від \_\_\_\_\_ 2019 р.).

Рецензенти:

**Гайдайчук Віктор Васильович**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури.

**Голуб Геннадій Анатолійович**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри тракторів, автомобілів та біоенергосистем Національного університету біоресурсів і природокористування України.

**Кузьмінець Микола Петрович**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерної, інженерної графіки та дизайну Національного транспортного університету.

**Ловейкін В.С.**

**Ло 68** Динаміка й оптимізація підйомно-транспортних машин. Монографія / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич., Човнюк Ю.В., І.О. Кадикало – К.: ЦП „КОМПРІНТ”, 2019. – 292 с.

Монографія написана на основі досліджень режимів роботи вантажопідйомних і транспортуючих машин. Побудовано математичні моделі динаміки роботи вантажопідйомних кранів та транспортуючих машин. Проведено динамічний аналіз режимів роботи механізмів вказаних машин та встановлено характер виникнення навантажень у їх окремих елементах. Виконано синтез оптимальних перехідних режимів роботи механізмів баштового крана та транспортуючих машин (скребкового конвеєра, норії, гвинтового конвеєра).

Наведено результати експериментальних досліджень руху транспортуючих машин із використанням частотно-керованого приводу при оптимальному керуванні рухом машин.

Розроблено рекомендації, які дозволяють підвищити ефективність роботи механізмів вантажопідйомних і транспортуючих машин.

Призначена для наукових та інженерних працівників, а також може бути корисна аспірантам, магістрам та студентам машинобудівних спеціальностей закладів вищої освіти.

© Ловейкін В.С.,  
Ромасевич Ю.О.,  
Човнюк Ю.В.,  
Кадикало І.О., 2019  
© НУБіП України, 2019

## ВСТУП

Підйомно-транспортні машини відносяться до машин із підвищеною небезпекою під час виконання вантажопідйомних, транспортуючих і монтажних робіт. Безпечна експлуатація цих машин в значній мірі залежить від величини та характеру зміни в часі діючих навантажень на елементи конструкцій та приводних механізмів. Особливо небезпечним для роботи підйомно-транспортних машин є динамічні навантаження, які змінюються в часі і можуть приводити до виникнення складних коливальних процесів в елементах конструкцій. Такі коливання в значній мірі впливають на стійкість роботи вантажопідйомних машин, а також приводять до втомного руйнування їхніх елементів. Все це впливає на експлуатаційну надійність роботи як вантажопідйомних, так і транспортуючих машин. Значно покращити надійність роботи підйомно-транспортних машин можна шляхом зменшення динамічних навантажень на їхні конструкції та приводні механізми.

Особливо небезпечними для підйомно-транспортних машин є динамічні навантаження, які виникають під час перехідних процесів руху, зокрема пуску та гальмування приводних механізмів. Так, наприклад, незначне зменшення динамічних навантажень в процесі пуску до 30% та при гальмуванні до 40% механізмів порталних кранів дозволило підвищити міжремонтний цикл роботи цих кранів від 2-х до 5-ти разів. Тому в монографії приділена значна увага дослідженню динамічних навантажень, які виникають в приводних механізмах вантажопідйомних і транспортуючих машин під час пуску та гальмування, а також зменшенню цих навантажень.

Для виявлення величини та характеру зміни динамічних навантажень в елементах підйомно-транспортних машин проведено динамічний аналіз механізму підйому вантажопідйомних машин (кранів), а також ковшового, скребкового та гвинтового конвеєрів при транспортуванні сипких вантажів. Динамічний аналіз підйомно-транспортних машин проведено на обґрунтованих математичних моделях кранів та розглянутих конвеєрів. При цьому рушійні

моменти приводних механізмів описувались як статичними, так і динамічними механічними характеристиками приводних електродвигунів. Аналіз отриманих розрахунків математичних моделей механізму підйому кранів та ковшового, скребкового і гвинтового конвеєрів показав, що динамічні навантаження, які діють на елементи конструкцій та приводних механізмів, мають коливальний характер і по величині співставлені зі статичними навантаженнями. Крім того, в результаті динамічного аналізу виявлено, що під час процесу пуску приводних двигунів мають місце значні витрати енергії.

Тому для зменшення динамічних навантажень в елементах конструкцій та витрат енергії під час перехідних процесів в підйомно-транспортних машинах запропоновано провести оптимізацію режимів руху приводних механізмів. Важливе місце в такій оптимізації займає вибір критерію оптимізації. Серед таких критеріїв використовувались як інтегральні, так і позиційні критерії оптимізації. В більшості випадків за інтегральні критерії оптимізації використовувались середньоквадратичні значення діючих навантажень в елементах конструкцій підйомно-транспортних машин або швидкості їхньої зміни в часі. Такі інтегральні критерії являють собою інтегральні функціонали, які, як правило, відображають небажані властивості машин та їхніх механізмів, тому вони підлягають мінімізації. Для мінімізації інтегральних функціоналів використовувались методи варіаційного числення або інші оптимізаційні методи. За позиційні критерії використовувались екстремальні значення кінематичних характеристик ланок та динамічних навантажень, що на них діють, а також крайові умови руху.

В результаті проведеної оптимізації режимів руху приводних механізмів підйомно-транспортних машин на ділянках перехідних процесів значно зменшуються динамічні навантаження та енергетичні витрати, досягається плавність руху основних елементів машин і практично усуваються коливальні процеси. Для реалізації оптимальних режимів руху приводних механізмів підйомно-транспортних машин на ділянках перехідних процесів розроблені мехатронні системи керування приводними електродвигунами. Такі системи

працюють в автоматичному режимі і керуються за допомогою спеціально розробленої комп'ютерної програми.

Отримані теоретичні результати динамічного аналізу та оптимізації механізмів підйомно-транспортних машин підтверджені результатами експериментальних досліджень, які проведені на фізичних моделях та реальних конструкціях вантажопідйомних і транспортуючих машин.

Перший розділ роботи написаний Ловейкіним В.С., Ромасевичем Ю.О., Човнюком Ю.В. та Кадикалом І.О.. Другий та третій розділи написані Ловейкіним В.С., Човнюком Ю.В. та Кадикалом І.О.. Четвертий, п'ятий, шостий і сьомий розділи написані Ловейкіним В.С., Ромасевичем Ю.О.. Вступ і висновки до монографії написані всіма авторами.

# РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ТА АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ РОЗРАХУНКІВ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНИХ МАШИН

## 1.1. Роль і значення транспортуючих машин

За принципом дії підйомно-транспортні машини розділяють на дві самостійні конструктивні групи: машини періодичної й безперервної дії. До перших ставляться вантажопідйомні крани всіх типів, ліфти, засоби підлогового транспорту (візки, навантажувачі, тягачі), підвісні рейкові й канатні дороги (періодичної дії), скрепери й інші подібні машини, а до других (їх також називають машинами безперервного транспорту й транспортуючими машинами) — конвеєри різних типів, пристрою пневматичного й гідравлічного транспорту й подібні їх транспортуючі машини.

Машини періодичної дії характеризуються періодичною подачею вантажів, переміщенням їх окремими порціями, обумовленими вантажопідйомністю машини. При цьому завантаження й розвантаження проводяться при зупинці машини й лише іноді на ходу, під час переміщення вантажу.

Цикл роботи машини періодичної дії складається із зупинки для захвата (підйому) вантажу, руху з вантажем, зупинки для звільнення від вантажу і зворотного руху без вантажу, тобто з поперемінно зворотних рухів із зупинками.

Машини безперервної дії характеризуються безперервним переміщенням насипних або штучних вантажів по заданій трасі без зупинок для завантаження або розвантаження. Переміщуваний насипний вантаж розташовується суцільним шаром на несучому елементі машини — стрічці або полотні або окремими порціями в, що безупинно рухаються послідовно розташовані на невеликій відстані один від іншого ковшах, коробах і інших ємностях. Штучні вантажі переміщуються також безперервним потоком у заданій послідовності один за іншим. При цьому робоче (з вантажем) і зворотне (без вантажу) руху

вантажонесучого елемента машини відбуваються одночасно. Завдяки безперервності переміщення вантажу, відсутності зупинок для завантаження й розвантаження й сполученню робітника й зворотного рухів вантажонесучого елемента машини безперервної дії мають високу продуктивність, що дуже важливо для сучасних підприємств із більшими вантажопотоками. Наприклад, сучасний стрічковий конвеєр на відкритих розробках вугілля може транспортувати до 30000 т/г розкривної породи, забезпечуючи завантаження десяти залізничних вагонів за 1 хв.

Основне призначення машин безперервної дії — переміщення вантажів по заданій трасі. Одночасно із транспортуванням вантажів вони можуть розподіляти їх по заданих пунктах, складувати, накопичуючи в обумовлених місцях, переміщувати по технологічних операціях і забезпечувати необхідний ритм виробничого процесу.

Особливу групу транспортуючих машин і установок становлять працюючі разом з ними допоміжні пристрої: живильники, ваги, навантажувальні машини, бункери, затвори, дозатори, ринви й т.п.

Високопродуктивна робота сучасного підприємства неможлива без правильно організованих і надійно працюючих засобів промислового транспорту. Наприклад, на машинобудівному заводі одержують і розподіляють по цехах сотні тонн металу, палива, напівфабрикатів і готових виробів суміжних виробництв і відправляють із цехів готову продукцію й відходи виробництва. До доменних печей металургійного комбінату щодня подають тисячі тонн агломерату, флюсів, коксу, а від печей відвозять в інші цехи і на склади готовий метал. З вугільної шахти, кар'єрів відкритих розробок щодня транспортують тисячі тонн добутого вугілля й розкривної породи. Ці переміщення вантажів на підприємствах виконуються засобами промислового транспорту.

На сучасному підприємстві транспортні й технологічні лінії взаємозалежні і являють собою єдину виробничу систему. Правильна організація й безперебійна робота міжцехового й внутрішньоцехового

транспорту є такою же обов'язковою умовою успішної роботи підприємства, як і раціональна організація виробничих процесів.

Кількість вантажів, переміщуваних на сучасному підприємстві, велике: наприклад, вантажопотік доменної печі становить до 2000 т/г різних вантажів при цілодобовій роботі; вантажопотік ливарного цеху середнього машинобудівного заводу становить до 2200 т/г різних вантажів. Що стосується сільськогосподарських підприємств, то вантажопотік є значно меншим і може сягати 600т/г [2]. Переміщення такої кількості вантажів може бути забезпечене тільки системою високопродуктивних конвеєрів.

Сучасне масове й великосерійне виробництво продукції різноманітних галузей промисловості виконується потоковим методом із широким використанням автоматичних ліній. Поточковий метод виробництва й робота автоматичної лінії засновані на конвеєрній передачі виробів від однієї технологічної операції до іншої; необхідні операції з виробами (загартування, відпустка, очищення, охолодження, фарбування, сушіння, упакування й т.п.) послідовно виконуються на конвеєрі, що рухається. Отже, конвеєри є складовий і невід'ємною частиною сучасного технологічного процесу – вони встановлюють і регулюють темп виробництва, забезпечують його ритмічність, сприяють підвищенню продуктивності праці й збільшенню випуску продукції. Конвеєри є основними засобами комплексної механізації й автоматизації транспортних і вантажно-розвантажувальних робіт і поточкових технологічних операцій.

Конвеєри на сучасних підприємствах застосовують у якості:

- 1) високопродуктивних транспортуючих машин, що передають вантажі з одного пункту в іншій на ділянках внутрішньозаводського й у ряді випадків – зовнішнього транспорту;
- 2) транспортних агрегатів потужних перевантажувальних пристроїв (наприклад, мостових перевантажувачів, відвалоутворювачів і т.п.) і вантажно-розвантажувальних машин;
- 3) машин для переміщення вантажів-виробів по технологічному процесу поточного виробництва від одного робочого місця до іншого, від однієї технологічної



операції до іншої, що встановлюють, організують і регулюють темп виробництва та суміщають, у ряді випадків, функції накопичувачів (рухомих складів) і розподільників вантажів-виробів по окремих технологічних лініях; 4) машин і передавальних пристроїв у технологічних автоматичних лініях виготовлення й обробки деталей і складальних одиниць виробів.

Тісний зв'язок конвеєрів із загальним технологічним процесом виробництва обумовлює їхню високу відповідальність. Порушення роботи хоча б одного конвеєра в загальній транспортно-технологічній системі викликає порушення роботи всього комплексу машин системи й підприємства в цілому. Будь-яка автоматична технологічна система не може працювати при несправності транспортних агрегатів. Слід також мати на увазі, що конвеєри по транспортно-технологічному призначенню, як правило, не мають дублерів. Отже транспортуючі машини безперервної дії є винятково важливими й відповідальними ланками обладнання сучасного підприємства, від дії яких багато в чому залежить успіх його роботи. Ці машини повинні бути надійними, міцними й довговічними, зручними в експлуатації й здатними працювати в автоматичному режимі.

## **1.2. Основні види транспортуючих машин**

Складання узагальненої класифікації транспортуючих машин важко, тому що області їх застосування дуже великі, а конструкції винятково різноманітні, тому найбільше доцільно класифікувати їх по окремих характерних ознаках (рис. 1.1) [1].

Однак майже кожний із зазначених типів машин має, у свою чергу, конструктивні різновиди.



Рис. 1.1. Класифікація транспортуючих машин безперервної дії й допоміжних пристроїв

По способу передачі переміщуваному вантажу рушійної сили розрізняють транспортуючі машини, що діють за допомогою механічного приводу (електричного, гідравлічного, пневматичного), самопливні (гравітаційні) пристрої, у яких вантаж переміщується під дією власної сили ваги, пристрої пневматичного й гідравлічного транспорту, у яких рушійною силою є відповідно потік повітря або струмінь води. Особливу групу представляють машини для транспортування розпеченого рідкого металу під дією електродинамічних сил електромагнітного поля, що біжить (індукційні насоси), а також конвеєри для переміщення сипучих феромагнітних вантажів у магнітному полі, що біжить.

По характеру додатка рушійної сили й конструкції транспортуючі машини розділяють на машини з тяговим елементом (стрічкою, ланцюгом, канатом, штангою) для передачі рушійної сили й без нього.

Тяговий елемент мають стрічкові, пластинчасті, скребкові, ковшові, коліскові, візкові, вантажоведучі, підвісні, штангові й крокуючі конвеєри, ескалатори й елеватори. Їхньою характерною рисою є рух вантажу разом з тяговим елементом на робочій галузях. До машин без тягового елемента відносяться гвинтові, вібраційні (інерційні) і роликові конвеєри, а також обертові транспортні труби. Їхньою характерною рисою є поступальний рух вантажу, що транспортується, при обертальному або коливальному русі робочих елементів машини.

По роду переміщуваних вантажів розрізняють машини для насипних і для штучних вантажів, однак більшість машин безпосередньо або при деякій зміні конструкції можуть транспортувати ті й інші вантажі.

По напрямку і трасі переміщення вантажів транспортуючі машини розділяють на три групи [1]. Машини першої групи – вертикально-замкнені. Вони розташовуються в одній вертикальній площині й переміщують вантажі по трасі, що складається з одного прямолінійного відрізка (горизонтального, похилого або вертикального) або з комбінації декількох окремих прямолінійних відрізків (горизонтального й похилого, горизонтального й вертикального тощо) (рис. 1.3, а). Машини другої групи – горизонтально-замкнені. Вони розташовуються в одній горизонтальній площині на одному горизонтальному рівні по замкненій трасі різноманітного обрису (рис. 1.3, б). Машини третьої групи – просторові. Вони розташовуються в просторі й переміщують вантажі по складній просторовій трасі з горизонтальними, похилими й вертикальними ділянками (рис. 1.3, в).

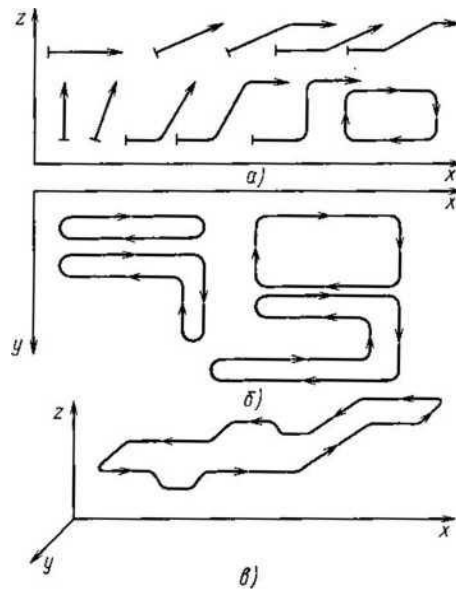


Рис. 1.3. Схеми трас переміщення вантажів транспортуючими машинами:  
 а – вертикально-замкненими ( у вертикальній площині); б – горизонтально-  
 замкненими ( у горизонтальній площині); в – просторовими

Сучасне прагнення мати найбільш ефективний транспорт без перевантажень від початкового до кінцевого пунктів з урахуванням місцевих умов обумовило помітне розширення машин третьої групи. Створені й експлуатуються просторові скребкові, пластинчасті, стрічкові, візкові конвеєри.

По характеру руху вантажонесучого (робочого) елемента машини розрізняють конвеєри з безперервним і періодичним (пульсуючим) рухами. Залежно від типу і конструкції конвеєра його вантажонесучий елемент може мати поступальний, зворотно-поступальний, обертальний і коливальний руху.

У транспортуючих машинах використовуються наступні способи переміщення вантажів [3]:

- переміщення на несучому елементі, що безупинно рухається, у вигляді суцільної стрічки або настилу (у стрічкових, пластинчастих і ланцюгових конвеєрах);
- переміщення в робочих елементах, що безупинно рухаються, у вигляді ковшів, коробів, підвісок, візків та ін. (у ковшових, підвісних, візкових і коліскових конвеєрах, ескаляторах і елеваторах);

- волочіння по нерухомому жолобу або трубі скребками, що безупинно рухаються (у скребкових конвеєрах);
- волочіння (прошовхування) по нерухомому жолобу обертовими гвинтовими лопатями (у гвинтових конвеєрах);
- пересипання й поздовжнє переміщення в обертовій трубі – гладкої або із гвинтовими лопатями (у транспортних трубах);
- ковзання під дією сил інерції або переміщення мікрокидками по коливному жолобу або трубі (у інерційних і вібраційних конвеєрах);
- переміщення на колесах або на візках по шляхах, покладених по підлозі приміщення поза конструкцією конвеєра (у вантажоведучих конвеєрах);
- поступальний перенос на окремі чітко фіксовані ділянки по довжині (у крокуючих конвеєрах);
- переміщення в закритій трубі безперервним потоком у зваженому стані в струмені повітря, що рухається, або окремими порціями під дією струменя повітря (в установках пневматичного транспорту, пневмопошті, пневмоконтейнерах);
- переміщення в жолобі або трубі під дією струменя води (в установках гідравлічного транспорту);
- переміщення феромагнітних вантажів у трубі або жолобі під дією магнітного поля (у соленоїдних конвеєрах).

По призначенню й положенню на виробничому майданчику розрізняють конвеєри [1] стаціонарні, пересувні – розподільчі із власним поперемінно зворотним чітко фіксованим рухом машини в цілому («човникові»), переставні (переставляються в міру зміни місць виробітку в шахті або кар'єрі), переносні й пересувні, які більшою мірою відносяться до навантажувальних машин.

### **1.3 Динамічні навантаження в елементах транспортуючих машин**

Робочий цикл ТМ складається з трьох етапів, які постійно повторюються: пуск, усталений рух і зупинка. Рух елементів конвеєра при цьому

супроводжується складними динамічними явищами, які впливають на продуктивність, надійність та довговічність конструкції в цілому.

Перехідні процеси руху ТМ характеризуються навантаженнями, які значно перевищують сили опору під час усталеного руху. Тому врахування цих зусиль під час аналізу роботи конвеєра має дуже важливе значення.

Відомо, що навіть незначне зменшення ДН на ділянках перехідних режимів призводить до покращення показників надійності машин. Так, зменшення ДН в основних механізмах конвеєрів під час пуску на 12%, а при гальмуванні на 30% призводить до підвищення їх безаварійного строку служби 2...3 рази [4]. Це значно подовжує строк експлуатації ТМ та зменшує капітальні витрати на ремонти, що в кінцевому випадку підвищує ефективність експлуатації (за весь період роботи).

Очевидно, що для мінімізації динамічних зусиль необхідно з'ясувати причини їх виникнення. В цьому напрямку багато зроблено в роботах О.О. Співаковського[4], В.К. Дьячкова [5], І.Г. Штокмана [6], Л.І. Чугреєва [7], Ф.І. Іванченка [8], Л.Г. Шахмаєстера [9], С.М. Кожевнікова [10], Ю.О. Пертена [11], І.М. Хорольського[12], В.П. Кондрахіна [13, 14], А. Харіссона [15], Д. Біверсона [16], П. Куліновського [17] та ін.

Очевидно, що для мінімізації динамічних зусиль необхідно з'ясувати причини їх виникнення. В цьому напрямку багато зроблено в роботах А.О. Смехова, М.І. Єрофєєва [18], Ловейкіна В.С, Човнюка Ю.В., Нестерова А.П. [19, 20] тощо.

Аналіз робіт цих дослідників дозволяє виділити основні заходи, які направлені на зменшення (мінімізацію) ДН на елементи ТМ (рис. 3.4).

Всі перелічені заходи окрім зменшення збуджень є конструкторськими задачами, тобто такими, які вимагають конкретних технічних рішень з вдосконалення конструкції.



#### 1.4. Заходи направлені на зменшення ДН на механізми вантажопідійомних і транспортуючих машин

Зменшення динамічних збуджень насамперед пов'язане з керуванням рухом конвеєра шляхом прикладення певних керуючих дій до механізму його привода. Бажаним є таке керування, яке б максимально зменшувало ДН. Перевагою даного типу заходів є те, що вони можуть бути реалізовані за допомогою модернізації системи керування крана, що не вимагає значних (порівняно з іншими видами заходів) капітальних витрат.

Найпростішим способом зменшення ДН є збільшення тривалості перехідних режимів роботи механізмів (часу пуску та гальмування). При цьому рух механізмів відбувається з меншими прискореннями, тому сили, діючі на них будуть зменшені.

Для механізмів горизонтального переміщення також дуже важливо враховувати зазори в муфтах і передачах, які впливають на ДН приводу під час пуску або зупинки в кожному робочому циклі.

Вирішити задачу мінімізації ДН при зупинці за допомогою традиційних гальмівних пристроїв дуже важко (в рядів випадків неможливо). Вирішення цієї проблеми можливе з використанням керованих гальм, в якості яких можуть

виступати приводні електродвигуни. Створення потрібного гальмівного моменту на валу двигуна можливе в режимах електродинамічного [21], або рекупераційного гальмування [22].

Всі вище приведені способи зменшують ДН, але одночасно з цим погіршують інші показники роботи конвеєра (продуктивність, енергетичні витрати). Тому виникає необхідність у такому керуванні, яке б одночасно мінімізувало небажані показники та максимізувало бажані. Об'єктом оптимального керування є привод конвеєра, діючи на який змінюють показники руху ТМ, щоб досягаючи поставлену мету, отримати найкраще значення критерію (досягти екстремум критерію). Оптимальне керування рухом конвеєра дає змогу знизити величину, а також інтенсивність зміни ДН в часі, що призводить до покращення транспортування матеріалів, підвищує надійність всієї кранової.

#### **1.4 Огляд методів синтезу оптимального керування рухом вантажопідійомних машин**

Оптимізації параметрів ТМ присвячено значне число наукових праць. У більшості з них мова йде про оптимізацію окремих конструктивних або режимних параметрів (ширини стрічки, швидкості її руху, кроку роликкоопор і ін.). Це характерно для робіт, у яких установлені нові, раніше невідомі залежності між параметрами окремих вузлів конвеєра і його експлуатаційними показниками, а рекомендації з вибору оптимальних параметрів є наслідком із цих нових залежностей.

У той же час, є ряд робіт, у яких оптимізуються всі основні параметри стрічкового конвеєра в комплексі. До таких параметрів звичайно ставляться довжина конвеєра, оптимальне співвідношення ширини й швидкості руху тягового органа при заданій його продуктивності й відстань між роликкооперами завантаженої гілки. При цьому визначається або мінімум досить складної техніко-економічної цільової функції, вираженої через



параметри конвеєра [23, 24], або багаторазово повторюють детальний розрахунки конструктивних і вартісних параметрів конвеєра на ЕОМ, зводячи завдання оптимізації до перебору варіантів [25]. У першому випадку доводиться йти на деякі спрощення аналітичного вираження цільової функції, особливо при аналітичному розв'язку завдання оптимізації. Так у роботах [23, 24] передбачається, що цільова функція й обмеження виражаються у формі поліномів – спеціального виду, що залежать від параметрів конвеєра, і тоді для розв'язку завдання оптимізації можна застосувати метод геометричного програмування.

Другий із зазначених вище підходів є по суті різновидом обчислювального експерименту й вимагає розробки певного плану цих обчислень, а також великої роботи з аналізу отриманих залежностей цільової функції від змінних параметрів конвеєра. Оскільки ці параметри взаємозалежні (іноді непрямыми зв'язками), це приводить до неоднозначності висновків при інтерпретації результатів розв'язку оптимізаційної задачі, а використання обчислювальних можливостей ЕОМ не звільняє від системного аналізу параметрів стрічкового конвеєра як об'єкта оптимізації, тобто необхідна розробка його параметричної моделі.

Дослідження ТМ виявили ряд обмежень на їхні геометричні параметри. Були встановлені особливості розрахунків навантажень на роликкоопори й розподілених сил опору руху стрічки залежно від параметрів конвеєра [26], зокрема, на стрічкових конвеєра збільшується частка опору руху стрічки від вдавнення в неї роликів і їх обертання в загальному коефіцієнті опору руху [27].

Експлуатаційно-технологічні й техніко-економічні показники роботи конвеєра також являють собою систему, на основі аналізу якої необхідно обґрунтувати критерії оптимізації його параметрів. Як показано в роботі [28], критерій ефективності технічної системи — це правило, на основі якого рівняються різні її варіанти. Будь-який критерій припускає наявність певних показників ефективності. Іноді критерій ефективності вдається звести до деякої математичної залежності від показників ефективності — «цільової функції».

Показники ефективності відбивають корисність системи, співвіднесену з витратами ресурсів, тобто є питомими величинами, на відміну від показників якості. Корисність технічної системи оцінюється шляхом «проектування» показників якості на меті оптимізації. Показники якості системи відбивають її властивості, обумовлені функціональним призначенням і умовам експлуатації. У роботі також відзначається, що в технічній літературі, у тому числі й по оптимізації параметрів стрічкових конвеєрів, найчастіше ототожнюють поняття «критерій ефективності», «цільова функція» і «показник ефективності».

У кожному разі, розв'язок задачі оптимізації доцільно починати з розробки обґрунтованої системи показників і критеріїв ефективності — моделі оцінки ефективності розглянутої технічної системи. У випадку використання тільки економічних критеріїв вона буде економіко-математичною моделлю. На рівні узагальненої оцінки ефективності (на відміну від детальної) використовуються зовнішні показники, що задаються надсистемою, у діяльність якої включена технічна система (виробнича й економічна система підприємства, галузі, країни), яка підлягає оптимізації. У практиці проектування найбільше поширення одержали економічні зовнішні показники ефективності. На рівні детальних досліджень у комбінації з економічним часто використовують технічні показники ефективності.

У роботі [28] розглянуті можливі принципи побудови критеріїв ефективності стрічкових конвеєрів на різних рівнях її дослідження.

На рівні оптимізації за економічними критеріями передбачається, що детальні технічні характеристики конвеєра обґрунтовуються або на інших рівнях, або задані результатами інших досліджень (наприклад, оптимальна комбінація конструктивних параметрів і параметрів міцності конвеєрних стрічок), або нормативними документами (типорозмірний ряд підшипників, роликів тощо).

Однак представляється доцільним при обґрунтуванні оптимальних параметрів ТМ використовувати технічні критерії ефективності, тому що при оцінці вартісних параметрів конвеєра неможливо знайти теоретичні залежності

вартості його елементів від їхніх технічних параметрів. У якості технічних показників ефективності доцільно використовувати показники, що визначають витратну частину економічного критерію: енергоємність транспортування, матеріалоємність конструкції, показники надійності й витрат праці на технічну експлуатацію конвеєра. Перший показник визначається, зокрема, коефіцієнтом опору руху стрічки. Але цей коефіцієнт побічно відбиває й інтенсивність зношування конструктивних елементів конвеєра й (разом з металоємністю конструкції) визначає показники надійності (безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність елементів конвеєра) і витрати праці на технічну експлуатацію. Тому критерій енергоємності транспортування й матеріалоємності конструкції є узагальненими технічними критеріями ефективності ТМ. Однак поняття, «матеріалоємність» є занадто загальним, тому що містить у собі непорівнянні за вартістю елементи, основними з яких є стрічка, привод, головна й хвостова частини конвеєра, ролики й ставши. Тому критерій матеріалоємності розпадається на кілька самостійних критеріїв (як мінімум, чотири). Очевидно, віддати перевагу одному з перерахованих критеріїв було б неправильним. Необхідно вирішувати завдання багатокритеріальної оптимізації по всіх зазначених критеріях одночасно [29].

Ще одним методом розв'язку цього завдання є метод невизначених множників Лагранжа, що припускає введення невідомих коефіцієнтів, що визначають оптимальне співвідношення між різними критеріями ефективності, які знаходять шляхом додаткового аналізу. При цьому мінімізується сума приватних критеріїв оптимальності, узятих з деякими ваговими коефіцієнтами – множниками Лагранжа. Цей спосіб оптимізації заснований на незалежності невідомих коефіцієнтів від параметрів, що оптимізуються, вони визначаються через задані параметри конвеєра й умов його експлуатації. Неоднозначність розв'язку завдання оптимізації зазначеним методом має свої переваги. По-перше, виходить розв'язок завдання, що не залежить від зміни вартісних показників, але, що дає досить великий матеріал для аналізу. Задаючись різними значеннями невизначених множників Лагранжа й обчислюючи

відповідні їм оптимальні значення параметрів конвеєра, можна виявити найбільш істотні зв'язки між цими параметрами. По-друге, з'являється можливість урахувати при прийнятті розв'язків додаткові неформалізовані критерії.

### **1.5. Основні питання автоматизації транспортуючих машин**

При використанні транспортуючих машин безперервної дії з постійним режимом безперервної роботи зі строго певної траси, об'єднаних у єдиний транспортний комплекс, є широкі можливості автоматизації наступних процесів.

1. Дистанційне керування роботою комплексу послідовно розташованих конвеєрів із застосуванням автоматичних пристроїв. Воно включає послідовний автоматизований пуск і зупинку групи конвеєрів транспортної системи із центрального пульта керування; автоматичний контроль вступу в роботу (і вимикання) кожного конвеєра системи з необхідною витримкою часу, що забезпечує нормальний безперервний рух вантажу, що транспортується. Пуск системи конвеєрів роблять у послідовності, зворотної руху вантажу: першим пускають останній конвеєр послідовної системи, потім автоматично включається розташований перед ним конвеєр і останнім – перший конвеєр системи, щоб забезпечити подачу вантажу без завалів на вже працюючу машину. Зупиняють систему конвеєрів у зворотному порядку. Спочатку зупиняють перший конвеєр, що завантажує, потім послідовно автоматично з необхідною витримкою часу, достатньої для звільнення конвеєра від, що перебуває на ньому вантажу, – наступні ( по потоці вантажу) конвеєри аж до останнього, який зупиняється після повного звільнення його від вантажу.

У процес керування входить також автоматичний контроль роботи кожної машини системи і її вимикання при відхиленні від нормальної роботи, наприклад при надмірній пробуксовці стрічки на приводному барабані

конвеєра, завалі перевантажувального лотка, обриві стрічки або ланцюга. Сигнали про це надходять автоматично на центральний пульт від різноманітних датчиків контролю, установлених на машинах. У керування входить автоматична підтримка оптимального режиму роботи системи, наприклад шляхом регулювання швидкості руху вантажу, для забезпечення сталості навантаження на робочий елемент машини. Така автоматика успішно впроваджується на комплексних системах механізації транспорту ливарних цехів, збагачувальних фабрик, зернових елеваторів і т.п.

2. Керування роботою окремої машини або системою машин із центрального пульта по заданій програмі, – що є частиною автоматизації всього технологічного процесу виробництва на підприємстві. Така автоматизація має дуже широкі перспективи й можливості; впровадження її необхідне в багатьох галузях промисловості. При цьому перспективним є застосування ЕОМ для встановлення оптимальних режимів роботи конвеєра в технологічному процесі.

3. Завантаження, розвантаження й розподіл вантажів (автоматичне адресування вантажів) по заданих пунктах — адресам на загальній транспортній трасі машини або системи машин із центрального пульта керування по заданій програмі або по командах робітників-операторів. До цих операцій відносяться автоматичне накопичення (складування) вантажів і видача їх у виробництво по командах із центрального пульта керування або по вимогах з окремих виробничих ділянок.

4. Сортування вантажів, що транспортуються, по різних характерних ознаках: кольору, висоті, масі, заданим кодовим оцінкам і т.п.

5. Окремі допоміжні технологічні операції при безперервному русі вантажів: зважування, дозування по масі й обсягу, рахунок (облік) у цілому й по окремих видах вантажів.

6. Контроль заповнення бункерів і підвісних складів і видача вантажів.

7. Контроль стану тягового (стрічки, ланцюгів) і інших основних елементів, що забезпечує високу надійність роботи машини.

Незважаючи на широкі можливості автоматизації транспортуючих машин, розробка й впровадження автоматичних систем для виконання перерахованих операцій є складною проблемою. Основні труднощі полягають у широкій різноманітності виробничих умов роботи транспортуючих машин і великій кількості їх конструктивних типів. Для широкого й успішного впровадження автоматизації необхідні спільні зусилля машино- і приладобудівників, електротехніків. Машинобудівники повинні забезпечити високу надійність машин і простоту їх обслуговування в тяжких умовах експлуатації. Для автоматичної роботи машини або комплексу машин недостатньо тільки встановити необхідні прилади автоматичного керування, дуже важливо забезпечити тривалу безперервну й надійну роботу машини при мінімальній кількості обслуговуючого персоналу. Для виконання цієї умови, крім загальних вимог забезпечення надійності машин, треба впровадити цілий ряд допоміжних автоматичних пристроїв, що контролюють надійність роботи машини, центрування ходу стрічки, очищення стрічки від прилиплих часток вантажу, сигналізацію про перевантаження робочих елементів і т.п. Автоматизовані системи вимагають високої культури виробництва й обслуговування машин.

### **1.6. Основні напрямки перспективного розвитку сучасних транспортуючих машин**

Сучасний розвиток усіх галузей промисловості, удосконалення способів і методів виробництва на базі широкого впровадження комплексної механізації й автоматизації транспортних і вантажно-розвантажувальних операцій, завдання підвищення продуктивності праці і зниження вартості продукції визначають та обумовлюють наступні основні напрямки розвитку транспортуючих машин безперервної дії.

1. Створення конвеєрів для транспортування вантажів без перевантаження від початкового до кінцевого пунктів по прямолінійній і складній просторовим трасам великої довжини, тобто заміна декількох окремих конвеєрів одним конвеєром або єдиною транспортною системою без проміжних перевантажень. Роботи в цьому напрямку ведуться по шляху створення й впровадження багатопровідних конвеєрів різних типів (підвісних, пластинчастих, скребкових, стрічкових), потужних стрічкових конвеєрів з надміцними стрічками, криволінійних скребкових, пластинчастих і стрічкових конвеєрів, складних розгалужених систем підвісних та штовхаючих конвеєрів тощо.

2. Підвищення продуктивності конвеєрів. Цей напрямок реалізується шляхом вибору найбільш раціональної форми вантажонесучого елемента конвеєра для збільшення кількості вантажу на одиниці його довжини, а також шляхом збільшення швидкості руху вантажонесучого елемента.

3. Створення конвеєрів із крутопохилою і складно комбінованою горизонтально-вертикально-горизонтальною трасою для високопродуктивного транспортування насипних і штучних вантажів.

4. Підвищення надійності машин і спрощення їх обслуговування в тяжких умовах експлуатації. Створення машин з мінімальною кількістю обслуговуючого персоналу, із самообслуговуванням, зі складеними елементами довготривалої експлуатації. Роботи в цьому напрямку є основними передумовами для переходу до повної автоматизації керування машинами і їх комплексами.

5. Автоматизація керування машинами й комплексними системами машин, у тому числі із застосуванням ЕОМ.

6. Широке використання ЕОМ для розрахунків і вибору оптимальних варіантів складних систем машин; застосування ЕОМ для проектування конвеєрів у транспортно-технологічних системах, наприклад, ливарних цехів, підприємств харчової промисловості, тваринницьких комплексах, зерносховищах, елеваторах і т.п.

7. Зниження металоємності, маси й зменшення габаритних розмірів машин шляхом створення принципово нових полегшених конструкцій із застосуванням пластмас, легких сплавів, тонкостінних гнутих профілів металу й т.п.

8. Створення нових машин, заснованих на перспективних методах транспортування: на магнітному й повітряному підвісі вантажонесучого елемента, із приводом від асинхронних двигунів.

9. Створення спеціалізованих типів роботів-маніпуляторів для виконання автоматичного завантаження й розвантаження конвеєрів у процесі їх безперервного руху.

10. Поліпшення умов праці обслуговуючого персоналу й виробничих робітників, виключення можливості втрат вантажу, що транспортується, повна герметизація транспортуючих пристроїв і ізоляція від навколишнього середовища пилоподібних, гаряч, що газують і хімічно агресивних вантажів. Зниження шуму при роботі машини.

11. Уніфікація й нормалізація устаткування з одночасним збільшенням числа його типорозмірів на базі єдиних уніфікованих вузлів.

### **1.7. Застосування ЕОМ для розрахунку транспортуючих машин і їх керування**

Застосування ЕОМ має дуже більші перспективи в три великих самостійних напрямках: у наукових дослідженнях, розрахунках і проектуванні й у керуванні окремими машинами і їх комплексами в процесі експлуатації.

У наукових дослідженнях широко використовують аналогові машини для машинного моделювання, обробки експериментальних даних з одержанням кінцевих результатів; дослідження й розв'язку складних рівнянь, особливо для неусталених процесів (пуск, зупинка, стопоріння).

Застосування ЕОМ забезпечує можливість розв'язку ряду складних завдань. Велике значення має виконання на ЕОМ різних варіантів тягових



розрахунків конвеєрів для вибору найбільш оптимального варіанта типу машини і її елементів. Для стрічкових конвеєрів – це порівняльні розрахунки на вибір типу стрічки, привода (однobarabanного, багaтobarabanного, декількох проміжних); для підвісних, ковшових і візкових конвеєрів – розрахунки на вибір оптимального розташування привода, визначенню максимальних натягів у режимах переривчастого завантаження складної просторової траси; для багатопровідних конвеєрів – визначення динамічних навантажень тощо.

На ЕОМ виконують складні допоміжні розрахунки окремих параметрів конвеєрів, наприклад розмірів перехідних радіальних (параболічних) ділянок стрічкових конвеєрів, вертикальних перегинів траси підвісних конвеєрів з різними радіусами і висотами та ін.

Застосування ЕОМ різке знижує трудомісткість виконання складних розрахунків і забезпечує в мінімально короткий термін можливість порівняльного аналізу й вибору оптимального варіанта розв'язків.

У сучасних умовах одержує поширення використання ЕОМ для комплексного проектування конвеєрів (стрічкових, підвісних) шляхом машинного набору типових елементів конструкцій з видачею всіх необхідних проектних документів (специфікації устаткування, відомості навантажень на будівельні частини, переліку заставних елементів і т.п.) на основі закладки в машину відповідно підготовленого технічного завдання.

Машинне проектування конвеєрів з типових конструкцій має широкі перспективи й дозволяє виконати в короткий термін великий обсяг проектних робіт з максимальною уніфікацією розв'язків. Природно, для організації машинного проектування на ЕОМ необхідно провести більшу роботу з типізації елементів конструкції конвеєрів.

У сучасних умовах транспортуючі машини та їх комплексні системи є невід'ємною частиною загального виробничого процесу, його технологічного циклу. Тому широке застосування знаходять керуючі обчислювальні машини, які керують роботою як окремих конвеєрів, так і складових частин системи конвеєрів. Керуюча ЕОМ одержує й переробляє вихідну інформацію із

прийнятої програми для створення оптимальних керуючих впливів на контрольований об'єкт.

Керування роботою транспортуючих машин і їх систем за допомогою ЕОМ проводиться як у загальній системі автоматичного керування виробництвом (АСКВ), так і безпосередньо, наприклад, при керуванні системами підвісних конвеєрів, транспортних систем на механізованих складах з автоматичним прийманням і складуванням вантажів. Застосування керуючих ЕОМ є необхідним кроком до переходу повної автоматизації виробничих процесів конвеєрного транспорту.

### **1.8. Аналіз динамічних моделей стрічкових конвеєрів**

При роботі ТМ, в її елементах, і в першу чергу у тяговому органі, виникають значні динамічні навантаження, які під час неусталених процесів можуть перевищувати статичні. «Такі навантаження виникають внаслідок особливостей зовнішніх активних та внутрішніх реактивних сил і в'язей, що визначають і водночас обмежують рух конвеєра». Крім того, величина динамічних навантажень залежить від інерційних і жорсткісних параметрів його елементів. «Відомо, що під час пускових та гальмівних процесів у вузлах механічної системи конвеєра та в стрічці виникають значні навантаження. В багатьох випадках наслідком цього є обривання робочих органів і розрив стрічки, з чим пов'язано понад 12 % поломок подібних конвеєрів» [30]. Тому постає завдання встановлення причин виникнення, а також зниження динамічних навантажень. Для цього необхідно дослідити динаміку руху ТМ під час неусталених режимів руху. Вирішення такої задачі забезпечить отримання на етапі проектування достовірних вихідних даних для подальшого розрахунку елементів конструкції конвеєра, що дозволить підвищити його технічний рівень.

Теоретичні основи динаміки транспортуючих машин викладені у працях О. О. Співаковського, І. Г. Штокмана, Л. І. Чугреєва, Ф. К. Іванченка, Л. Г.

Шахмейстера, С. М. Кожевнікова, І. М. Хорольського В.П., Кондрахіна, та інших [4, 6–12].

«Важливим етапом виконання динамічних розрахунків є вибір розрахункової моделі. При цьому необхідно враховувати, що механічні системи конвеєрів, незважаючи на їх конструктивну різноманітність, можуть бути приведені до двох основних схем: конвеєр із жорстким натяжним пристроєм, що створює попередній натяг стрічки, та конвеєр з вантажним натяжним пристроєм, що автоматично підтримує постійний натяг стрічки в одній із точок її контуру» [30, 31]. «Для аналітичного дослідження динамічних процесів у механічних системах використовують наближені моделі, ступінь еквівалентності яких залежить від поставленої задачі». Найпоширенішими є стрижневі, дискретні та дискретно-континуальні моделі стрічкових конвеєрів.

На рис. 1.5 «наведена розрахункова модель стрічкового конвеєра, в якій тяговий орган моделюється у вигляді стрижня на підставі того, що згідно з припущеннями в період пуску властивості стрічки можна представити моделлю Гука з динамічним модулем пружності» [30, 14].

«Конвеєр з вантажним натяжним органом моделюється системою, у якій привод представлений зосередженою масою  $m_{зб}$ , а стрічка – пружним ступінчастим стрижнем, ділянки якого мають довжину  $l$ , рівну довжині конвеєра, погонна густина відповідно рівна  $\rho_1$  і  $\rho_2$ ; погонні маси –  $q_1$  і  $q_2$ ; швидкості поширення пружної хвилі в них –  $c_1$  і  $c_2$ .

Ділянки стрижня моделюють вантажну і порожню гілки тягового органа, до яких прикладені сили опору».

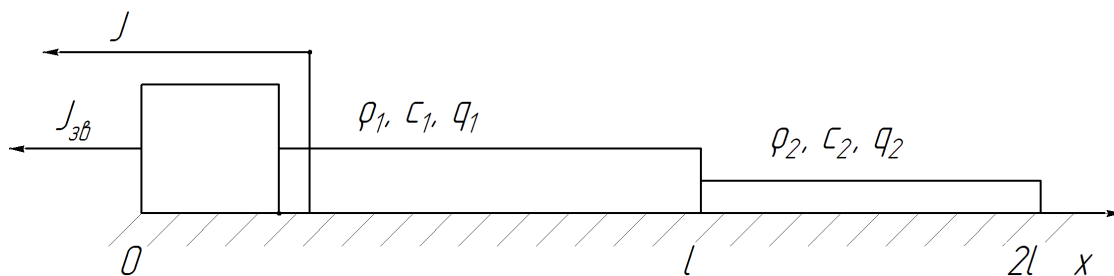


Рис. 1.5 Стрижнева розрахункова модель стрічкового конвеєра

Однак модель прямолінійного пружного стрижня, що навантажений в повздовжньому напрямку, використовується в основному для вивчення динамічних явищ у шахтних підйомних установках, бурових установках, вібраційних транспортуючих машинах тощо. Широкого застосування набули дискретні розрахункові моделі [24, 31], «в яких маси ділянок стрічки і сили опору віднесені до обертових барабанів з моментами інерції  $J_1$  і  $J_2$  (рис. 1.6). У системі може бути кілька елементів, що розглядаються у вигляді абсолютно твердих тіл. Вони зв'язані між собою пружними ланками, поведінка яких, відповідно до гіпотези Фохта, визначається модулем пружності  $E$  і коефіцієнтом демпфування  $\beta$ . Ротор двигуна з моментом інерції  $J_{зв}$  зв'язаний за допомогою пружного елемента жорсткістю  $c_\varphi$  з ведучим барабаном».

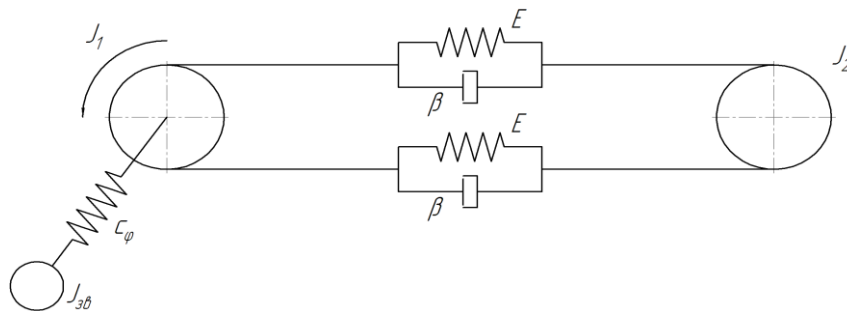


Рис. 1.6. Дискретна розрахункова модель стрічкового конвеєра

Крім того, стрічка конвеєра може бути представлена різними розрахунковими моделями, що наведені на рис. 1.7 [32]. Найпростіша модель, яка наділена в'язко-пружними властивостями – це модель Фохта (рис. 1.7 а).

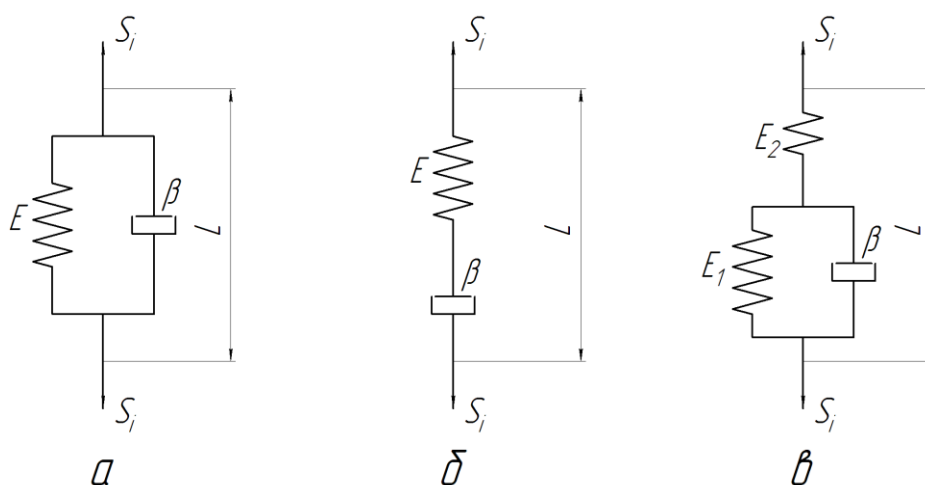


Рис. 1.7. Елементарні реологічні моделі конвеєрної стрічки:  
а – модель Фохта; б – модель Максвелла; в – модель Кельвіна

«Така модель описує явище повзучості (пружної післядії) – при раптовому навантаженні деформація зменшується не одразу, а з часом. В моделі Фохта при раптовому навантаженні первинна деформація дорівнює нулю. Друга найпростіша модель – елемент Максвелла (рис. 1.7 б), що складається з послідовно з'єднаних в'язкого та пружного елементів. В моделі Максвелла напруження асимптотично наближується до нуля, якщо підтримувати постійну величину деформації, і навпаки, при постійному напруженні – деформація наближається до нескінченності. Модель Кельвіна (рис. 1.7 в) містить елемент Фохта із введеною додатковою жорсткістю  $E_2$ . В залежності від поставлених задач динаміки стрічкових конвеєрів користуються однією з наведених моделей стрічки. Ці моделі дають можливість отримати певну кінцеву деформацію при раптовому і нескінченно довгому прикладенні навантаження, що частково відповідає реальним деформаціям при роботі стрічки. Під час виконання динамічних розрахунків використовують також дискретно-континуальну модель стрічкового конвеєра [4, 32], котра містить три дискретні ланки з моментами інерції  $J_{36}, J_1, J_2$  та два пружних стрижні (рис. 1.7 а). Навантажений орган розглядають як пружну ланку з розподіленими параметрами. Стрижні моделюють вантажну і порожню гілки стрічки конвеєра з параметрами  $\rho_1, c_1, q_1$  і  $\rho_2, c_2, q_2$  відповідно. Ротор двигуна з моментом інерції  $J_{36}$  і приводний барабан з'єднані між собою пружним елементом із зведеною жорсткістю передавального механізму». Також, навантажений орган можна розглядати як сукупність кінцевих елементів, які мають пружні, дисипативні та інерційні властивості (рис. 1.7 б) [14]. Тяговий орган представлений пружними або пружно-дисипативними елементами з параметрами  $c$ , а його маса і маса вантажу – параметрами  $m_{p1}, m_{p2}, \dots, m_{pn}, m_{x1}, \dots, m_{xn}$  з відповідними їм лінійними координатами переміщення –  $x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn}, x_{x1}, \dots, x_{xn}$ . Такий підхід практично обґрунтований для конвеєрів, що використовуються, наприклад, у гірничодобувній, вугільній промисловості і у сільському господарстві, довжина яких вимірюється десятками, сотнями і тисячами метрів. «Використання дискретно-континуальної розрахункової моделі ускладнює розв'язання задач

динаміки, але дозволяє найточніше проводити розрахунок і аналіз динамічних процесів у механічних системах.

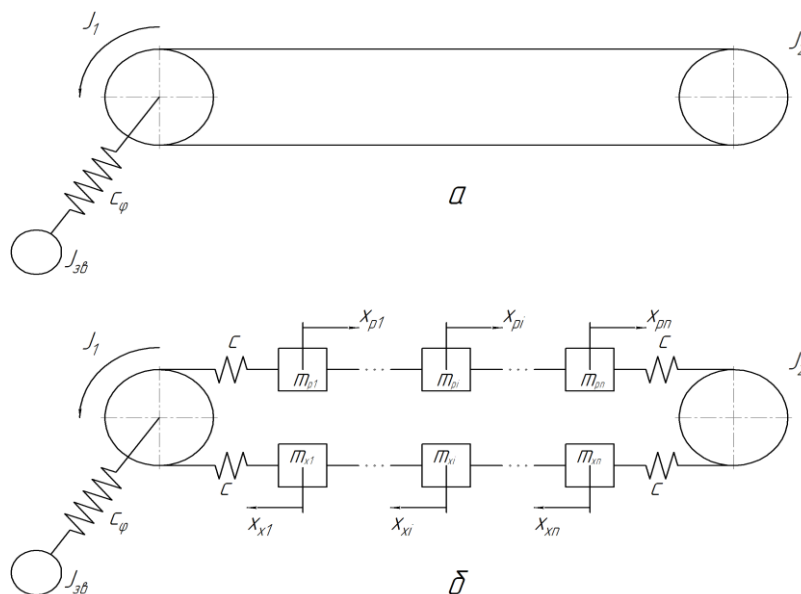


Рис. 1.8. Дискретно-континуальна розрахункова модель стрічкового конвеєра

Для аналізу динамічних процесів механічної системи стрічкових конвеєрів, враховуючи їх конструктивну різноманітність, необхідно розробити таку математичну модель, яка б дозволила створити універсальний алгоритм розв'язання задач динаміки».

### 1.9. Загальні відомості про вантажопідйомні машини

«Підйомні машини призначаються для піднімання, переміщення та подавання вантажів у потрібне місце, обслуговування виробничих процесів у цехах заводів, на будівництві, за їхньою допомогою здійснюють монтаж промислового обладнання, виконують роботи на складах. Вони є основою комплексної механізації виробничих процесів будь-якого підприємства. На сучасних заводах і фабриках системи підйомних машин органічно пов'язані з технологічним обладнанням, яке забезпечує нормальну, безперебійну роботу

всього виробництва. У різних галузях народного господарства експлуатуються десятки тисяч стрілових, мостових та інших типів кранів» [33].

«Крани класифікують:

- за конструктивним рішенням,
- за вантажопідйомністю,
- за типом привода,
- за базою машиною.

Залежно від технологічних особливостей вони можуть бути мобільними, обмежено мобільними, немобільними. Специфічну групу становлять літальні й плавучі монтажні крани.

Вибір типу крану для виконання будівельних робіт виконують з урахуванням конструктивної схеми і розмірів будівлі, споруд, маси елементів і їх розташувань на будинку, рельєфу будівельного майданчика.

До основних параметрів монтажних кранів відносяться: вантажопідйомність, швидкість підйому та опускання вантажу, пересування та обертання крану, продуктивність крану й висота підйому вантажу і глибина подавання.

Козлові, мостові та кабельні крани належать до кранів прогонного типу. Вони характеризуються постійною вантажопідйомністю і більшою стійкістю, ніж баштові й стрілові» [34].

«Враховуючи конструктивні особливості розрізняють крани:

- консольні (стаціонарні щоглові, щоглово-стрілові, баштові; пересувні стрілові, самохідні, баштові, крани-трубоукладачі);

- прольотні (мостові, козлові, кабельні). Консольні стаціонарні крани горизонтально переміщують вантажі в межах кільцевої поверхні обмеженої максимальним і мінімальним вильотом гака». У вертикальній площині зона переміщення гака обмежена шириною кільця, висотою підйому при мінімальному до горизонту куті нахилу стріли  $\alpha$  і дугою при повороті стріли від мінімального і максимального значення  $\alpha$ .

«Консольні пересувні баштові крани переміщують вантаж на висоту підйому гака по площадці, обмеженій двома напівколами, що примикають до прямокутника, довжина якого дорівнює переміщенню крана рейковою колією, а ширина - подвійному вильоту гака».

«Прольотні мостові крани переміщуються по підкрановій колії, укладеній на консольних виступах колон цеху. Зона дії цих кранів обмежена в плані прямокутником зі сторонами, що дорівнюють довжині шляху крана вздовж цеху і переміщенню гака крана в поперечному напрямку. По вертикалі вантаж переміщується на висоту підйому гака.

У кабельних (канатних) кранів вантажний візок переміщується по канату, натягнутому між опорами. В крані переміщення вантажу може бути в межах лінії (опори нерухомі), сектора (одна колона переміщується по підкрановій колії по дузі кола), прямокутника (опори можуть бути нахилені або переміщаються по паралельній колії).

Крани-трубоукладачі обслуговують робочу зону вздовж траси трубопроводів будь-якого призначення, що будується. Їх основна функція - піднімання, переміщення і укладання труб або нитки труб у траншею.

Спільною для вантажопідйомних машин є оцінка умов роботи. Держтехнагляд встановлює три режими для вантажопідйомних машин в будівництві: легкий, середній і важкий. В суму факторів, що визначають режим роботи, входять: кліматичні умови місцевості, ступінь використання машини протягом року і доби (змінність роботи), завантаженість машини, кількість ввімкнень, та ін». Режим роботи враховується при розрахунку металоконструкцій і механізмів машин шляхом вибору коефіцієнтів запасу міцності і динамічності (навантаження), співвідношення розмірів деталей вантажопідйомних вузлів та ін. [36]

Для виконання різноманітних технологічних операцій, механізації складських робіт впроваджують спеціальні мостові крани. Мостовий кран з обертовим візком і керованими кліщами вантажопідйомністю 50 т застосовується для переміщування довгомірних вантажів – прокату, в тому



числі і при високій температурі (до 900 °С). На металургійних заводах ливарні цехи для розливання металу з ковша обладнані спеціальними кранами великої вантажопідйомності (450 і 630 т) з двома візками [33].

«В цих кранах несучим органом є канат, по якому рухається вантажний візок. Прольоти кранів, як правило, становлять 150...600м. В окремих випадках прольоти можуть перевищувати 1 км. Вантажоздатність цих кранів знаходиться в межах 1...25т. Опорні башти кранів можуть бути стаціонарними або пересувними, які переміщуються по підкрановому шляху. Якщо одна башта нерухома, а друга рухається по дузі, то такі крани називаються радіальними мостокабельними. Вантажний візок переміщається по гнучкому несучому органу (канату), який кріпиться до ферм крана. Для зменшення провисання підйомного і тягового канатів застосовують вузли підтримки 4» [35].

«Козлові крани мають широке застосування при навантажувально-розвантажувальних роботах на складах і як технологічний транспорт на полігонах залізобетонних виробів, а також при монтажі споруд і приміщень. Відповідно розрізняють козлові крани загального призначення і монтажні. У перших вантажопідйомність до 32 т, прогін – до 32 м, висота піднімання – до 10 м, у других – вантажопідйомність до 100 т, прогін – 80 м, висота піднімання – до 80 м.

Козлові крани поділяються на безконсольні, одно- й двоконсольні. Довжина консолі може досягати 25–30% прогону.

Більшість козлових кранів – самомонтовані. Для цього стріловим краном укладають на шпальні клітки міст крана, встановлюють на рейки ходові візки, з'єднують шарнірно стояки опор із візками і мостом, стягують за допомогою лебідок праві й ліві стояки і встановлюють кран у робоче положення. В нижній частині стояки опор з'єднуються міцними поперечинами. Козлові крани обладнують обмежувачами висоти піднімання вантажу, переміщення візка й самого крана».

«Перекинутися козловий кран може лише у випадку, якщо його сильним вітром зірве з гальм і прокотить до тупикових упорів. Тому великі козлові

крани оснащують автоматичним протиугонним пристроями. При великій швидкості вітру спрацьовує анемометр, який вмикає двигун протиугонних захватів».

«Баштові крани переміщують вантажі по складних просторових траєкторіях. Завдяки стрілі, закріпленій у верхній частині башти, вони мають значний підстріловий простір, в якому розташовується новобудова.

За мобільністю баштові крани бувають стаціонарні, пересувні й самопідіймальні. Пересувні крани обладнують, як правило, рейково-колісним пересувним обладнанням, що підвищує безпеку їх використання. На баштових кранах найчастіше застосовують багатомоторний електропривод.

Система індексації вітчизняних баштових кранів така. Крім літер КБ (кран баштовий), є чотири цифрових позначення і два буквених. Перша цифра означає розмірну групу і характеризує вантажний момент крана, дві наступні – порядковий номер моделі, четверта цифра після крапки – це номер моделі крана, який свідчить про довжину стріли, висоту піднімання та інші параметри. Перша буквена позначка фіксує номер модернізації крана. Якщо модернізація не проводилася, цього позначення немає. Остання буквена позначка вказує на кліматичне виготовлення крана: ХЛ – для півночі; Т і ТВ – відповідно для сухих та вологих тропіків. Якщо кран призначений для помірного клімату, буквена позначка не ставиться. Наприклад, індекс КБ-674.3А означає: кран баштовий; шостої розмірної групи, тобто вантажний момент 300 – 550 т-м; з неповоротною баштою; третє виконання після першої модернізації; призначений для роботи в помірному кліматі.

Найпоширеніші крани кількох конструктивних схем: з поворотною баштою і нижнім розміщенням опорно-поворотного пристрою; з неповоротною баштою і верхнім розміщенням опорно-поворотного пристрою. Зміна вильоту стріли забезпечується її нахилом та переміщенням візка. Поєднання конструктивних ознак може бути різним.

Для баштових кранів вантажний момент – основний параметр, який зв'язаний з висотою піднімання, швидкістю всіх робочих переміщень, базою, колією, габаритними розмірами, встановленою потужністю механізмів, масою».

Баштові крани монтують на кранових коліях, які повинні відповідати «Інструкції з обладнання, експлуатації та перевезення рейкових колій для будівельних баштових кранів" СН 78–73 та "Правил обладнання і техніки безпеки вантажопідіймальних кранів». По рейках кранових шляхів пересуваються ходові візки, два з них приводні, а два – не приводні.

Баштові крани з неповоротною баштою та зміною вильоту стріли за допомогою вантажного візка виготовляють переважно без ходового пристрою і встановлюють на фундаменті. «Їх часто використовують у висотному будівництві. При цьому для підвищення стійкості башту кріплять до споруди, що будується, у верхній її частині розміщена кабіна керування».

«Механізм повороту складається з електродвигуна, нормально замкнених гальм, редуктора та відкритої зубчастої передачі. При повороті шестерня цієї передачі котиться по нерухомому зубчастому колесу, закріпленому на башті, й обертає наголовник із закріпленими на ньому елементами конструкції. Виліт стріли змінюється шляхом переміщення вантажного візка за допомогою лебідки, із барабана якої звисають обидві вітки каната. Кінці каната кріпляться до вантажного візка. При зміні вильоту й горизонтальній стрілі висота підвішення вантажу залишається постійною».

«На відміну від баштових, стрілові самохідні крани мають значно менший підстріловий простір, що знижує їхні технологічні можливості. Проте вони значно мобільніші, простіше перевозяться з об'єкта на об'єкт, не потребують складних монтажних робіт на робочому місці, вантажо-підйомність їх, як правило, вища.

Стрілові самохідні крани використовують при виконанні навантажувально-розвантажувальних робіт та монтажу конструкції при малоповерховому будівництві, частому перебазуванні, малих обсягах монтажних робіт».

Як правило, стрілові самохідні крани забезпечуються двигунами внутрішнього згоряння, що значно підвищує їх мобільність.

«Позначення стрілового самохідного крана складається з двох літер КС (кран самохідний), чотирьох цифр і двох буквених позначень, яких може і не бути.

Перша цифра означає розмірну групу крана, яка визначається головним параметром стрілового самохідного крана – максимальною вантажопідйомністю.

Друга цифра – це тип ходового обладнання: 1 – гусеничне; 2 – гусеничне розширене, тобто таке, "що забезпечує менший питомий тиск на ґрунт; 3 – пневмоколісне (двигун при цьому розташований на поворотній платформі); 4 – на спеціальному шасі; 5 – на шасі автомобіля; 6 – на тракторі; 7 – на причепі.

Цифрою, що стоїть на третьому місці, кодується влаштування стрілового обладнання. Цифра 6 означає, що стріла з канатною підвіскою, тобто використовується канатно-блоковий привод керування стрілою; цифра 7 – підвіска стріли жорстка, тобто застосовується гідравлічний привод для керування стрілою; цифра 8 – стріла телескопічна, тобто секції стріли висуваються одна з одної, найчастіше за допомогою гідроциліндрів. Це дозволяє зменшити транспортні габарити крана й одержати більшу довжину стріли в робочому положенні.

Цифра на четвертому місці свідчить про порядковий номер моделі крана. Оскільки конструкції кранів безперервно вдосконалюються, то після чергової модернізації до індексу крана додають буквене позначення модернізації (А, Б, В і т.д.). Якщо модернізації не було, позначка відсутня. Як і для баштових кранів, указують кліматичне виконання: ХЛ – для півночі; Т і ТВ – відповідно для сухих та вологих тропіків. Крани автомобільні й на спеціальному шасі мають приблизно однакове компонування» [34].

«В цих кранах вантажозахоплюючий пристрій підвішений до стріли або вантажного візка, який переміщається по стрілі в залежності від зони обслуговування стрілові крани діляться на стаціонарні і пересувні. В залежності

від конструктивних особливостей і області застосування стрілові стаціонарні крани поділяються поворотні на колоні; настінні поворотні, і підвісні поворотні, вантові. Вантовий кран - це поворотний кран стріла якого закріплена, шарнірно, на вертикальній щоглі і утримується в рівновазі за рахунок канатних відтяжок- вантів. До стрілових пересувних кранів відносять: настінні неповоротні і поворотні, велосипедні, баштові, порталні. Стрілові настінні пересувні крани з поворотними або неповоротними стрілами, які переміщуються по однорельсовому наземному шляху і утримуються верхньою направляючою, називаються велосипедними» [35].

Отже аналізуючи вищевикладений матеріал можна сказати, що «основне призначення техніки – звільнення людини від виконання фізично важкої або рутинної (одноманітної) роботи з метою підвищення ефективності і продуктивності праці, раціональнішого використання природних ресурсів, а також зниження ймовірності помилки людини при виконанні складних операцій».

«Області застосування техніки: створення матеріальних і культурних цінностей; вироблення, перетворення і передача різних видів енергії; проведення наукових досліджень; створення і використання різних засобів пересування; тощо».

Алоїз Хунінг, професор Дюссельдорфського університету, вважає: *«Завдання техніки – перетворювати природу і світ людини відповідно до цілей, поставлених людьми на основі їх потреб і бажань. Лише інколи люди можуть вижити без своєї перетворюючої діяльності. Без техніки люди не змогли б упоратися з оточуючим їх природним середовищем. Отже, техніка – це необхідна частина людського існування протягом всієї історії»*. [63]

## 1.10. Аналіз динамічних розрахунків механізму підйому вантажопідйомних машин

«Однією із важливих проблем, які виникають при експлуатації вантажопідйомних машин є коливання вантажу». Вони виникають протягом нестационарних періодів руху. «Враховуючи значну довжину гнучкого підвісу баштових кранів, коливання вантажу довго затухають. Вони знижують ефективність будівельних робіт, оскільки оператору крана необхідно постійно слідкувати за фазою коливань. Крім того, згідно з Правилами охорони праці під час виконання робіт на висоті [37], забороняється знімати вантажні стропи, якщо вантаж не закріплений надійно. Для закріплення вантажу, яке виключає можливість його падіння, перекидання або сповзання, необхідно щоб його коливання були відсутні. Таким чином, коливання вантажу також становлять певну загрозу безпеці праці на висоті.

Питанням усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі займались багато дослідників та вчених. Приведемо аналіз робіт, які були використанні при подальших дослідженнях».

Автори [38-42] провели дослідження різноманітних аспектів стійкості руху мостових кранів, проте належної уваги питанням виникнення й існування усталених автоколивань у механізмах підйому вантажу мостових кранів не було приділено достатньої уваги. У даному дослідженні частково використані результати робіт [38,39,42].

У роботі [43] показано, що під час гальмування в процесі пуску вантажу коефіцієнт динамічності  $K_d$  в пружних елементах кранових механізмів досягає величини 2,5 й більше. Тому суттєве зменшення цього показника є актуальною задачею для конструювання і експлуатації сучасних вантажопідйомних механізмів. Автори [43,44] використовують для аналізу підйому вантажу «з підхватом» двомасову модель, проте у роботі [45] запропонована й обґрунтована також і одномасова модель. Автор [46,47] пропонує кілька режимів руху приводного механізму для підйому вантажу на ділянці пуску, і

обґрунтовує їх на оптимальність щодо динамічних навантажень на механізм підйому вантажу.

Проблемам динамічної оптимізації (мінімізації) навантажень в пружних елементах (канатах) вантажопідйомних машин/кранів для різних умов підйому вантажу («з ваги», «з підхватом») і для різних жорсткостей канату (абсолютно жорсткий, пружний) в межах одно – та двомасових моделей присвячені чисельні публікації [19, 40,43–57]. Зокрема, у вказаних публікаціях встановлено, що під час гальмування у процесі спуску вантажу коефіцієнт динамічності ( $K_d$ ) в пружних елементах кранових механізмів досягає величини 2,5 й більше.

Як показують дослідження різних авторів [43,44,46,47,57], динамічні навантаження, визначені в пружному елементі за допомогою двомасової моделі, всього на 5-10% відрізняються від дійсних динамічних навантажень. Оскільки у цих роботах виявляється вплив різних режимів руху на величину динамічних навантажень, а не визначаються самі навантаження, то використання двомасової моделі є виправданим. Якщо ж виникне потреба визначення більш точного впливу режиму руху на динамічні навантаження в пружному елементі кранового механізму або конструкції, то можуть бути використані моделі з більшою кількістю мас. Так, наприклад, тримасова динамічна модель дає точність визначення динамічних навантажень у межах 2...3% [43]. Однак моделі з меншою кількістю мас дають можливість значно спростити математичні викладки і отримати розв'язки в аналітичній формі.

У роботах [46,47] зазначено, що одним із шляхів зменшення динамічних навантажень у пружних елементах вантажопідйомних машин є вибір необхідних режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів. Вплив різних режимів руху у вказаних вище роботах на динамічні навантаження у пружних елементах вантажопідйомних машин/кранів зазвичай розглядається на прикладі механізму підйому вантажу у межах двомасової моделі без врахування затухання коливань, оскільки в кранових механізмах і конструкціях воно здійснюється протягом значного проміжку часу [43].

Автори [45,57] розглядають кілька еквівалентних схем для розрахунку параметрів руху й натягу у канатах підйомного механізму при підйомі вантажу «з підхватом» (використовується модель пружного канату). Проте, автори вказаних робіт не мінімізують динамічні навантаження у канатах вантажопідйомного механізму, а лише визначають власне вказані навантаження.

У період неусталеного руху у механізмах підйому вантажу кранів постійно виникають динамічні навантаження коливного характеру [58]. Величина й характер цих навантажень залежать від степеня пружності з'єднуючих ланцюгів, величин і розподілу рухомих мас у системі, законів зміни зовнішніх навантажень – рушійних сил і сил опорів. Вплив навантажень на пружну систему призводить й до коливань мас, і у пружних зв'язках виникають динамічні навантаження, особливо у механізмах пересування й повороту при різких пусках і гальмуванні. Значний внесок у розробку питань динаміки вантажопідйомних машин внесли А.А. Вайнсон [59], М.П. Александров [60,61], С.А. Казак [40], М.С. Комаров [62], М.М. Гохберг [52] і др. У цитованих вище роботах розглянуті важливі аспекти функціонування вантажопідйомних кранів, наведені типові розрахункові схеми для моделювання динамічних процесів, що відбуваються у механізмах підйому вантажу, закріпленого на канатах, визначені динамічні коефіцієнти навантажень у пружних елементах тощо. Проте, на думку авторів даного дослідження, питанням оптимізації (мінімізації динамічних навантажень) режимів руху вантажопідйомних механізмів, що функціонують у перехідних (швидкоплинних) умовах, приділено недостатню увагу дослідників. Ці проблеми, задачі слід розв'язувати, використовуючи сучасні, науково обґрунтовані методи (наприклад, методи математичної фізики та класичного варіаційного числення), постійно уточнюючи й вдосконалюючи розрахункові схеми вказаних вище механізмів з наявними у них пружними елементами (канатами), які й приводять до виникнення небажаних коливних процесів у елементах вантажопідйомних кранів і, як наслідок, до динамічних перевантажень цих елементів й інших вузлів.



## Висновки до першого розділу:

1. На основі огляду джерел виявлені основні тенденції в світовій практиці удосконалення та створення транспортуючих машин, передусім конвеєрів, які направлені на:
  - вдосконалення конструкції конвеєрів як в цілому, так і окремих складальних одиниць, модулів тощо;
  - розробка та вдосконалення систем автоматичного контролю та сигналізації;
  - розробка та впровадження систем оптимального керування роботою конвеєра як окремо, так і у складі транспортних ліній.

2. В результаті огляду вищевикладеного матеріалу розглянуто основні види вантажопідйомних машин, а саме різноманітні види кранів. Ознайомились з призначенням, класифікацією, конструкцією (їх будовою), принципом роботи, режимами роботи. Виявлено, що конструкції вантажопідйомних машин відіграють важливу роль при їх роботі.

З проведеного аналізу теоретичних досліджень динаміки та оптимізації руху механізму підйому вантажопідйомних машин встановлено, що для мінімізації динамічних навантажень в системі використовують штучні режими руху приводу. Для отримання цих режимів руху використовують методи оптимізації (варіаційне числення, динамічне програмування, принцип максимуму Понтрягіна).

Тому питання покращення роботи механізмів вантажопідйомних машин є відкритим на сьогоднішній день і потребує уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку, як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

## Список літератури до першого розділу:

1. Спиваковский А.О. Транспортирующие машины / А.О. Спиваковский, В.К. Дьячков. – М., 1983. – 487 с.
2. Іванченко Ф.К. Підйомно-транспортні машини. – К.: Вища школа, 1993. – 413 с.
3. Александров М.П. Подъемно-транспортные машины. – М., 1985. – 520с.
4. Спиваковский А.О. Теория ленточных конвейеров / А.О. Спиваковский, В.Г. Дмитриев. – М., 1982. – 192 с.
5. Расчеты конвейеров. Ч.1, 2. [под ред. канд. техн. наук Дьячкова В.К.] – М.; Отд. научно-техн. информ., 1961. – 142с.
6. Штокман И.Г. Динамика тяговых цепей рудничных конвейеров / Штокман И.Г. – М.: Углетехиздат, 1959. – 290 с.
7. Чугреев, Л.И. Динамика конвейеров с цепным тяговым органом [Текст] / Л.И. Чугреев. – М.: Недра, 1976. – 256 с.
8. Іванченко Ф. К. Динамика металлургических машин / Ф. К. Іванченко, В. А. Красношарпа. – М.: Металургія, 1992. – 234 с.
9. Шахмейстер Л. Г. Теория и расчет ленточных конвейеров / В. Г. Дмитриев, Л. Г. Шахмейстер. – М.: Машиностроение, 1978. – 392 с.
10. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями / Кожевников С.Н. – К.: Из-во АН УССР, 1961. – 160с.
11. Пертен Ю.О. Теоретические основы конвейеров с тягвыми элементами // Пертен Ю.О., Мисаилов В.К., Янтовский Л.И. - Л., 1981. - 277с.
12. Хорольський І.М. Динаміка ланцюгових систем і замкнутих контурів машин неперервного транспорту / Хорольський І.М. – Л.: Вид-во держ. ун-ту «Львівська політехніка», 1999. – 194 с.
13. Кондрахін В.П. Математичне моделювання робочих процесів і оптимізація структури та параметрів породоруйнуючих гірничих машин: автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня док. техн. наук: спец. 05.05.06 “Гірничі машини” / В.П. Кондрахін. – Донецьк, 1999. – 36.

14. Кондрахин В.П. Моделирование пусковых режимов скребкового конвейера типа КСД // Кондрахин В.П., Борисенко В.Ф., Мельник А.А. и др. – Наукові праці Донецького національного технічного університету, вип. 13, Серія: гірничо-електромеханічна. – Донецьк: ДонНТУ. – 2008. – С. 132-140.
15. Harrison A. Non-linear Belt Transient Analysis / A. Harrison // Bulk Solids Handling International Journal, 2008. – No. 3. – PP. 1–7.
16. D. Beavers, D. Morrison. Non-Linear Model for Dynamic Analysis of Conveyors [Електронний ресурс] / D. Beavers, D. Morrison, D. Rea // Sinclair Knight Merz. – Режим доступу: <http://www.skmconsulting.com/Site-Documents/Technical-Papers/Non-Linear-Model-for-Dynamic-Analysis.pdf>.
17. P. Kulinowski. Dynamic start-up calculations for belt conveyors with measured torque curves of fluid couplings / P. Kulinowski // Mine planning and equipment selection 2004: proceedings of the thirteenth international symposium on Mine planning and equipment selection : Wroclaw, Poland, 1–3 September, 2004. – Leiden [etc.] : A. A. Balkema Publishers, 2004. – pp. 443-448.
18. Смехов А. А., Ерофеев Н. И. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с.
19. Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Діктерук М.Г., Пастушенко С.І. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин. - К.-Миколаїв: РВВ МДАУ, 2004. – 286 с.
20. Ловейкін В.С., Нестеров А.П. Динамічна оптимізація підйомних машин. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 291 с.
21. Танатар А.И., Дурнев В.И. Системы электродинамического торможения подъемных кранов. - К.: Техніка, 1982. – 119 с.
22. Виноградов А., Сибирцев А., Журавлев С. Бездатчиковый электропривод подъемно-транспортных механизмов // Силоваяэлектроника – 2007. - №1. - С. 78-84.
23. Дмитриев В.Г., Комарова Н.В. Оптимизация параметров ленточных конвейеров на ЭВМ // Изв. Вузов. Горный журнал, 1984, №6, с. 47-50.

24. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г. Теория и расчет ленточных конвейеров. — М.: Машиностроение, 1987. — 336 с.
25. Комарова Н.В. Алгоритм расчеталенточного конвейера на ЭВМ// Шахтный и карьерный транспорт. — М.: Недра, 1983, вып. 8, с. 50-52.
26. Галкин В.И., Дмитриев В.Г. Трубчатые конвейеры для горной промышленности//Горноеоборудование и электромеханика, 2009, №1, с. 39-45.
27. Дмитриев В.Г., Сергеева Н.В. Определение распределенных сопротивлений движению ленты на прямолинейных участках трассыленточного трубчатого конвейера// Горный информационно-аналитическийбюллетень, 2008, №9, с. 245-249.
28. Дьяченко В.П. Сравнительный анализ критериев оптимизации параметров ленточных конвейеров горнах предприятий// Горный информационно-аналитический бюллетень, 2002, №4, с. 235-236.
29. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. —М.: Наука, 1982.
30. Поліщук Л.К. Вмонтовані гідравлічні приводи конвесрів з гнучким тяговим органом, чутливі до зміни навантаження: монографія / Л.К. Поліщук, О.О. Адлер. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 184 с.
31. Червоненко А. Г. Динамика протяженных горнах транспортных машин / А. Г. Червоненко, А. Г. Раздольский, Ю. В. Заболотный. – К. : Наук. думка, 1983. – 192 с.
32. Дмитриев В. Г. Теоретические основы расчеталенточных конвейеров / В. Г. Дмитриев, А. О. Спиваковский. – М. : Наука, 1977. – 154 с.
33. Підйомно-транспортні машини: Підручник.— К. : Вища шк., 1993.— 413 с: іл. ISBN 5-11-004088-5.
34. Конспект лекцій до вивчення дисципліни "Будівельна техніка" (для студентів рівня підготовки «Бакалавр» напряму підготовки 0921 «Будівництво») Авт. Качура А.О. – Харків: ХНАМГ, 2007 – 101 с.
35. <http://ua.textreferat.com/referat-1121-1.html>

36. <https://studopedia.org/4-60376.html>
37. Правила охорони праці під час виконання робіт на висоті. Х.: Вид-во „Форт”, 2007. 120 с.
38. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1980. – 272 с.
39. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
40. Казак С.А. Динамика мостовых кранов / С.А. Казак – М.: Машиностроение, 1968. – 472 с.
41. Зубов В.И. Устойчивость движения / В.И. Зубов. – М.: Высшая школа, 1973. – 271 с.
42. Лобов Н.А. Об устойчивости движения мостовых кранов / Н.А. Лобов // Трубы МВТУ м.м. Н.Э. Баумана. – 1977. – №225. – с. 3 – 24.
43. Волков Д.П. Динамические нагрузки в универсальных экскаваторах – кранах/Д.П. Волков – М.:Машгиз, 1958. – 269 с.
44. Кожевников С.Н. Динимика нестационарных процессов в машинах/С.Н. Кожевников – К.: Наукова думка, 1986. – 288 с.
45. Новак С.М. Защита от вибрации и шума в строительстве: Справочник/С.М. Новак, А.С. Логвинец – К.: Будівельник, 1990 – 184с.
46. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин – К.: УМК ВО, 1990 – 166 с.
47. Ловейкін В.С. Мінімізація динамічних навантажень в пружних елементах вантажопідйомних машин/ В.С. Ловейкін //Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини – К., 1998 – Вип.52. – с. 63 – 68.
48. Голубенцев Н.А. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами. М. Машгиз. 1959. 147 с.
49. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов. Машиностроение. 1969. 370 с.
50. Вульфсон И.И., Коловский М.З. Динамика машинных агрегатов. Л.: Машиностроение. 1969. 370 с.

51. Комаров М.С. Нелинейные задачи динамики машин. М.: Машиностроение. 1968. 284 с.
52. Гохберг М.М. Металлические конструкции подъемно – транспортных машин. М.: Машиностроение. 1969. 520 с.
53. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов. М.: Машиностроение. 1987. 160 с.
54. Гайдамака В.Ф. Грузоподъемные машины. К.:Вища школа. 1989.328 с.
55. Будиков Л.Я. Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа. Луганск: Изд – во ВУТУ. 1997. 210 с.
56. Гробов В.А. Теория колебаний механических систем. К.: Вища школа. 1982. 183 с.
57. Гоберман Л.А., Степанян К.В., Яркин А.А., Зеленский В.С. Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин. М.: Машиностроение. 1979. 407 с.
58. Иванченко Ф.К. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин / Ф.К. Иванченко, В.С. Бондарев, Н.П. Колесник, В.Я. Барабанов. – Киев: Вища школа, 1978. – 756 с.
59. Вайнсон А.А. Строительные краны / А.А. Вайнсон. – М.: Машиностроение, 1970.
60. Александров М.П. Подъемно-транспортные машины / М.П. Александров. – М.: Высшая школа, 1972.
61. Александров М.П. Грузоподъемные машины / М.П. Александров и др. – М.: Высшая школа, 1973.
62. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин / М.С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1968.
63. <https://uk.wikipedia.org/wiki/Техніка>

## РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН

### 2.1. Аналіз умов існування стаціонарних режимів (автоколювань) при роботі мостових кранів

При роботі вантажопідйомних кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі викликають нерівномірний рух кранів чи вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють незручності при їх експлуатації, що необхідно враховувати при уточнених розрахунках кранів.

У мостових, козлових та деяких інших кранах стандартних параметрів, які переміщуються вздовж рейкового шляху, частота маятникових коливань вантажу відносно крана суттєво нижче частоти пружних коливань кранової металоконструкції й трансмісії механізму пересування. Навіть при малій довжині виска канатів (не більше трьох метрів) частота маятникових коливань вантажу не перевищує  $(2...2,6) \frac{rad}{c}$ , у той час як частота пружних коливань кранів у кілька разів, а то й у десятки разів більше.

Отже, маятникові коливання вантажу можна вважати практично незалежними від пружних коливань крана й при їх розрахунку металоконструкцію й трансмісію механізму пересування можна приймати абсолютно жорсткими. При визначенні динамічних навантажень, діючих на металоконструкцію й трансмісію механізму пересування, закон зміни горизонтальної складової натягу канатів, який виникає у результаті маятникових коливань вантажу, можна задати у вигляді відомої функції часу, визначеної по схемі абсолютно жорсткого крану. Зазвичай цей прийом дозволяє знизити порядок рівнянь руху кранової динамічної системи на дві одиниці [1].

Використання мехатронних систем управління рухом вантажних візків мостових кранів дозволяє суттєво зменшити, або, практично, позбутись

небажаних маятникових коливань вантажу, які неминуче виникають у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсування) роботи вантажопідйомних механізмів. Проте для визначення стійкості станів рівноваги у цих випадках управління рухом візків мостових кранів не можна користуватись лінеаризованими рівняннями, які описують малі рухи у околі цих станів. Такий аналіз дозволяє лише виявити початкові тенденції збурених рухів, але – у випадках нестійкостей руху – не дозволяє прослідкувати подальший розвиток процесу руху при збільшенні відхилень.

Дослідження руху «у великому» в принципі не можливе за допомогою лінеаризованих рівнянь: нелінійні члени рівнянь (у даній задачі вони обумовлені існуванням сухого (кулонівського) тертя між візком й рейками), які зазвичай досить малі при малих відхиленнях системи від стану рівноваги, починають грати все більшу (значну) роль при збільшенні (зростанні) відхилень; при цьому вид не лінійності суттєво впливає на характер процесу при необмеженому зростанні часу. Зокрема, у багатьох випадках зростання коливань поступово сповільнюється й рух прямує до деякого стаціонарного режиму – режиму автоколивань [2,3]. На думку авторів даного дослідження, питання існування стаціонарних режимів (автоколивань) при пуску/гальмуванні вантажопідйомних механізмів кранів, які моделюються механічною системою типу «вантажний візок – канат – вантаж» (мостового) крану вивчені недостатньо й вимагають подальшого всебічного дослідження.

Задача полягає у встановленні основних закономірностей руху, умов виникнення й стійкості автоколивань вантажопідйомних механізмів мостових кранів у процесах їх пуску/гальмування за наявності сил сухого тертя, що виникають при русі вантажного візка вдовж рейкового шляху, у межах моделі роботи [4]. При цьому, для досягнення мети роботи використовуються підходи автора [3] (метод припасовування та спосіб поетапного інтегрування для пусково – лінійних систем).

1. Розрахунок маятникових коливань вантажу на канатах за схемою двомасової моделі (із врахуванням сил сухого тертя).



У якості аналогової схеми маятникових коливань вантажу використовуємо приведену динамічну систему (рис. 2.1) робота [4]. (позначення вказаної моделі збережені у даному дослідженні).

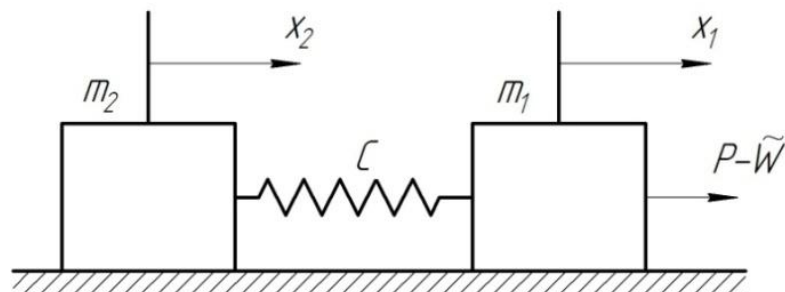


Рис. 2.1. Аналогова схема маятникових коливань вантажу мостового крана

На (рис. 2.1) введені наступні позначення:  $m_1$  – маса крана чи вантажного візка, приведена до поступального переміщення крана чи візка;  $m_2$  – маса вантажу;  $G = m_2 \cdot g$  – вага вантажу;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $P$  – сумарне тягове чи гальмівне зусилля приводних коліс крана чи візка;  $\tilde{W}$  – сила опору пересуванню крана чи візка (має нелінійний характер) й описується законом Кулона – Амонтона (сухого тертя));  $x_1$  й  $x_2$  – горизонтальне переміщення мас  $m_1$  й  $m_2$ ;  $s$  – сумарний натяг канатів;  $\varphi$  – кут відхилення канатів від вертикалі;  $T$  – горизонтальна складова зусиль у канатах;  $H$  – довжина виска канатів.

Оскільки максимальні відхилення канатів від вертикалі не перевищують  $(10 \dots 12)^\circ$ , приймаємо  $\sin \varphi \approx \varphi$ ,  $\cos \varphi \approx 1,0$ . Із врахуванням цього припущення [4]:  $x_2 = x_1 + H \cdot \varphi$ ,  $s = G = m_2 g$ , а горизонтальна складова натягу канатів має вид:

$$T = s \cdot \varphi = m_2 g \cdot (x_2 - x_1) / H. \quad (2.1)$$

Рівняння руху крана має вид:

$$m_1 \ddot{x}_1 + \frac{m_2 g}{H} \cdot (x_1 - x_2) = P - \tilde{W}, \quad \tilde{W} = W \cdot \text{sign}(\dot{x}_1), \quad (2.2)$$

а рівняння руху вантажу у горизонтальному напрямку:

$$m_2 \ddot{x}_2 + \frac{m_2 g}{H} \cdot (x_2 - x_1) = 0. \quad (2.3)$$

У (2.2)  $W$  – амплітуда сили сухого тертя ковзання.

На схемі, зображеній на (рис. 2.1), в межах приведеної динамічної системи, маса  $m_2$  ковзає вповдовж опорної поверхні без тертя. Рух цієї системи описується наступними рівняннями:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + C \cdot (x_1 - x_2) = P - W \cdot \text{sign}(\dot{x}_1); \\ m_2 \ddot{x}_2 + C \cdot (x_2 - x_1) = 0. \end{cases} \quad (2.4)$$

Порівнюючи систему (2.4) з системою рівнянь (2.2) й (2.3) бачимо, що обидві системи ідентичні, якщо прийняти  $C = m_2 g / H$ . Звідси випливає, що динамічна дія вантажу, який коливається, на кран (чи візок) аналогічна дія вантажу, прикріпленого за допомогою пружини із жорсткістю, яка чисельно дорівнює  $G/H$ . Ця аналогія дозволяє наочно оцінити вплив вантажу, який розгойдується, на рух крану. Коли  $x_2 > x_1$ , вантаж що відхиляється, збільшує сили опору пересуванню крану. Коефіцієнт  $C = G/H$  можна назвати аналогом коефіцієнту поперечної жорсткості канатів.

1.1 Модель Н.А. Лобова [4] руху крана із гнучко підвішеним вантажем у період його розгону. Уточнений варіант. Оскільки період маятникових коливань вантажу більше чи одного порядку з тривалістю у часі розгону крана, при розв'язуванні (2.4) можна прийняти, що рушійна сила приводного двигуна механізму пересування постійна й дорівнює середньому пусковому значенню. Крім того, врахуємо, що у системі «вантажний візок – канат – вантаж» на візок

й на вантаж діють сили в'язкого тертя, пропорційні відповідно до швидкості руху візка ( $b \cdot \dot{x}_1$ ) й швидкості руху вантажу ( $b \cdot \dot{x}_2$ ). Тут, у формулі для сили в'язкого тертя  $b$  – коефіцієнт в'язкого опору. Оскільки при виконанні умови  $\dot{x}_2 > \dot{x}_1$  сили сухого тертя сприяють рухові візка, а не гальмують його, правильніше, на думку авторів даного дослідження для  $\tilde{W}$  використовувати формулу:  $\tilde{W} = W \cdot \text{sign}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$ . Далі, зважаючи на все, що наведене вище, систему рівнянь, які описують рух вантажопідйомного механізму мостового крану вповодж рейкового шляху, можна звести до одного рівняння другого порядку відносно різниці переміщень мас  $q = x_1 - x_2$ :

$$\ddot{q} + \tilde{b} \cdot \dot{q} + \omega^2 \cdot q = \{P - W \cdot \text{sign}(\dot{q})\} / m_1, \quad (2.5)$$

де:  $q$  – горизонтальне переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу;

$\omega^2 = \left\{ \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{m_1 \cdot H} \right\}^1$  – квадрат частоти власних маятникових коливань вантажу

відносно крана у період розгону;  $\tilde{b} = b \cdot \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$ .

Власні коливання системи «вантажний візок – канат – вантаж» мостового крану (при  $P \equiv 0$ ) описується наступним рівнянням:

$$\ddot{q} + \tilde{b} \cdot \dot{q} + \omega^2 \cdot q + \frac{W}{m_1} \cdot \text{sign}(\dot{q}) = 0. \quad (2.6)$$

Введемо позначення:  $h = \tilde{b}/2$ ,  $k_* = \sqrt{\omega^2 - h^2}$ .

Якщо  $\dot{q} > 0$ , тоді рівняння (2.6) перетворюється у:

$$\ddot{q} + \tilde{b} \cdot \dot{q} + \omega^2 \cdot q = -\frac{W}{m_1}. \quad (2.7)$$

Якщо  $\dot{q} < 0$ , тоді замість (2.6) матимемо:

$$\ddot{q} + \tilde{b} \cdot \dot{q} + \omega^2 \cdot q = + \frac{W}{m_1}. \quad (2.8)$$

Розв'язок рівняння (2.7) за початкових умов  $q|_{t=0} = A_o$ ,  $\dot{q}|_{t=0} = 0$  має вид:

$$q = \left( A_o + \frac{W}{m_1 \cdot \omega^2} \right) \cdot e^{-ht} \cdot \left\{ \cos(k_* \cdot t) + \frac{h}{k_*} \sin(k_* \cdot t) \right\} - \frac{W}{m_1 \omega^2}. \quad (2.9)$$

Далі знаходимо швидкість:

$$\dot{q} = - \left( A_o + \frac{W}{m_1 \cdot \omega^2} \right) \cdot e^{-ht} \cdot \frac{k_*^2}{k_*^2} \cdot \sin(k_* \cdot t), \quad k \equiv \omega. \quad (2.10)$$

Момент часу, коли швидкість перетворюється у нуль визначається з рівняння:

$$k_* \cdot t_1 = \pi, \quad (2.11)$$

причому координати  $q$  приймає значення:

$$q = A_{1/2} = -A_o \cdot \exp\left(-\frac{\pi h}{k_*}\right) - \frac{W}{m_1 \omega^2} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\pi h}{k_*}} \right). \quad (2.12)$$

На наступному інтервалі часу швидкість від'ємна, й замість (2.6) маємо (2.8).

Для цього інтервалу часу при переміщеному у точку  $t_1$  початку відліку часу маємо:

$$\begin{cases} q = \left( A_{1/2} - \frac{W}{m_1 \omega^2} \right) \cdot e^{-ht} \cdot \left\{ \cos(k_* t) + \frac{h}{k_*} \sin(k_* t) \right\} + \frac{W}{m_1 \omega^2}, \\ \dot{q} = - \left( A_{1/2} - \frac{R}{c} \right) \cdot e^{-ht} \cdot \frac{k_*^2}{k_*^2} \sin(k_* t). \end{cases} \quad (2.13)$$

Коли  $\dot{q} = 0$  знову ( $t = \tilde{t}_1$ ), виконується рівність:

$$k_* \cdot \tilde{t}_1 = \pi, \quad (2.14)$$

а координата  $q$  дорівнює:

$$q = A_1 = -A_{1/2} \cdot e^{-\pi h/k_*} + \frac{W}{m_1 \omega^2} \cdot (1 + e^{-\pi h/k_*}). \quad (2.15)$$

Підставляючи сюди вираз (2.12) знайдемо зв'язок між двома послідовними додатними відхиленнями ( $q > 0$ ):

$$A_1 = A_o \cdot \exp\left\{ -\frac{2\pi h}{k_*} \right\} + \frac{W}{m_1 \omega^2} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\pi h}{k_*}} \right)^2 \quad (2.16)$$

причому тривалість одного циклу (період автоколивань) складає  $2\pi/k_*$ . У стаціонарному режимі повинно бути  $A_1 = A_o = A_{cm}$ . Звідси знаходимо:

$$A_{cm} = \frac{W_1}{m_1 \omega^2} \cdot \frac{(1 + e^{-\pi h/k_*})}{(1 - e^{-\pi h/k_*})} = \frac{W}{m_1 \omega^2} \cdot \operatorname{cth}\{\pi h/(2k_*)\}. \quad (2.17)$$

При малих значеннях відношення  $h/k_*$ , тобто  $h/k_* \ll 1$ , можна вважати, що амплітуда стаціонарних власних автоколиваний системи «вантажний візок – канат – вантаж» мостового крану складає:

$$A_{cm} \approx \frac{2 \cdot W \cdot k}{m_1 \cdot \omega^2 \cdot \pi \cdot l} = \frac{2 \cdot W \cdot \omega}{m_1 \cdot \omega^2 \cdot \pi \cdot (\tilde{b}/2)} = \frac{4W}{m_1 \cdot \omega \cdot \pi \cdot \tilde{b}}. \quad (2.18)$$

Період таких власних автоколиваний розглядуваної системи складає:

$$T_{автоок} = 2\pi/k_* = 2\pi/\sqrt{\omega^2 - h^2}. \quad (2.19)$$

При  $h/k_* \ll 1$  замість (2.19) маємо:

$$T_{автоок} = \frac{2\pi}{\omega} = T_{власн}, \quad (2.20)$$

де  $T_{власн}$  – період власних коливаний системи, тобто у даному випадку виникає резонанс автоколиваний розглядуваної системи з її власними коливаннями. Залежність  $q(t)$  та сили опору  $F(\dot{q})$  за наявності сил в'язкого й сухого тертя у системі наведені на (рис. 2.2).

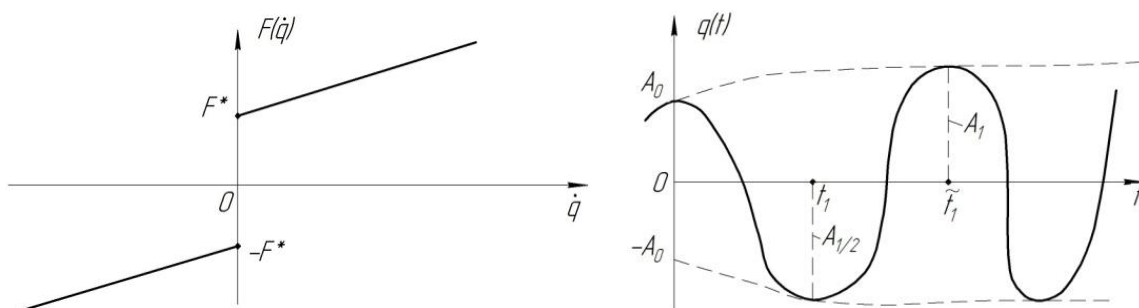


Рис. 2.2. Залежність сили опору  $F(\dot{q})$  та  $q(t)$ : а –  $F(\dot{q})$ ; б –  $q(t)$ .

На (рис. 2.2)  $F^* = \left(\frac{W}{m_1}\right) \cdot m_1 \equiv W$ .

## 1.2. Аналіз автоколивань при $P \neq 0$ .

При аналізі автоколивань системи у цьому випадку можна використати попередній підхід, реалізований у п. 1.1.

Значення амплітуди стаціонарних коливань (автоколивань) системи буде мати вигляд:

$$\tilde{A}_{cm} = \frac{W}{m_1 \omega^2} \cdot \frac{(1 + e^{-\pi h/k_*})}{(1 - e^{-\pi h/k_*})} + \frac{P}{m_1 \omega^2} = \frac{W}{m_1 \omega^2} \cdot \operatorname{cth} \left\{ \frac{\pi h}{2k_*} \right\} + \frac{P}{m_1 \omega^2}. \quad (2.21)$$

Формула для  $T_{автоок}$  (2.19), (2.20) та умови виникнення резонансу автоколивань системи з її власними коливаннями залишаються тимиж самими.

2. Аналіз умов виникнення стаціонарних автоколивань у механічній системі «вантажний візок – канат – вантаж» мостового крана у разі виникнення зупинки візка внаслідок його нараження на випадкову перешкоду.

Розглянемо поведінку системи, зображеної на (рис. 2.1), при умові  $P - \tilde{W} = 0$  й спільному синхронному русі візка й вантажу зі швидкістю  $V_0$ , забезпеченою мехатронними системами управління, у разі нараження візка на випадкову перешкоду, розміщену на рейковому шляху. У цьому випадку ведучим ланцюгом є вантаж на канаті, який через пружину  $C$  приводить до руху візка ( $m_1$ ). Між візком і поверхнею, вдовж котрої він ковзає, розвивається сила сухого тертя (в'язким тертям нехтуємо); характеристика тертя має вид, зображений на (рис. 2.3), й схематично відображає відому з експериментів відмінність між граничною силою тертя спокою ( $R_1$ ) й силою тертя руху ( $R_2$ ),  $R_2 < R_1$ .

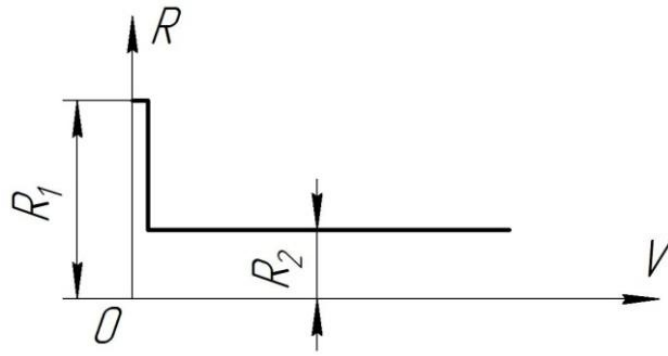


Рис. 2.3. Залежність сили тертя ( $R$ ) від  $V$  (швидкості руху тіла).

Введемо наступні позначення:  $V_o$  – швидкість руху ведучого ланцюга (у даному випадку це вантаж на канаті);  $C$  – коефіцієнт жорсткості пружини,  $C = \frac{m_2 g}{l}$ , де  $m_2$  – маса вантажу;  $l$  – довжина канату;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $m_1$  – маса візка;  $\Omega^2 = C \cdot \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$ ;  $R_1$  – гранична сила тертя спокою;  $R_2$  – сила тертя руху. Зрозуміло, що можливий такий рух розглядуваної системи, при якому швидкість візка також дорівнює  $V_o$  (це забезпечують мехатронні системи управління). При цьому пружина (канат) стиснута постійною силою  $P$ , яка дорівнює силі тертя руху  $R_2$ . Однак, як можна впевнитись нижче, цей режим може виявитись нестійким й при певних обставинах навколо нього виникають автоколивання.

Якщо швидкість  $V_o$  невелика, тоді будь – яка випадкова перепона може виявитись достатньою для зупинки візка. Розглянемо, що відбувається після цього моменту.

Вихідна математична модель руху даної системи має наступний вид:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + C(x_1 - x_2) = F(t) - R_2 \cdot \text{sign}(\dot{x}_1); \\ m_2 \ddot{x}_2 + C(x_2 - x_1) = 0, \end{cases} \quad (2.22)$$

де  $F(t)$  – рушійна сила, прикладена до візка ( $m_1$ ). Величини  $x_{1,2}$  введені вище у моделі (2.4).



Введемо позначення:  $s = x_1 - x_2$ ;  $\dot{s} = \dot{x}_1 - \dot{x}_2$ ;  $\ddot{s} = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2$ , тоді замість (2.22) на етапі руху зі стану спокою ( $\dot{x}_1 > 0$ ) маємо:

$$\ddot{s} + \Omega^2 \cdot s = \frac{F(t)}{m_1} - \frac{R_2}{m_1}. \quad (2.23)$$

Будемо вважати, що на етапі розгону  $F(t) = F_o$  [4], тоді розв'язок (2.23) шукаємо у вигляді:

$$s(t) = \tilde{A}_1 \cdot \sin(\Omega t) + \tilde{A}_2 \cdot \cos(\Omega t) + \frac{F_o - R_2}{m_1 \Omega^2}, \quad (2.24)$$

де  $\tilde{A}_1$  й  $\tilde{A}_2$  – константи, що визначаються з початкових умов задачі.

Оскільки до зупинки, викликаною випадковою перепоною на рейковому шляху візка, рух візка й вантажу був синхронним (це забезпечує мехатронна система керування режимом роботи двигуна візка), тоді:  $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = V_o$  й  $\dot{s} = 0$ ,  $x_1 = x_2$  й  $s = 0$ . Будемо відлік часу вести саме від цього моменту. Тоді із врахуванням даних початкових умов розв'язок (2.24) має наступний вигляд:

$$s(t) = \frac{(F_o - R_2)}{m_1 \Omega^2} \cdot [1 - \cos \Omega t], \quad \dot{s}(t) = \frac{(F_o - R_2)}{m_1 \cdot \Omega^2} \cdot \Omega \cdot \sin \Omega t. \quad (2.25)$$

При рівномірному русі візка (до його повної зупинки перед випадковою перепоною на рейковому шляху)  $F_o = R_2$ , тому  $\dot{s}(t) = 0$  й рух дійсно рівномірний (у візка й у вантажу, тобто  $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = V_o$ ).

Після зупинки візка ведучим ланцюгом стає вантаж  $m_2$  на канаті, який буде розтягувати пружину  $C$  до тих пір, поки сила розтягу  $P(t)$  не зрівняється з силою тертя спокою  $R_1$ . Після цього відбувається зрив вантажного візка, причому сила тертя миттєво зменшується до значення  $R_2$ . Але сила розтягу

пружини у перший момент руху візка, який почнеться, буде все ще рівною  $R_1$ , й відповідно, рівновага сил, діючих на вантажний візок, порушується.

Якщо сумістити з моментом зриву візка початок відліку часу  $t=0$ , а також прийняти до уваги, що у цей момент  $s$ , як і швидкість  $\dot{s}$ :  $s(0)=0$ ,  $\dot{s}(0) \neq 0$  (відлік переміщень будемо вести від місця зупинки вантажу), а  $\dot{s}|_{t=0} = -V_o$ , бо  $\dot{x}_1 = 0$ ,  $\dot{x}_2 = V_o$ .

Розглянемо тепер процес наступного руху (після раптової зупинки на рейках вантажного візка). До деякого моменту часу  $t > 0$  довжина пружини  $C$  зміниться на відрізок  $s + V_o \cdot t$  і відповідно сила пружності пружини зменшиться до значення:

$$P(t) = R_1 - C(s + V_o t) = R_1 - Cs - CV_o t. \quad (2.26)$$

Таким чином, диференціальне рівняння руху візка масою  $m_1$  запишеться у вигляді:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 = R_1 - C \cdot s - C \cdot V_o t - R_2, \quad (2.27)$$

або:

$$\ddot{x}_1 = \frac{R_1}{m_1} - \frac{C \cdot s}{m_1} - \frac{C \cdot V_o t}{m_1} - \frac{R_2}{m_1}, \quad (2.28)$$

Після введення заміни  $\omega_{o1}^2 = \frac{C}{m_1} = \frac{m_2 g}{l \cdot m_1} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{g}{l}$  рівняння (2.28) можна записати наступним чином:

$$\ddot{x}_1 + \omega_{o1}^2 \cdot s = -\frac{C \cdot V_o \cdot t}{m_1} + \frac{(R_1 - R_2)}{m_1}. \quad (2.29)$$

Аналогічним чином рівняння для  $x_2$  набуває виду:

$$\ddot{x}_2 + \omega_{o2}^2 \cdot s \cdot (-1) + (-1) \cdot \frac{C \cdot V_o \cdot t}{m_2} = 0, \quad \omega_{o2}^2 = \frac{C}{m_2} = \frac{m_2 g}{m_2 \cdot l} = \frac{g}{l} \quad (2.30)$$

З рівняння (2.29), (2.30) складаємо систему:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \omega_{o1}^2 \cdot s = -\frac{C \cdot V_o \cdot t}{m_1} + \frac{(R_1 - R_2)}{m_1}; \\ \ddot{x}_2 - \omega_{o2}^2 \cdot s = \frac{C \cdot V_o \cdot t}{m_2}. \end{cases} \quad (2.31)$$

Цю систему (2.31) дуже легко звести до даного диференціального рівняння:

$$\ddot{s} + (\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2) \cdot s = -(\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2) \cdot V_o \cdot t + \frac{(R_1 - R_2)}{m_1}. \quad (2.32)$$

Розв'язок (2.32) із врахуванням початкових умов:  $s(0) = 0$ ,  $\dot{s}(0) = -V_0$  має вид:

$$s(t) = \frac{(R_1 - R_2)}{m_1(\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2)} \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ \sqrt{\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2} t \right] \right\} - V_o t. \quad (2.33)$$

Тоді для кожного з елементів системи ( $m_1$  й  $m_2$ ) маємо наступні диференціальні рівняння:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\omega_{o1}^2 \cdot s(t) - \frac{C V_o t}{m_1} + \frac{(R_1 - R_2)}{m_1}; \\ \ddot{x}_2 = \omega_{o2}^2 \cdot s(t) + \frac{C V_o t}{m_2}. \end{cases} \quad (2.34)$$

Розглянемо, як виглядає закон руху візка, за початкових умов:  $x_1(0) = 0$ ,  $\dot{x}_1(0) = 0$ . Для цього треба проінтегрувати перше рівняння системи (2.34).

Закон руху візка  $x_1(t)$  має наступний вид:

$$x_1(t) = \frac{\omega_{o1}^2 \cdot (R_1 - R_2)}{m_1(\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2)^2} \cdot \left[ 1 - \cos\left\{ \sqrt{\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2} \cdot t \right\} \right] + \frac{(R_1 - R_2)}{m_1} \cdot \frac{\omega_{o2}^2 \cdot t^2}{2 \cdot (\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2)}. \quad (2.35)$$

Отже, після зупинки рух візка буде носити коливний характер і віддаляться від точки початку руху ( $x_1 = 0$ ). Рівність (2.35) можна записати інакше:

$$x_1(t) = \frac{(R_1 - R_2) \cdot \omega_{o1}^2}{m_1 \cdot (\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2)^2} \cdot 2 \cdot \sin^2 \left\{ \frac{\sqrt{\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2} \cdot t}{2} \right\} + \frac{(R_1 - R_2) \cdot \omega_{o2}^2 \cdot t^2}{2m_1 \cdot (\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2)}. \quad (2.36)$$

Рис. 2.4 відображає закон руху вантажного візка  $x_1(t)$  (2.36) після того, як буде здолана перепона (випадкова), що з'явилась на рейковому шляху.

У точках, де виконується співвідношення:

$$\frac{\sqrt{\omega_{o1}^2 + \omega_{o2}^2} \cdot t_i}{2} = \frac{\pi}{2} + i\pi, \quad i = 0, 1, 3, 4, \dots \quad (2.37)$$

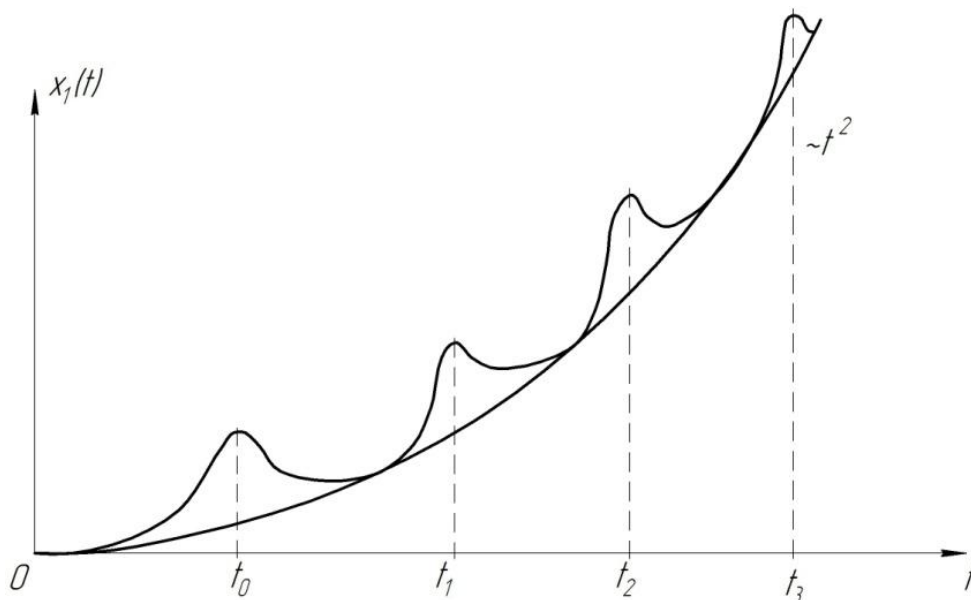


Рис. 2.4. Закон руху  $x_1(t)$  (2.36).

з'являються локальні максимуми  $x_1(t)$ , що лежать без посередньо на параболі ( $\sim t^2$ ).

## **2.2. Використання розв'язків «кембріджських задач» про рух ланцюгів (А. Келі та Г. Букуа) у аналізі коливань канатів вантажопідйомних кранів при підйомі вантажу «з підхватом»**

Відомо [5,6], що найбільші вертикальні динамічні навантаження у мостових кранах супроводжують підйом вантажу з жорсткої основи («підйом з підхватом»), який включає три етапи [7 – 10]: перший – етап холостого ходу, коли маса частин приводу, які обертаються, під впливом сили приводу вибирає сумарний зазор у канатах й приводі; другий етап – розвиток навантаження у канатах до зусилля у них яке дорівнює вазі вантажу, причому маса вантажу протягом другого етапу знаходяться у стані спокою; третій етап – спільний рух всіх пружно зв'язаних мас системи.

На першому етапі вибирається зазор у канатах і приводі, а динамічні напруження у металоконструкції й у канатах відсутні. При «підйомі з підхватом» вантажу у початковий момент деформація канату дорівнює нулю (оскільки вага вантажу сприймається основою [6]), але приведена маса приводу у процесі вибору слабину канату має швидкість, яка дорівнює чи близька до номінальної швидкості підйому вантажу. Зрозуміло, що маса канату, причепленого до виска кранової підвіски, весь час змінюється (на першому етапі підйому вантажу). Тобто ця задача відноситься до задач динаміки тіл змінної маси, зокрема, т.з. «кембріджських задач» про рух ланцюгів [11].

Розв'язок задач про вертикально рухомі важкі ланцюги (модель канату підйомного механізму крана) зазвичай спитається на наступні спрощені, але, взагалі кажучи, природні модельні уявлення: 1) під ланцюгом тут розумітимемо однорідну матеріальну лінію, котра не створює супротив щодо згину та стискування, але має абсолютну жорсткість при розтягуванні, тобто, по суті, використовується модель нерозтяжної нитки; 2) розглядаються тільки такі рухи, при котрих рухома частина ланцюга має форму прямої лінії; 3) та частина ланцюга, яка знаходиться у спокої, укладена таким чином, що елементи цієї частини здійснюють рух, тобто приєднуються до рухливої частини ланцюга, не

одночасно, а по чергово (схема І.В. Мещерського [15]); 4) приєднання чергового елемента (ланки) до рухомої частини ланцюга здійснюється ударним чином – швидкість елемента миттєво змінюється від нуля до значення швидкості  $V$  рухомої частини ланцюга. (Якщо  $ds$  – довжина елемента ланцюга,  $q$  – вага одиниці довжини ланцюга,  $g$  – прискорення вільного падіння, тоді за час  $dt$  елемент, що приєднався, набуває кількості руху / імпульсу  $q \cdot V \cdot \frac{ds}{g}$ ; відбувається це під дією елементарного імпульсу сили  $N$ , прикладеної до елемента з боку рухомої частини ланцюга. Таким чином, можна записати  $q \cdot V \cdot \frac{ds}{g} = N \cdot dt$ . Звідси випливає, що у акті приєднання на елемент діє сила  $N = q \cdot V^2 / g$ , яка спрямована у бік руху ланцюга. Така ж за значенням, але зворотно спрямована сила діє на рухому частину ланцюга з боку приєданого елемента (за сучасною термінологією – це реактивна сила). Зрозуміло, що у будь – який інший момент часу внутрішні сили  $\pm N$  діють у іншому «матеріальному перерізі», а саме у тому, котрий у даний момент знаходиться на границі між рухомою та нерухомою частиною ланцюга. Схема дії сил наведена на (рис. 2.5), окремо показані: площина а) ; елемент, що приєднується б); рухома частина ланцюга в)).

Такими є схематизовані уявлення, котрими зазвичай користуються при розв’язуванні задач про рух ланцюгів. Саме внаслідок приєднання елементів довжина рухомої частини ланцюга (канату) виявляється змінною величиною, й названі задачі слід розв’язувати, виходячи з залежностей, що відносяться до поступального руху тіл змінної маси («точки» змінної маси).

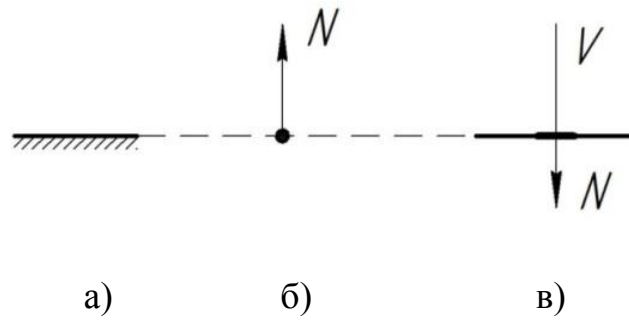


Рис. 2.5. Ланцюг/канат, який захоплюється й рухається вгору: а) рухома частина ланцюга на опорі не діє; б) на черговий приєднаний елемент ланцюга діє сила  $N$  з боку рухомої частини ланцюга; в) на рухома частину ланцюга діє реалізація  $N$  приєднаного елемента.

Для розв'язку можна використати теорему про зміну кількості руху, але ми будемо у даному дослідженні у подальшому виходити з рівняння Мещерського [15]; у проекції на вісь, вдовж котрої відбувається рух, це рівняння стосовно нашої задачі (перший етап підйому вантажу «з підхватом») можна записати наступним чином:

$$m \frac{dV}{dt} = P - \frac{dm}{dt} \cdot V, \quad (2.38)$$

де  $m$  – змінна маса рухомого тіла (канату),  $P$  – проекція прикладеної до тіла зовнішньої сили,  $V$  – проекція швидкості тіла,  $t$  – час.

У роботі [11] розв'язані задачі А. Келі (про вільно (без тертя) сповзаючий ланцюг зі стола за рахунок власної ваги ланцюга) та Г. Букуа (про складений у кутку важкий ланцюга, що лежить на горизонтальній площині, до якого прикладена спрямована вертикально угору постійна сила  $P_0$ , котра залучає до руху за собою весь час збільшувану за розмірами частину ланцюга; треба знайти рух кінця ланцюга, до якого прикладена сила). Фактично, задача Г. Букуа є моделлю для розгляду руху канату при підйомі вантажу «з підхватом». Результати робіт, цитованих вище, будуть

частково використані у даному дослідженні. Схема до задачі Г. Букуа зображена на (рис. 2.6).

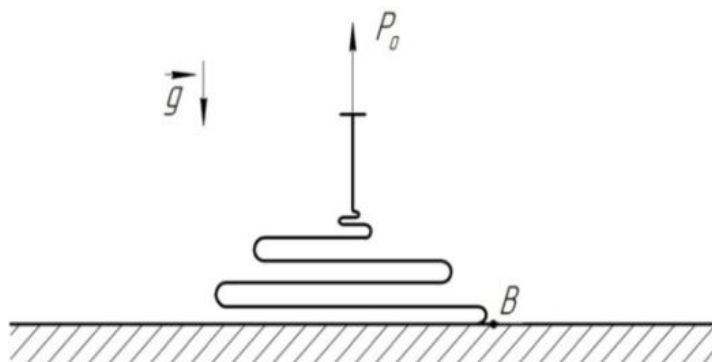


Рис. 2.6. Схема до задачі Г. Букуа

1. Аналітичний розв’язок задачі Г. Букуа в уточненій постановці. Автор [12-14] вказав, що у записах розв’язку задачі Г. Букуа припустився помилки. Тому, у даному дослідженні викладені результати розв’язку задачі Г. Букуа з урахуванням цієї обставини.

Схема задачі Г. Букуа, яка моделює рух канату при підйомі вантажу «з підхватом», зображена на (рис. 2.6). Формулювання (постановка) задачі Г. Букуа зводиться до наступного. На горизонтальній площині поблизу точки  $B$  складений у кут у важкий однорідний ланцюг (модель канату вантажопідйомного механізму крана). До одного з його кінців миттєво прикладена спрямована вертикально вгору постійна сила  $P_0$ , яка захоплює за собою частину ланцюга, яка весь час збільшується у розмірах. Слід знайти рух кінця ланцюга (канату), до якого прикладена сила. (Фактично слід визначити закон руху кінця канату вантажопідйомного крана, котрий з’єднаний з крюковим виском, і працює на підйом вантажу «з підхватом» на стадії вибору слабини канату).

Використаємо рівняння Мещерського (2.38), поклавши  $m = \frac{q}{g} \cdot x -$  маса рухомої частини ланцюга,  $P_0 - q \cdot x -$  рівнодіюча сил ваги й заданої



сили,  $x$  – координата, що відраховується вгору від названої нерухомої площини, і співпадає з кінцем ланцюга/канату, який рухається,  $V$  – швидкість кінця ланцюга,  $q$  – вага одиниці довжини ланцюга. Зробивши заміну  $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot V$ , матимемо з (2.38) диференціальне рівняння, яке зв'язує швидкість  $V$  й координату  $x$ :

$$x \cdot \left( V \cdot \frac{dV}{dx} + g \right) + V^2 = \frac{P_o \cdot g}{q}. \quad (2.39)$$

Інтегрування (2.39) дає наступний результат [11-14]:

$$V = \sqrt{A + B \cdot x + \frac{C}{x^2}}. \quad (2.40)$$

Введемо заміну:  $Z = V^2$ , тоді матимемо:  $\frac{dV}{dx} \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \frac{dz}{dx}$ ; при цьому замість (2.39) матимемо лінійне рівняння:

$$\frac{dZ}{dx} + \frac{2Z}{x} = \frac{2P_o \cdot g}{q \cdot x} - 2g. \quad (2.41)$$

Розв'язком відповідного (2.41) однорідного рівняння є:

$$Z^* = \frac{C}{x^2}, \quad C = const, \quad (2.42)$$

а частинний розв'язок (2.41) має вид:

$$Z^{**} = \frac{P_o \cdot g}{q} - \frac{2gx}{3}. \quad (2.43)$$

Остаточно загальний розв'язок (2.39) записується у формі:

$$V = \sqrt{Z^* + Z^{**}} = \sqrt{\frac{P_o \cdot g}{q} - \frac{2gx}{3} + \frac{C}{x^2}}, \quad (2.44)$$

що відповідає (2.40).

Для визначення постійної  $C$  слугує умова обмеженості значення  $V$  на початку руху, коли  $x=0$ . Звідси випливає, що  $C=0$ , і остаточно для швидкості руху матимемо:

$$V = \left\{ \frac{P_o \cdot g}{q} - \frac{2gx}{3} \right\}^{1/2}. \quad (2.45)$$

Слід зазначити, що початкова швидкість (відповідає  $x=0$ ) дорівнює не нулю, а значенню:

$$V_o = \left( \frac{P_o \cdot g}{q} \right)^{1/2}. \quad (2.46)$$

Пояснення цього миттєвого стрибка швидкості можна отримати з наступних міркувань щодо розв'язку узагальненої задачі А. Келі [11]. Справа у тому, що нескінченно малий імпульс зовнішньої сили  $P_o \cdot dt$ , який відповідає першому нескінченно малому проміжку часу  $dt$ , діє тільки на нескінченно малу масу першого («головного») елемента ланцюга і тому викликає скінчений приріст його швидкості. Можна сказати, що вже у першу мить відбувається удар – у самому прямому сенсі цього слова, – але цей удар сприймає лише нескінченно малий елемент ланцюга. Справді, кількість руху названого елемента ланцюга після його приєднання визначається виразом  $q \cdot dx \cdot V_o / g = q \cdot V_o^2 \cdot dt / g$ , тоді згідно з теоремою про зміну кількості руху можна записати, що  $P_o \cdot dt = q \cdot V_o^2 \cdot dt / g$ . Звідси випливає формула (2.46).

Далі, з (2.45) можна визначити, що зі зростанням координати  $x$  швидкість буде поступово зменшуватись від початкового значення (2.46) й при  $x = x_1 = 3 \cdot P_o / (2q)$  перетвориться у нуль. На цьому закінчується перший етап руху ланцюга/канату.

Але при  $x = x_1$  вага вертикальної ділянки ланцюга у півтора рази перевищує значення сили  $P_o$ , і тому одразу після завершення першого етапу починається другий етап – зворотній рух ланцюга вниз (по суті, це вже рух у задачі А. Келі для ланцюга змінної довжини). Зрозуміло, що на цьому етапі рух описується вже не рівнянням (2.39), а рівнянням:

$$m = \frac{dV}{dt} = P_o - qy, \quad (2.47)$$

що описує падіння ланцюга під дією власної ваги і сили  $P_o$  (задача А. Келі). Знову, Підставляючи сюди  $m = \frac{q}{g} \cdot x$ ,  $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot V$ , прийдемо до рівняння:

$$V \cdot \frac{dV}{dx} = \frac{P_o \cdot g}{q \cdot x} - g. \quad (2.48)$$

Звідси при умові, що  $V = 0$  при  $x = x_1$ , знаходимо:

$$V = -2 \cdot \sqrt{\frac{P_o \cdot g}{q}} \cdot \sqrt{\ln \frac{x}{x_1} + \frac{3}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{x_1}\right)}. \quad (2.49)$$

Закінчується другий етап (зупинка верхнього кінця ланцюга/канату) у момент, коли  $x = x_2$ , де  $x_2$  – корінь трансцендентного рівняння:

$$\ln \frac{x}{x_1} + \frac{3}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{x_1}\right) = 0 \quad (2.50)$$

(перший корінь  $x = x_1$ ). З (2.50) знаходимо координату  $x_2$ , яка відповідає закінченню другого етапу:  $x_2 = 0,4172 \cdot x_1 = 0,6258 \cdot P_o/q$ . У цей момент вага вертикальної ділянки ланцюга менше сили  $P_o$  і, відповідно, починається третій етап – рух ланцюга вгору.

Для третього етапу можна знову використати рівняння (2.39) і його розв'язок (2.44). З умови, що  $V = 0$  при  $x = x_2$ , отримаємо

$C = \frac{2}{3} \cdot g \cdot x_2^3 - \frac{P_o \cdot g}{q} \cdot x_2^2$  і далі утворимо вираз для швидкості на третьому етапі:

$$V = \sqrt{\frac{P_o \cdot g}{q}} \cdot \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{x_1^2} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{x}{x_1}}. \quad (2.51)$$

Покладаючи тут  $V = 0$ , знайдемо для координати  $x_3$  у кінці третього етапу руху  $x_3 = 1,2962 \cdot P_o/g$ . Аналогічно розраховуються і наступні етапи руху. Для непарних індексів  $n$ , які відповідають моментам закінчення етапів руху вгору, справедлива наступна рекурентна формула [11]:

$$x_n = \frac{(x_1 - x_{n-1})}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot x_{n-1}}{x_1 - x_{n-1}}}\right), \quad (2.52)$$

а для непарних індексів  $n$ , які відповідають моментам закінчення етапів руху канату вниз, – рекурентне співвідношення [11]:

$$\ln \left\{ \frac{x_n}{x_{n-1}} \right\} + \frac{3x_{n-1}}{2x_1} \cdot \left(1 - \frac{x_n}{x_{n-1}}\right) = 0. \quad (2.53)$$

Знайдені результати можна схематично подати на діаграмі (у вигляді фазової діаграми) (рис. 2.7) й у наступній (таблиці 2.2). (Слід зазначити, що мінімальне зусилля  $P_o$ , при якому  $x_1 = l_k$ , де  $l_k$  – довжина канату

безпосередньо після вибору його всієї слабини і у момент відриву вантажу від основи при підйомі «з підхватом», складає:

$$P_o = \frac{q \cdot l_k}{1,5}, \quad (2.54)$$

де:  $q = \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot g$ ,  $H/M$ ,  $\rho$  – щільність матеріалу канату,  $KZ/M^3$ ;  $D$  – діаметр його поперечного перерізу).

Для сталевго канату діаметром  $D = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $\rho = 8 \cdot 10^3 \text{ КЗ/м}^3$ ,  $s = \frac{\pi D^2}{4} \approx 1,963 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ,  $q = 154,1 \text{ Н/м}$ . У (таблиці 2.1) подані значення  $P_o$  для різних значень  $l_{k, \text{ м}}$  сталевго канату ( $D = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $\rho = 8 \cdot 10^3 \frac{\text{КЗ}}{\text{м}^3}$ ).

Таблиця 2.1. Значення  $P_o, \text{ Н}$ , для різних значень  $l_{k, \text{ м}}$

$l_{k, \text{ м}}$	10	20	50
$q \cdot l_k = 1,5 P_o, \text{ Н}$	1541	3082	7705
$P_o, \text{ Н}$	1027,3	2054,7	5136,7

Таблиця 2.2. Значення  $x_n / l_k$  для  $P_o = \frac{q \cdot l_k}{1,5}$ .

$n$	$x_n / l_k$
1	1,0000
2	0,4172
3	0,8641
4	0,5019
5	0,8076
6	0,5432

$n$	$x_n / l_k$
7	0,7764
8	0,5678
9	0,7566
10	0,5842
11	0,7428
12	0,5954

Як видно з (таблиці 2.2) у даній задачі кінець канату здійснює затухаючі коливання біля рівноважного рівня:

$$x_{cm} = \frac{P_0}{q} = \frac{q \cdot l_k}{1,5 \cdot q} = \frac{l_k}{1,5}. \quad (2.55)$$

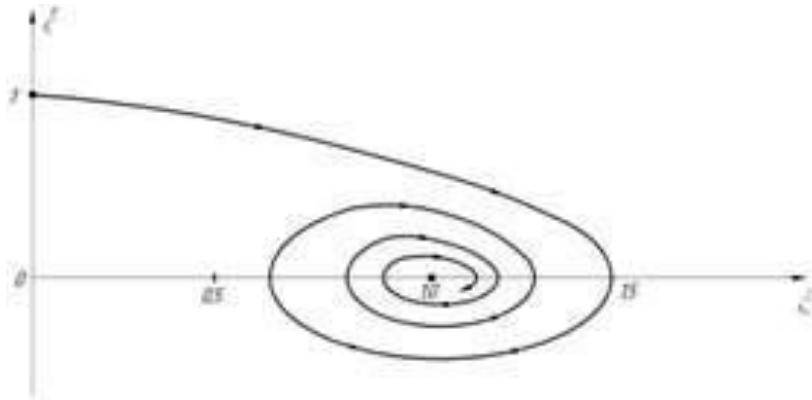


Рис. 2.7. Фазова діаграма руху канату при виборі його слабини

Інтегрування отриманих вище виразів для швидкості дозволяє знайти деталі руху на кожному з розглянутих етапів, зокрема, їх тривалості.

На (рис. 2.8-2.14) зображені основні характеристики процесу підйому «вантаж» – власне елементів канату ( $x$  й  $\dot{x}$ ), а також портрет ( $x$ ,  $\dot{x}$ ) для різних етапів підйому та різних значень  $l_k$ .

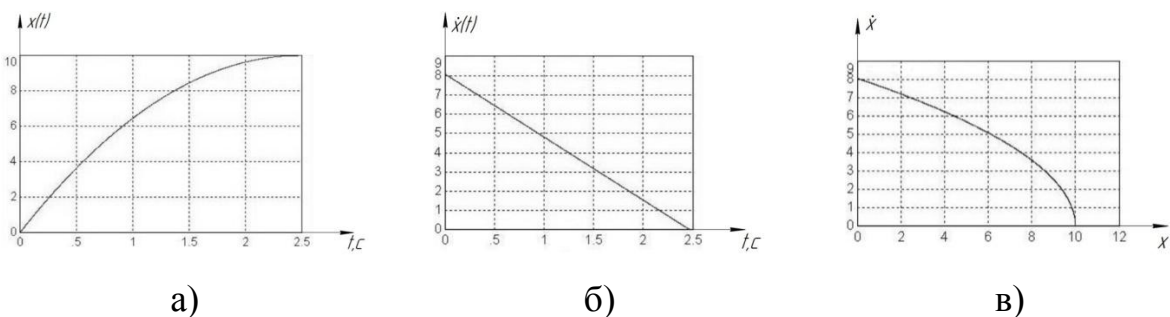


Рис. 2.8. Перший етап підйому «вантаж»  
( $l_k = 10m$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет ( $x, \dot{x}$ ).

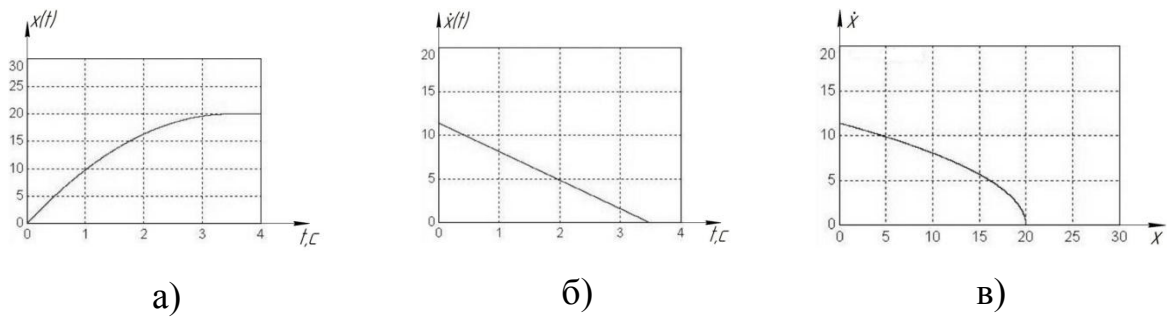


Рис. 2.9. Перший етап підйому «вантаж»

( $l_k = 20\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$ .

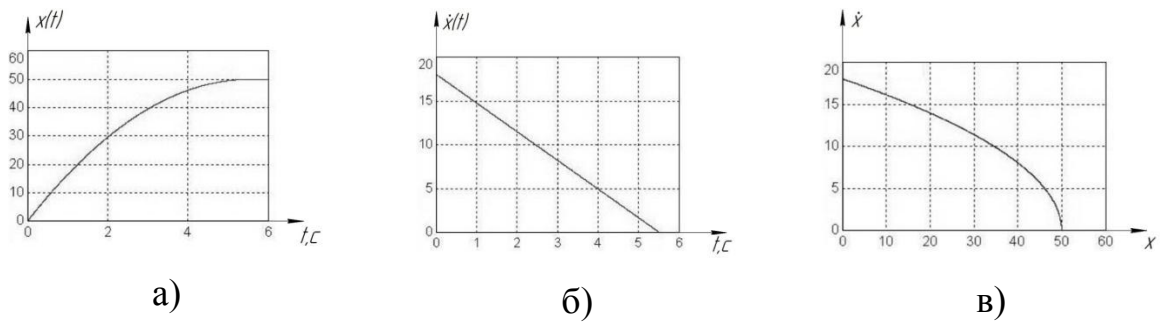


Рис. 2.10. Перший етап підйому «вантаж»

( $l_k = 50\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$ .

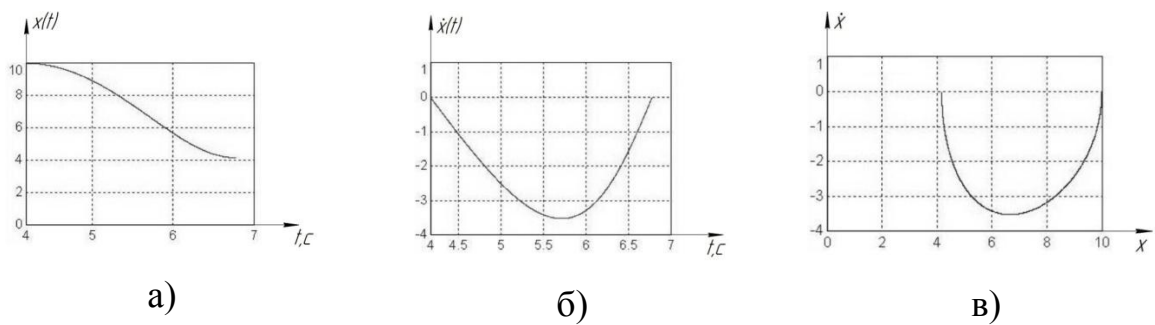


Рис. 2.11. Другий етап підйому «вантаж»

( $l_k = 10\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$ .

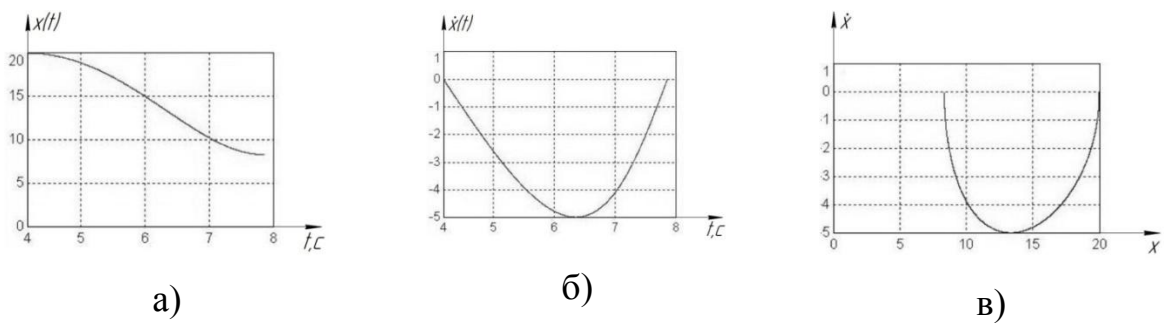


Рис. 2.12. Другий етап підйому «вантаж»

( $l_k = 20\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$ .

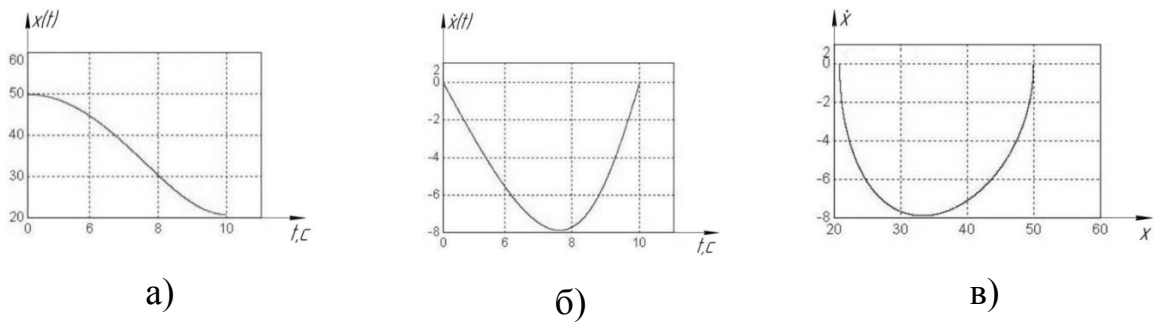


Рис. 2.13. Другий етап підйому «вантаж»

( $l_k = 50\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$ .

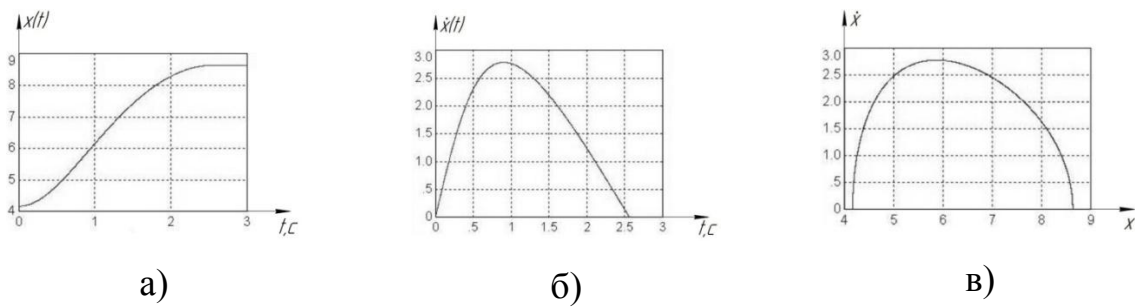


Рис. 2.14. Третій етап підйому «вантаж»

( $l_k = 10\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$ .

Для аналізу функціонування шахтних підйомників шахт з глибиною залягання у (таблиці 2.3) наведені значення  $P_o, \text{кН}$ .

Таблиця 2.3. Значення  $P_o, H$ , для  $l_k \geq 300\text{м}$ .

$l_k, \text{м}$	$P_o, \text{кН}$
300	30,82
500	513,67
1000	102,73
2000	205,47
3000	308,20
4000	410,93

$l_k, \text{м}$	$P_o, \text{кН}$
5000*	513,67
6000*	616,40
7000*	719,13
8000*	821,87
10000*	10273,33

Примітка (\*) – канатні підйомники такої довжини мають використовуватись у «поплавкових системах» (при підйомі вантажів з дна моря чи океану).



## Висновки до другого розділу:

1. Обґрунтована модель і досліджені умови виникнення стаціонарних режимів руху (автоколивань) при пуску вантажопідйомних механізмів мостових кранів.
2. Встановлені основні характеристики автоколивань (амплітуда та період) та їх залежність від параметрів вантажопідйомного механізму мостового крану.
3. Обґрунтована модель для аналізу коливань канатів вантажопідйомних кранів, шахтних підйомників, «поплавкових систем» при підйомі вантажу «з підхватом», коли відбувається вибір слабини канату й виникають небажані коливання власне самого канату. Визначені основні кінематичні характеристики вказаних коливань та значення підйомної сили  $P_o$ , за якої при повному виборі слабини канату (перед моментом підняття вантажу), швидкість коливань кінцівки канату, на яку діє сила  $P_o$ , дорівнює нулю.
4. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу кранів, шахтних підйомників, «поплавкових систем» тощо, як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації (при використанні способу підйому вантажу «з підхватом»).

## Список літератури до другого розділу:

1. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний / Л.И. Мандельштам. – М.: Наука, 1972. – 418 с.
2. Теодорчик К.Ф. Автоколебательные системы / К.Ф. Теодорчик. – М.: Наука, 1965. – 320 с.
3. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1980. – 272 с.
4. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
5. Будиков Л.Я. Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа / Л. Я. Будиков – Луганск: Изд. Во ВУТУ, 1997. – 210с.
6. Гоберман Л.А. Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин / Л.А. Гоберман, К.В. Степанян, А.А. Яркин, В.С. Заленський. – М.: Машиностроение, 1979. – 407с.
7. Будиков Л.Я. Исследование влияния некоторых факторов на динамические нагрузки металлоконструкций кранов / Л.Я. Будиков. – Дис. ... канд. техн.наук. – Ворошиловград, 1971. – 161с.
8. Казак С.А. Динамика мостовых кранов / С.А. Казак – М.: Машиностроение, 1968. – 332с.
9. Румянцев Б.П. О влиянии жесткости металлоконструкции мосты и грузовых канатов на величину динамических нагрузок / Б.П. Румянцев, Л.Я. Будиков // Локомотивостроение. – Харьков: Изд – во ХГУ, 1971. – Вип. 3. – с. 30 – 37.
10. Румянцев Б.П. Исследование влияния отдельных параметров крана на величину динамических нагрузок / Б.П. Румянцев, Л.Я. Будиков // Локомотивостроение. – Харьков: Изд – во ХГУ, 1972. – Вып. 4. – с. 28 – 35.

11. Пановко Я.Г. Механика деформируемого твёрдого тела: Современные концепции, ошибки и парадоксы / Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1985. – 288 с.
12. Михайлов Г.К. К истории динамики систем переменного состава / Г.К. Михайлов // Известия АН СССР. Механика твёрдого тела. – 1975. – №5. С. 11 – 51.
13. Михайлов Г.К. Развитие основ динамики систем переменного состава и теории реактивного движения / Г.К. Михайлов. – Автореферат докт. диссертации, Ленинградский гос. ун-т, 1980. – 35 с.
14. Mikhailov G.K. The dynamics of mechanical systems with variable masses as developed at Cambridge during the second half of the Nineteenth century / G.K. Mikhailov // Bull. Inst. of Mathematics and its applications. – 1984. – V. 20. – №. 1/2. – p. 13 – 19.
15. Мещерский И.В. Динамика точки переменной массы / И.В. Мещерский. – Петербург, 1898.

## РОЗДІЛ 3. ОПТИМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ МЕХАНІЗМУ ПІДЙОМУ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН

### 3.1. Динамічна оптимізація вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажу «з підхватом»

При оцінці динамічного навантаження на вантажозахоплюючі пристрої кранів слід мати на увазі, що в умовах нормальної експлуатації важливе значення має, головним чином, тільки вертикальна складова динамічного навантаження при роботі механізму підйому вантажу, оскільки при роботі механізмів пересування крану й обертання його поворотної частини воно не перевищує 5...6 % статичного навантаження.

При підйомі вантажу «з підхватом» зазвичай вважають, що вантаж лежить на деякій основі, канати провисають і, відповідно, у цей момент навантаження на вантажозахоплюючі пристрої дорівнює нулю.

При вказаному варіанті підйому вантажу для розрахунку навантажень можна знехтувати жорсткістю одного з елементів (наприклад, канатів, оскільки пружність металоконструкції вище, ніж канатів, причому коливання останніх швидко затухають) і враховувати тільки пружність другого елемента жорсткості – конструкції крана, тобто маси крана  $m_k$  й вантажу  $m_g$  розглядають як одну масу  $m = m_k + m_g$  – т.з. одномасова модель.

При прийнятих припущеннях можна вважати, що підйом вантажу відбувається наступним чином.

На першому етапі, після вмикання двигуна відбувається вибирання слабину канату, на другому пружна деформація всіх елементів конструкції (яка, до речі, супроводжується інтенсивними коливаннями). Другий етап продовжується до тих пір, поки зусилля  $F_0$  на вантажозахоплюючі пристрої, зростаючи від нуля, не стає рівним  $Q_g = m_g \cdot g$ . ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ). Лише після цього, на третьому етапі, починається власне підйом вантажу.

Відомо, що продуктивність і надійність вантажопідйомних машин, точність виконання ними розвантажувально-навантажувальних,

транспортних і монтажних операцій суттєво залежать від динамічних навантажень в пружних елементах гнучких робочих органів, приводу і металоконструкцій. Величини цих навантажень залежать від ділянки руху вантажопідйомної машини чи її механізму. Найбільші динамічні навантаження виникають на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування, реверсування руху).

Один з шляхів зменшення цих навантажень (які супроводжують їх коливань) є вибір необхідних режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів. Крім того, на думку авторів даної роботи, необхідно більш детально проаналізувати етап пружної деформації всіх елементів механізму підйому «з підхватом», коли вантаж ще не відірвався від землі, задля мінімізації виникаючих при цьому небажаних коливань. Подальшого всебічного дослідження потребує і етап власне підйому вантажу, коли виникають у елементах механізму підйому значні навантаження (зокрема, у канатах), щоб оптимізувати (мінімізувати) їх величину.

Схема динамічного навантаження вантажного пристрою при підйомі вантажу «з підхватом» подана на (рис. 3.1).

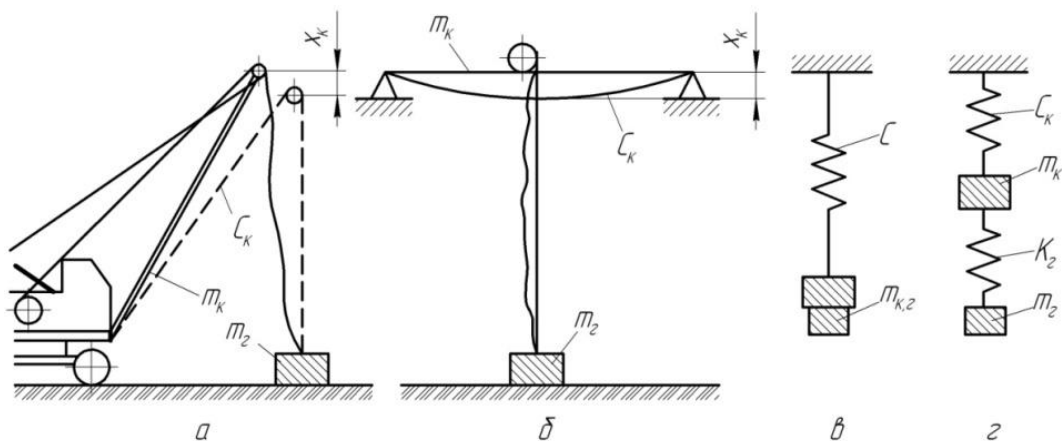


Рис. 3.1. Схема динамічного навантаження вантажного пристрою при підйомі вантажу «з підхватом»: а,б – на кранах відповідно стріловому й мостовому; в, г – розрахункові схеми одно – й двомасової системи.

При переміщенні  $x_k$  маси крану  $m_k$  із жорсткістю  $C_k$  кінематична енергія:

$$W = m_K \cdot \dot{x}_K^2 / 2, \quad (3.1)$$

потенціальна енергія:

$$U = C_K \cdot \dot{x}_K^2 / 2. \quad (3.2)$$

де  $x_K$  – переміщення;  $m_K$  – маса;  $C_K$  – жорсткість конструкції крана.

Рушійною силою є сила  $P(t)$ , котра різна для рідних етапів підйому вантажу.

Рівняння руху має вид (в межах одномасової моделі):

$$m_K \cdot \ddot{x}_K + C_K \cdot \dot{x}_K = \bar{P}(t), \quad (3.3)$$

де  $t$  – час.

Підйом вантажу «з підхватом» умовно можна розбити на три етапи:

а) на першому етапі, після вмикання двигуна, відбувається вибір слабини канату, на другому – пружна деформація всіх елементів конструкції (рис. 3.1, а, б). Другий етап триває до тих пір, поки зусилля  $P(t)$  на вантажохохоплюючі пристрої, зростаючи від нуля, не досягне  $Q_g = m_g \cdot g$ . Лише після цього, на третьому етапі, починається підйом вантажу.

Розглянемо більш детально другий етап підйому вантажу «з підхватом».

Для того, щоб зменшити небажані на цьому етапі коливання вантажу й коливання механізму підйому (всіх його елементів), слід  $P(t)$  змінювати у часі за наступним законом:

$$P(t) = F(t) = m_g \cdot g \cdot \left\{ 10 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^5 \right\}, \quad (3.4)$$

де  $t_p^* = \frac{m_g \cdot g}{C_K \cdot V}$ ,  $V$  – усталена швидкість підйому вантажу.

Саме закон  $P(t)$  (3.4) задовольняє умовам гладкості руху:  $F(t)|_{t=0}=0$ ;  $\dot{F}(t)|_{t=0}=0$ ;  $\ddot{F}(t)|_{t=0}=0$ ;  $F(t)|_{t=t_p^*}=m_0g$ ;  $\dot{F}(t)|_{t=t_p^*}=0$ ;  $\ddot{F}(t)|_{t=t_p^*}=0$ , які, по суті, означають, що на початку другого етапу (при  $t=0$ ) й у його кінці (при  $t=t_p^*$ ) похідні третього й четвертого порядку по  $t$  від  $x_k(t)$  дорівнюють нулю. Графік залежності  $P(t)$  (3.4) поданий на (рис. 3.2).

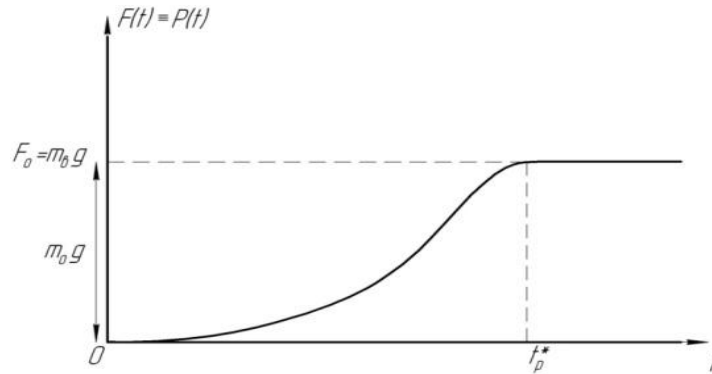


Рис. 3.2. Залежність  $F(t)$ .

Подано рівняння (3.3) у наступному виді (для другого етапу підйому вантажу «з підхватом»):

$$\ddot{x}_k + \Omega_k^2 \cdot x_k = \frac{m_0 \cdot g}{m_k} \cdot \left\{ 10 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^5 \right\}, \quad (3.5)$$

де  $\Omega_k^2 = \frac{C_k}{m_k}$ . Початкові умови для рівняння (3.5) мають вид:  $x_k|_{t=0} = \dot{x}_k|_{t=0} = 0$ .

Для мінімізації коливань вантажу на другому етапі його підйом «з підхватом» слід задовольняти наступному критерію якості цього руху:

$$\int_0^{t_p^*} x_k^2(t) dt \rightarrow \min. \quad (3.6)$$

Враховуючи рівняння (3.5), критерій (3.6) можна подати у наступному вигляді:

$$\frac{1}{\Omega_{\kappa}^4} \cdot \int_0^{t_p^*} \left\{ \frac{m_g \cdot g}{m_{\kappa}} \cdot \left[ 10 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^5 \right] - \ddot{x}_{\kappa} \right\}^2 dt \rightarrow \min. \quad (3.7)$$

Необхідною умовою досягнення критерію (3.7) є рівняння Ейлера – Пуассона:

$$x_{\kappa}^{(IV)} = \frac{60 \cdot m_g \cdot g}{m_{\kappa} \cdot t_p^*{}^2} \cdot \left[ \left( \frac{t}{t_p^*} \right) - 3 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{t}{t_p^*} \right)^3 \right]. \quad (3.8)$$

Розв'язок (3.8) шукаємо за наступних початкових умов:

$$x_{\kappa} |_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_{\kappa} |_{t=0} = 0; \quad \ddot{x}_{\kappa} |_{t=0} = 0; \quad x_{\kappa} |_{t=t_p^*} = \frac{m_g g}{C_{\kappa}}. \quad (3.9)$$

Шуканий розв'язок (3.8) при умовах (3.9) має наступний вид:

$$x_{\kappa}(t) = C_3 \cdot t^3 + \frac{m_g \cdot g \cdot t^5}{2m_{\kappa} \cdot t_p^*{}^3} - \frac{m_g \cdot g \cdot t^6}{2m_{\kappa} \cdot t_p^*{}^4} + \frac{m_g \cdot g \cdot t^7}{7m_{\kappa} \cdot t_p^*{}^5}, \quad (3.10)$$

$$\text{де } C_3 = \left\{ \frac{1}{C_{\kappa}} - \frac{t_p^*{}^2}{7m_{\kappa}} \right\} \cdot \frac{C_{\kappa} \cdot V^3}{m_g \cdot g^2}.$$

Саме такий варіант руху  $x_{\kappa}(t)$  (3.10) на другому етапі (при пружному деформуванні всіх елементів конструкції) мінімізує коливання вантажу протягом часу  $t \in [0; t_p^*]$ .

Розглянемо далі третій етап реального підйому вантажу «з підхватом» в межах одномасової моделі.

Диференціальне рівняння, яке описує рух на цьому етапі має вид:

$$m_{\kappa} \cdot \ddot{x}_{\kappa} + C_{\kappa} \cdot x_{\kappa} = m_g \cdot g, \quad (3.11)$$



А початкові умови:

$$x_{\kappa} |_{t=0} = \frac{m_{\epsilon} g}{C_{\kappa}}; \quad \dot{x}_{\kappa} |_{t=0} = V. \quad (3.12)$$

Розв'язок (3.11) при умовах (3.12) має вид:

$$x_{\kappa}(t) = \frac{m_{\epsilon} g}{C_{\kappa}} + \frac{V}{p} \cdot \sin pt, \quad p = \sqrt{\frac{C_{\kappa}}{m_{\kappa} + m_{\epsilon}}}. \quad (3.13)$$

По суті,  $p$  – кругова частота вільних коливань системи.

Визначимо  $\dot{x}_{\kappa}$  й  $\ddot{x}_{\kappa}$  зі співвідношень:

$$\dot{x}_{\kappa} = V \cdot \cos pt; \quad \ddot{x}_{\kappa} = -V \cdot p \cdot \sin pt. \quad (3.14)$$

Динамічне навантаження, що діє на вантажозахоплюючий пристрій,

$$P_{\text{дин}}(t) = m_{\epsilon} \cdot \ddot{x}_{\kappa} = -\left(\frac{Q_{\epsilon}}{g}\right) \cdot V \cdot p \cdot \sin pt, \quad Q_{\epsilon} = m_{\epsilon} g. \quad (3.15)$$

Максимум цього навантаження буде за умови:

$$\sin pt = -1; \quad p\tilde{t}_k = -1^{k+1} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right) + k\pi, \quad k = 1; 2; 3; \dots \quad (3.16)$$

При цьому має для  $P_{\text{дин max}}$ :

$$P_{\text{дин max}} = \frac{Q_{\epsilon} \cdot V}{g} \cdot p = Q_{\epsilon} \cdot \left(\frac{V}{g}\right) \cdot \sqrt{\frac{C_{\kappa}}{m_{\kappa} + m_{\epsilon}}}. \quad (3.17)$$

Повне навантаження, що діє на вантажозахоплюючий пристрій, має вид:

$$P_{\text{в.з.}} = Q_{\text{в}} + P_{\text{дин max}} = Q_{\text{в}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{V}{g} \right) \sqrt{\frac{C_{\kappa}}{m_{\kappa} + m_{\text{в}}}} \right]. \quad (3.18)$$

Тоді коефіцієнт динамічності (max значення):

$$K_{\text{д}} = \frac{Q_{\text{в}} + P_{\text{дин}}}{Q_{\text{в}}} = 1 + \frac{P_{\text{дин max}}}{Q_{\text{в}}} = 1 + \frac{V}{g} p = 1 + \frac{V}{g} \sqrt{\frac{C_{\kappa}}{m_{\kappa} + m_{\text{в}}}}, \quad (3.19)$$

або, у загальному вигляді:

$$K_{\text{д}}(t) = \frac{Q_{\text{в}} + m_{\text{в}} \cdot \ddot{x}_{\kappa}}{Q_{\text{в}}} = 1 + \frac{\ddot{x}_{\kappa}}{g}. \quad (3.20)$$

Дані формули (3.19) й (3.20) достатньо прості для практичного застосування й у достатній мірі достовірні, хоча й не враховують впливу другого елемента жорсткості (самого канату), існуючого у розглядуваній системі.

Зазначимо, що усталена швидкість  $V$  підйому вантажу виникає не одразу, а тільки через певний проміжок часу  $t_p$ , тобто є функцією часу  $t$ .

Розглянемо, за якого закону руху  $x_{\kappa}(t)$ , на проміжку часу  $t \in [0; t_p]$ , будуть мінімальними динамічні навантаження на всі елементи механізму підйому вантажу «з підхватом». Для цього треба задовольнити наступному критерію якості руху:

$$\int_0^{t_p} K_{\text{д}}(t)^2 dt \rightarrow \min. \quad (3.21)$$

Необхідною умовою реалізації критерію (3.21) є рівняння Ейлера – Пуассона:

$$x_k^{(IV)} = 0, \quad (3.22)$$

Для якого існують початкові умови:

$$x_k|_{t=0} = \frac{m_0 g}{C_k}; \quad \dot{x}_k|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_k|_{t=t_p} = V; \quad \ddot{x}_k|_{t=t_p} = 0. \quad (3.23)$$

Зрозуміло, що у подальшому, при  $t > t_p$  вантаж піднімають з постійною швидкістю  $V$ .

Розв'язок (3.22) за умов (3.23) має вид:

$$x_k(t) = \frac{m_0 g}{C_k} + \frac{V \cdot t^2}{t_p} - \frac{V \cdot t^3}{3t_p^2}. \quad (3.24)$$

При цьому:

$$\ddot{x}_k(t) = \frac{2V}{t_p} - \frac{2V \cdot t}{t_p^2}. \quad (3.25)$$

Тому для  $K_\delta$  на етапі підйому  $t \in [0; t_p]$  маємо:

$$K_\delta(t) = 1 + \frac{\ddot{x}_k}{g} = 1 + \frac{2V}{gt_p} - \frac{2Vt}{gt_p^2}. \quad (3.26)$$

У (таблиці 3.1) подані значення  $K_\delta(t)$  для різних моментів часу  $t$  з інтервалу  $t \in [0; t_p]$  при наступних значеннях параметрів, які входять у формулу (3.26):  $V = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $t_p = 2,0 \text{ с}$ ;

Таблиця 3.1. Залежність  $K_\delta(t)$

$t, \text{с}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,3	1,5	1,8	2,0
$K_\delta$	1,051	1,046	1,041	1,036	1,031	1,026	1,018	1,013	1,006	1,000

Залежність  $K_\delta(t)$  подана на графіку (рис. 3.3).

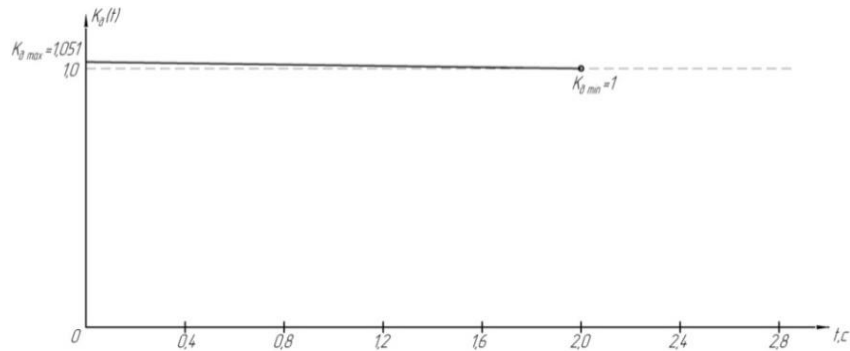


Рис. 3.3. Залежність  $K_\delta(t)$ :  $V = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $t_p = 2,0 \text{ с}$ .

Якщо після моменту  $t = t_p^*$  вантаж піднімають з деяким прискоренням  $a(t)$ , котре є функцією від часу  $t$  того чи іншого режиму руху приводного механізму [1], тоді замість (3.11) слід використати рівняння:

$$m_\kappa \ddot{x}_\kappa + C_\kappa \cdot x_\kappa = m_\delta \cdot g + m_\delta + m_{np} \cdot a(t), \quad (3.27)$$

де  $m_{np}$  – зведена до підйомного канату маса приводного механізму з барабаном.

Рівняння (3.27) легко звести до виду:

$$\ddot{x}_\kappa + \Omega_\kappa^2 \cdot x_\kappa = \frac{m_\delta}{m_\kappa} \cdot g + \frac{m_\delta + m_{np}}{m_\kappa} \cdot a(t). \quad (3.28)$$

Тепер, для того, щоб задовольнити критерії якості руху (3.21), необхідно розв'язати диференціальне рівняння Ейлера – Пуассона виду (3.22), або, з урахуванням (3.28):

$$\Omega_\kappa^2 \cdot \ddot{x}_\kappa = \frac{m_\delta + m_{np}}{m_\kappa} \cdot \ddot{a}(t). \quad (3.29)$$

З (3.29) легко знайти:

$$\ddot{x}_\kappa = \frac{m_\epsilon + m_{np}}{m_\kappa \cdot \Omega_\kappa^2} \cdot \ddot{a}(t) = \frac{m_\epsilon + m_{np}}{C_\kappa} \cdot \ddot{a}(t). \quad (3.30)$$

У роботі [1] розглянуті кілька можливих режимів руху приводного механізму на ділянці пуску ( $t \in [0; t_p]$ ):

а) перший режим – рух з нестійким прискоренням, який мінімізує величину рушійного моменту приводу:

$$a(t) = \frac{V}{t_p} \Rightarrow \ddot{a}(t) = 0; \quad (3.31)$$

б) другий режим – рух з лінійною зміною прискорення, який мінімізує динамічну складову потужності приводу:

$$a(t) = \frac{2V}{t_p} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right) \Rightarrow \ddot{a}(t) = 0; \quad (3.32)$$

в) третій режим – рух зі зміною прискорення по кривій третього порядку:

$$a(t) = 12 \cdot V \frac{1}{t_p} \cdot \left(\frac{t}{t_p} - 2\frac{t^2}{t_p^2} + \frac{t^3}{t_p^3}\right) \Rightarrow \ddot{a}(t) = \frac{24V}{t_p^3} \cdot \left(-2 + 3\frac{t}{t_p}\right); \quad (3.33)$$

г) четвертий режим – рух зі зміною прискорення по кривій п'ятого порядку:

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{60V}{t_p} \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{t}{t_p} + 3\frac{t^2}{t_p^2} - \frac{t^3}{t_p^3}\right) \cdot \frac{t^2}{t_p^2} = \frac{60V}{t_p} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right)^3 \cdot \frac{t^2}{t_p^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \ddot{a}(t) = \frac{60V}{t_p} \cdot \left\{ \frac{2}{t_p^2} - \frac{18t}{t_p^3} + \frac{36t^2}{t_p^4} - \frac{20t^3}{t_p^5} \right\}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Зрозуміло, що для кожного з вказаних вище режимів руху коефіцієнт динамічного навантаження визначається за формулою:

$$K_{\delta}(t) = 1 + \frac{\ddot{x}_{\kappa}}{g} = 1 + \frac{m_{\epsilon} + m_{np}}{C_{\kappa}} \cdot \frac{\ddot{a}(t)}{g}. \quad (3.35)$$

Перший і другий режим дають значення  $K_{\delta}(t) = 1$  на всьому проміжку часу  $t \in [0; t_p]$ . Для третього режиму маємо:

$$K_{\delta}^{(3)}(t) = 1 + \frac{m_{\epsilon} + m_{np}}{C_{\kappa}} \cdot \frac{24V}{g \cdot t_p^3} \cdot \left( -2 + 3 \cdot \frac{t}{t_p} \right). \quad (3.36)$$

Для четвертого режиму маємо:

$$K_{\delta}^{(4)}(t) = 1 + \frac{m_{\epsilon} + m_{np}}{C_{\kappa}} \cdot \frac{60V}{g \cdot t_p^3} \cdot \left\{ 2 - 18 \cdot \frac{t}{t_p} + 36 \cdot \left( \frac{t}{t_p} \right)^2 - 20 \cdot \left( \frac{t}{t_p} \right)^3 \right\}. \quad (3.37)$$

Для розрахунків  $K_{\delta}^{(3)}(t)$  (3.36) й  $K_{\delta}^{(4)}(t)$  (3.37) приймаємо наступні значення параметрів [1];  $m_{\epsilon} = 20 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ;  $m_{np} = 41550 \text{ кг}$ ;  $C_{\kappa} = 15450 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ;  $V = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $t_p = 2,0 \text{ с}$ .

Слід зазначити, що при  $t = 0$  значення  $K_{\delta}(t) = K_{\delta}(0)$  приймають різні значення:

$$K_{\delta}^{(3)}(0) = 1 + \frac{m_{\epsilon} + m_{np}}{C_{\kappa}} \cdot \frac{24V}{g \cdot t_p^3} \cdot 2 = 0,999. \quad K_{\delta}^{(4)}(0) = 1 + \frac{m_{\epsilon} + m_{np}}{C_{\kappa}} \cdot \frac{60V}{g \cdot t_p^3} \cdot 2 = 1,003.$$

При  $t = t_p = 2,0 \text{ с}$  значення  $K_{\delta}(t) = K_{\delta}(t_p)$  наступні:

$$K_{\delta}^{(3)}(t = t_p) = 1 + \frac{m_g + m_{np}}{C_k} \cdot \frac{24V}{g \cdot t_p^3} \cong 1,001. \quad K_{\delta}^{(4)}(t = t_p) = 1.$$

Отже, для третього й четвертого режимів руху  $K_{\delta}$  лежать у діапазоні (0,999...1,003) протягом усього періоду пуску  $t \in [0; t_p]$ .

Сам закон руху визначається з рівняння (3.29) за умов:

$$x_k |_{t=0} = \frac{m_g g}{C_k}; \quad \dot{x}_k |_{t=0} = 0. \quad (3.38)$$

Рівняння (3.29) легко проінтегрувати:

$$x_k(t) = \frac{m_g + m_{np}}{\Omega_k^2 \cdot m_k} \cdot a(t) + \tilde{C}_1 \cdot t + \tilde{C}_2, \quad (3.39)$$

де  $\tilde{C}_1$  й  $\tilde{C}_2$  константи, котрі знаходимо з умов:

$$\frac{m_g g}{C_k} = \frac{m_g + m_{np}}{\Omega_k^2 \cdot m_k} \cdot a(t) + \tilde{C}_2; \quad 0 = \frac{m_g + m_{np}}{\Omega_k^2 \cdot m_k} \cdot \dot{a}(0) + \tilde{C}_1. \quad (3.40)$$

### 3.2. Мінімізація динамічних навантажень в механізмі підйому вантажопідйомних машин

Відомо, що продуктивність і надійність вантажопідйомних машин, а також точність виконання ними, зокрема, розвантажувальних, навантажувальних, транспортних і монтажних операцій суттєвим чином залежать від динамічних навантажень у пружних елементах гнучких робочих органів, приводу й металоконструкції. Перш за все, величини цих навантажень залежать від ділянки руху вантажопідйомної машини або її

механізму. Найбільші динамічні навантаження виникають на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування, реверсування руху).

У роботі [2] вказано, що під час гальмування у процесі спуску вантажу коефіцієнт динамічності ( $K_D$ ) в пружних елементах кранових механізмів досягає величини 2,5 й більше.

Як показують дослідження різних авторів [2,3], динамічні навантаження, визначені в пружному елементі за допомогою двомасової моделі, на 5-10% відрізняються від дійсних динамічних навантажень. Оскільки у цих роботах виявляється вплив різних режимів руху на величину динамічних навантажень, а не визначаються самі навантаження, то використання двомасової моделі є виправданим. Якщо ж виникне потреба визначення більш точного впливу режиму руху на динамічні навантаження в пружному елементі кранового механізму або конструкції, то можуть бути використані моделі з більшою кількістю мас. Так, наприклад, тримасова динамічна модель дає точність визначення динамічних навантажень у межах 2...3% [2]. Однак моделі з меншою кількістю мас дають можливість значно спростити математичні викладки і отримати розв'язки в аналітичній формі.

У роботах [1,4] зазначено, що одним з шляхів зменшення динамічних навантажень у пружних елементах вантажопідйомних машин є вибір необхідних режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів. Вплив різних режимів руху у вказаних роботах на динамічні навантаження у пружних елементах вантажопідйомних машин розглянутий на прикладі механізму підйому вантажу у межах двомасової моделі без врахування затухання коливань, оскільки в кранових механізмах і конструкціях воно здійснюється протягом значного проміжку часу [2].

Автори [5] розглядають кілька еквівалентних схем для розрахунку параметрів руху й натягу у канатах підйомного механізму при підйомі вантажу («з ваги» абсолютно жорстким канатом, «з ваги» пружним



канатом, «з підхватом»). Проте, автори [5] не мінімізують динамічні навантаження у канатах вантажопідйомного механізму, а лише визначають власне вказані навантаження.

Для проведення досліджень використано математичні моделі для схем канатного механізму підйому вантажу, які відповідають різним умовам підйому й різним жорсткостям вантажного канату. На (рис. 3.4) [5] наведені схеми канатного механізму підйому вантажу, які відповідають різним умовам підйому й різним жорсткостям вантажного канату. Зокрема, на (рис. 3.4), а й (рис. 3.4), б зображені схеми підйому вантажу «з ваги», коли вантаж у момент, що передує початку руху (тобто при  $t=0$ ) висить на канаті. Але у першому випадку (рис. 3.4, а) жорсткість каната досить велика і його можна вважати абсолютно жорстким; у другому (рис. 3.4, б) – жорсткість канату менше, і він вважається пружним зв'язком. На (рис. 3.4, в), зображена схема, яка відповідає підйому вантажу «з підхватом», коли у початковий момент часу вантаж лежить на деякій основі (наприклад, на землі) й вантажний канат послаблений; на еквівалентній схемі (рис. 3.4, г) слабина канату імітується відповідним зазором  $\Delta$  у пружному зв'язку.

1. Розглянемо перший із вказаних вище випадків ((рис. 3.4, а) – підйом вантажу «з ваги» абсолютно жорстким канатом).

Застосовуючи принцип Д'Аламбера, складемо за схемою, зображеною на (рис. 3.4), а рівняння динаміки системи:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{s} = P_{надл}(t) + Q; \\ m_2 \ddot{s} = -Q, \end{cases} \quad (3.41)$$

де  $m_1, m_2$  – приведені маси приводу й вантажу, відповідно;  $s$  – переміщення вантажу;  $Q = m_2 g$  – вага вантажу ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння);  $P_{надл}(t) = P_p(t) - Q$  – надлишкове зусилля приводу.

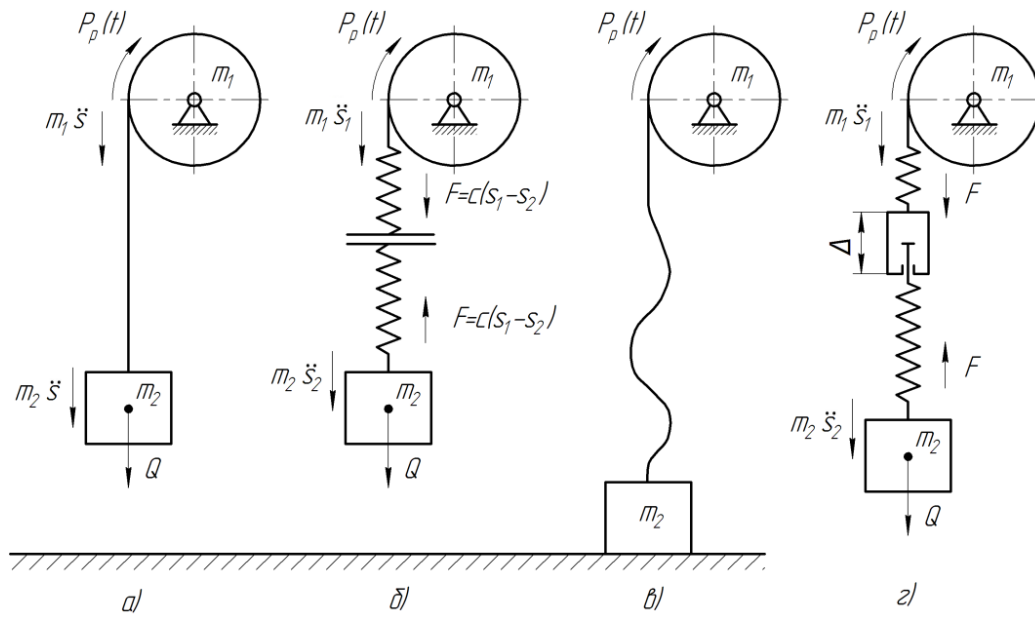


Рис. 3.4. – Еквівалентні схеми для розрахунку параметрів руху та натягу у канаті підйомного механізму при підйомі вантажу: а) – «з ваги» абсолютно жорстким канатом;  
 б) – «з ваги» пружним канатом; в), г) – «з підхватом» пружним канатом

Після перетворення маємо замість (3.41):

$$(m_1 + m_2) \cdot \ddot{s} = P_{\text{надл}}(t) \leftrightarrow \ddot{s} = \frac{P_{\text{надл}}(t)}{(m_1 + m_2)}. \quad (3.42)$$

Динамічне зусилля, яке діє на канат у цьому випадку при підйомі вантажу, має вид:

$$F(t) = m_2 \cdot \ddot{s} + Q = m_2 \cdot \ddot{s} + m_2 \cdot g. \quad (3.43)$$

Коефіцієнт динамічності для цього варіанту (схеми) підйому вантажу обчислюємо за формулою:

$$K_{\partial}(t) = \frac{F(t)}{m_2 g} = \frac{m_2 \ddot{s} + m_2 g}{m_2 g} = 1 + \frac{\ddot{s}(t)}{g}. \quad (3.44)$$

2. При врахуванні пружності канату (рис. 3.4, б) рух механічної системи описується наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{s}_1 + c(s_1 - s_2) = P_{\text{надл}}(t) + Q; \\ m_2 \ddot{s}_2 - c(s_1 - s_2) = -Q, \end{cases} \quad (3.45)$$

де  $s_1$  й  $s_2$  – незалежні переміщення приведеної маси механізму  $m_1$  й вантажу  $m_2$ ;  $c$  – приведена жорсткість канату.

Якщо ввести нову змінну  $s = s_1 - s_2$  (і, відповідно,  $\ddot{s} = \ddot{s}_1 - \ddot{s}_2$ ) тоді знайдемо:

$$\ddot{s} + k^2 s = \frac{P_{\text{надл}}(t)}{m_1} + \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1 \cdot m_2)} \cdot Q, \quad (3.46)$$

де  $k$  визначається за формулою:

$$k = \sqrt{\frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{(m_1 \cdot m_2)}}. \quad (3.47)$$

Диференціальне рівняння (3.46) розв'язуємо за наступних початкових умов ( $t=0$ ):  $s = \frac{Q}{c} = \frac{m_2 g}{c}$  (відношенням  $\frac{Q}{c}$  визначається статична деформація канату під дією маси  $m_2$  підвішеного вантажу),  $\dot{s} = 0$ .

Сила пружності або динамічне зусилля, що діє на канат, визначається з:

$$F(t) = c \cdot s = \frac{c \cdot P_{\text{надл}}(t)}{k^2 \cdot m_1} + Q - \frac{c}{k^2} \cdot \ddot{s}. \quad (3.48)$$

Для коефіцієнта динамічності у цьому варіанті маємо:

$$K_{\partial}(t) = 1 + \left\{ \frac{c \cdot P_{\text{надл}}(t)}{k^2 \cdot m_1 \cdot m_2 g} - \frac{c \cdot \ddot{s}}{k^2 \cdot m_2 g} \right\}. \quad (3.49)$$

3. Рівняння динаміки, що описують рух системи, зображеної на (рис. 3.4, в), нічим не відрізняється від отриманих (3.45) та (3.46). Однак початкові умови будуть іншими ( $t = 0$ ):  $s = 0$ ;  $\dot{s} = V$ , де  $V$  – швидкість усталеного руху вантажу на канаті. Вираз (3.49) теж залишається без змін, проте  $\ddot{s}$  відрізняється у випадку (рис. 3.4, в) від виразу для  $\ddot{s}$ , що відповідає (рис. 3.4, б), оскільки початкові умови для визначення  $s(t)$ ,  $\dot{s}(t)$ ,  $\ddot{s}(t)$  різні.

Слід також зазначити, що згідно [1], величина  $P_{\text{надл}}(t) = (m_1 + m_2) \cdot a(t)$ , де  $a(t)$  – динамічне прискорення того або іншого режиму руху приводного механізму, яка залежить від часу  $t$ . У роботі [4] розглянуті можливі режими руху приводного механізму на ділянці пуску, які відповідають: 1) режиму руху з постійним прискоренням, який мінімізує величину рушійного моменту приводу; 2) режиму руху з лінійною зміною прискорення, який мінімізує динамічну складову потужності приводу; 3) режиму руху зі зміною прискорення по кривій третього порядку; 4) режиму руху зі зміною прискорення по кривій п'ятого порядку. Останні два режими [1] руху дають плавну зміну прискорень приводного механізму, що забезпечує зменшення коливань динамічних навантажень в пружних елементах.

Оптимізація коефіцієнта динамічних навантажень.

А. Підйом вантажу «з ваги» абсолютно жорстким канатом.

Критерій якості руху системи для даного випадку обираємо у вигляді:

$$I_A = \int_0^{t_p} K_{\partial}^2(t) dt \rightarrow \min, \quad (3.50)$$

де  $t_p$  – тривалість перехідного процесу.

Необхідною умовою виконання критерію (3.50) є рівняння Ейлера – Пуассона:

$$s^{(IV)}(t) = 0. \quad (3.51)$$

Розв'язок рівняння (3.51) розшукуємо, використовуючи початкові умови типу:

$$t = 0; s = 0; \dot{s}(0); \ddot{s}(0) = \frac{P_{надл}(0)}{m_1 + m_2} = a(0); \dot{s}(t_p) = V_y, \quad (3.52)$$

де  $V_y$  – усталена швидкість підйому вантажу при закінченні перехідного процесу ( $t \geq t_p$ ). Величина  $a(0)$  обирається для кожного з вище вказаних режимів. Зокрема, маємо:

а) перший режим – 
$$a(0) = \frac{V_y}{t_p}; \quad (3.53)$$

б) другий режим – 
$$a(0) = \frac{2V_y}{t_p}; \quad (3.54)$$

в) третій режим – 
$$a(0) = 0; \quad (3.55)$$

б) четвертий режим – 
$$a(0) = 0. \quad (3.56)$$

Закон руху  $s(t)$ , який задовольняє критерію якості руху (3.50) та умовам (3.52), має вид:

$$s(t) = \frac{a(0)}{2} \cdot t^2 + \{V_y - a(a) \cdot t_p\} \cdot \frac{t^3}{3t_p^2}, \quad (3.57)$$

а значення  $K_d(t)$  визначається у інтервалі  $t \in [0, t_p]$  наступним співвідношенням:

$$K_{\partial}(t) = 1 + \frac{a(0) + 6 \cdot \{V_y - a(0) \cdot t_p\} \cdot \frac{t}{3t_p^2}}{g}. \quad (3.58)$$

Середня за період пуску ( $t = t_p$ ) величина  $K_{\partial}(t)$  визначається наступним чином:

$$\overline{K_{\partial}} = \frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} K_{\partial}(t) dt = 1 + \frac{a(0) + \left\{ \frac{V_y - a(0) \cdot t_p}{t_p} \right\}}{g} = 1 + \frac{a(0)}{g} + \left\{ \frac{V_y - a(0) \cdot t_p}{gt_p} \right\}. \quad (3.59)$$

У (таблиці 3.2) подані значення  $K_{\partial}(t)$  (3.58),  $\overline{K_{\partial}}$  (3.59) для різних режимів руху (3.53) – (3.56), для  $V_y = 0,5 \text{ м/с}$ ,  $t_p = 2,0 \text{ с}$ .

Таблиця 3.2. – Значення  $K_{\partial}(t)$ ,  $\overline{K_{\partial}}$  для різних режимів руху механізму підйому вантажу «з ваги» абсолютно жорстким канатом

Режими	$K_{\partial}(t)$			$\overline{K_{\partial}}$
	$t=0$	$t=1,0 \text{ с}$	$t=2,0 \text{ с}$	
Перший	1,025	1,025	1,025	1,025
Другий	1,051	1,025	1,000	1,025
Третій	1,0	1,025	1,051	1,025
Четвертий	1,0	1,025	1,051	1,025

Аналіз результатів, поданих у (таблиці 3.2), показує, що в межах моделі абсолютно жорсткого канату  $\overline{K_{\partial}}$  не відрізняється у всіх чотирьох режимів руху, проте залежність  $K_{\partial}(t)$  у кінці періоду  $t = t_p$  при переході у режим стаціонарного руху вантажу, який піднімають «з ваги» найбільш сприятлива у другому режимі, коли  $K_{\partial}(t) = 1$ .

Б. Підйом вантажу «з ваги» за допомогою пружного канату.

Критерій якості руху системи для даного випадку  $I_B \equiv I_A$  (3.50).

Необхідною умовою виконання критерію  $I_B$  є рівняння Ейлера – Пуассона вигляду:

$$s^{(IV)} = \frac{k^2 m_2}{c} \cdot \ddot{a}(t). \quad (3.60)$$

Початкові умови для розв'язку рівняння (3.60) мають наступний вид:

$$t=0; \quad s = \frac{m_2 g}{c}; \quad \dot{s} = 0; \quad \ddot{s} = -k^2 \cdot \frac{m_2 g}{c} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} (a(0) + g);$$

$$\ddot{s}(t_p) = -k^2 \cdot \frac{m_2 g}{c} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \{a(t_p) + g\}. \quad (3.61)$$

Для першого та другого режимів руху  $\ddot{a}(t) \equiv 0$ , тому замість (3.60) треба розв'язати рівняння:

$$s^{(IV)} = 0. \quad (3.62)$$

за умов (3.61).

Закон руху, який відповідає рівнянню (3.62) та умовам (3.61) має вид:

$$s(t) = \alpha_0 + \alpha_2 \cdot t^2 + \alpha_3 \cdot t^3, \quad (3.63)$$

$$\text{де } \alpha_0 = \frac{m_2 g}{c}; \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{k^2 \cdot m_2 g}{c} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \cdot [a(0) + g] \right\}; \quad \alpha_3 = \frac{(m_1 + m_2)}{6m_1 \cdot t_p} [a(t_p) - a(0)].$$

Для першого режиму маємо:

$$\alpha_0^{(1)} = \frac{m_2 g}{c}; \quad \alpha_2^{(1)} = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{k^2 \cdot m_2 g}{c} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \left[ \frac{V_y}{t_p} + g \right] \right\}; \quad \alpha_3^{(1)} = 0. \quad (3.64)$$

Для другого режиму маємо:

$$\alpha_0^{(2)} = \frac{m_2 g}{c}; \alpha_2^{(2)} = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{k^2 \cdot m_2 g}{c} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \left[ \frac{2V_y}{t_p} + g \right] \right\}; \alpha_3^{(2)} = \frac{(m_1 + m_2)}{6m_1 \cdot t_p} \left[ -\frac{2V_y}{t_p} \right]. \quad (3.65)$$

Величину  $K_\delta^i(t), i = \overline{(1,2)}$ , де  $i$  – номер режиму руху, знаходимо зі співвідношення:

$$K_\delta^i(t) = 1 + \frac{a^{(i)}(t)}{g} - \frac{c \cdot \{2\alpha_2^{(i)} + 6\alpha_3^{(i)} \cdot t\}}{k^2 m_2 g}. \quad (3.66)$$

Для обчислення  $\overline{K_\delta^i}, i = \overline{(1,2)}$ , можна застосувати формулу:

а) для першого режиму –

$$\overline{K_\delta^i} = 1 + \frac{V_y}{gt_p} - \frac{c \cdot 2\alpha_2^{(1)}}{k^2 m_2 g}; \quad (3.67)$$

б) для другого режиму –

$$\overline{K_\delta^{(2)}} = 1 + \frac{2V_y(1-\frac{1}{2})}{gt_p} - \frac{c \cdot \{2\alpha_2^{(2)} + 3\alpha_3^{(2)} t_p\}}{k^2 m_2 g} = 1 + \frac{V_y}{gt_p} - \frac{c \cdot \{2\alpha_2^{(2)} + 3\alpha_3^{(2)} t_p\}}{k^2 m_2 g}. \quad (3.68)$$

Розрахунки за формулами (3.66) – (3.68) проведені для наступних значень параметрів:  $V_y = 0,5 м/с, t_p = 2,0с, m_1 = 41550 кг, m_2 = 20000 кг,$   
 $c = 15450 \cdot 10^3 Н/м$  [1].

Для першого режиму у результаті маємо:

$$K_\delta^{(1)}(t) = \overline{K_\delta^{(1)}} = 1. \quad (3.69)$$



Аналітичний результат (типу (3.69)) може бути реалізований і для другого режиму руху, а саме:

$$K_{\delta}^{(2)}(t) = 1, \quad \overline{K_{\delta}^{(2)}} = 1. \quad (3.70)$$

(Фактично виникає ідеальний режим руху без перевантажень!)

Для третього й четвертого режимів руху слід розв'язати рівняння (3.60), причому  $\ddot{a}(t) \neq 0$ . Так, маємо:

а) для третього режиму –

$$\ddot{a}(t) = -\frac{48V_y}{t_p^3} + \frac{72V_y \cdot t}{t_p^4} \quad (3.71)$$

б) для четвертого режиму –

$$\ddot{a}(t) = -\frac{120V_y}{t_p^3} - \frac{1080V_y \cdot t}{t_p^4} + \frac{2160V_y \cdot t^2}{t_p^5} - \frac{1200V_y \cdot t^3}{t_p^6}. \quad (3.72)$$

Для третього режиму розв'язок (3.60) має вид:

$$s(t) = \beta_0^{(3)} + \beta_1^{(3)} \cdot t + \beta_2^{(3)} \cdot t^2 + \beta_3^{(3)} \cdot t^3 + A_1 \cdot t^4 + A_2 \cdot t^5 \quad (3.73)$$

де:

$$A_1 = -\frac{2V_y}{t_p^3}; \quad A_2 = -\frac{3V_y}{5 \cdot t_p^4}; \quad \beta_0^{(3)} = \frac{m_2 g}{c}; \quad \beta_1^{(3)} = 0;$$

$$\beta_2^{(3)} = \frac{1}{2} \left\{ -k^2 \cdot \frac{m_2 g}{c} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} g \right\}; \quad \beta_3^{(3)} = \frac{2V_y}{t_p^2}. \quad (3.74)$$

З (3.73) легко знайти  $\ddot{s}(t)$ :

$$\ddot{s}(t) = 2\beta_2^{(3)} + 6\beta_3^{(3)} \cdot t + 12A_1 \cdot t^2 + 20A_2 t^3. \quad (3.75)$$

З (3.49) для  $K_{\delta}^{(3)}(t)$  маємо:

$$K_{\delta}^{(3)}(t) = 1 + \frac{a^{(3)}(t)}{g} - \frac{c}{k^2 m_2 g} \{2\beta_2^{(3)} + 6\beta_3^{(3)} \cdot t + 12A_1 \cdot t^2 + 20A_2 t^3\}, \quad (3.76)$$

де:  $a^{(3)}(t) = \frac{12V_y}{t_p} \left( \frac{t}{t_p} - 2 \cdot \frac{t^2}{t_p^2} + \frac{t^3}{t_p^3} \right)$ . (Слід зазначити, що  $\beta_2^{(3)} \equiv 0$ ).

Після нескладних перетворень з (3.76) можна отримати:

$$K_{\delta}^{(3)}(t) = 1 + \left( \frac{12V_y t}{gt_p^2} - \frac{24V_y t^2}{gt_p^3} + \frac{12V_y t^3}{gt_p^4} \right) - \left( 1 - \frac{c}{k^2 m_2} \right) = 1 + \frac{12V_y t}{gt_p^2} \left( 1 - \frac{t}{t_p} \right)^2 \cdot \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right). \quad (3.77)$$

Тоді:

$$\overline{K_{\delta}^{(3)}} = 1 + \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \cdot \left( \frac{6V_y}{gt_p} - \frac{8V_y}{gt_p} + \frac{3V_y}{gt_p} \right) = 1 + \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \cdot \left( \frac{V_y}{gt_p} \right). \quad (3.78)$$

Для прийнятих вище значень  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $V_y$ ,  $t_p$  з (3.78) маємо наступну чисельну оцінку  $\overline{K_{\delta}^{(3)}}$ :

$\overline{K_{\delta}^{(3)}} = 1,008$ . Для знаходження  $K_{\delta}^{(3)}(t)$  можна використати співвідношення (3.77). (Див. Таблиця 3.3).

Таблиця 3.3. – Значення  $K_{\delta}^{(3)}(t)$  для третього режиму руху механізму підйому вантажу «з ваги» пружним канатом ( $m_1 = 41550 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 20000 \text{ кг}$ ,

$$V_y = 0,5 \text{ м/с}, t_p = 2,0 \text{ с}).$$

$t, \text{с}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0
$K_{\delta}^{(3)}(t)$	1	1,014	1,012	1,005	1

Аналіз результатів (таблиці 3.3) показує, що  $K_{\delta}^{(3)}(t)$  не залежить від  $c$  (жорсткості канату) і монотонно зменшується до 1 після досягнення  $t$  значення  $t_p$ . Найбільше значення  $K_{\delta}^{(3)}(t)$  набирає у момент часу  $t^* = \frac{t_p}{3}$  і складає:

$$K_{\delta}^{(3)} \max(t^*) = 1 + \frac{12V_y t^*}{gt_p^2} \cdot \left(1 - \frac{t^*}{t_p}\right)^2 \cdot \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) = 1 + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot \frac{16V_y}{9gt_p}. \quad (3.79)$$

Для наведених вище значень  $V_y$ ,  $t_p$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  з (3.79) маємо наступну чисельну оцінку:  $K_{\delta}^{(3)} \max\left(\frac{t_p}{3}\right) \approx 1,015$ . Графік залежності  $K_{\delta}^{(3)}(t)$  поданий на (рис. 3.5) для введених значень параметрів:  $m_1 = 41550 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 20000 \text{ кг}$ ,  $t_p = 2,0 \text{ с}$ ,  $V_y = 0,5 \text{ м/с}$ .

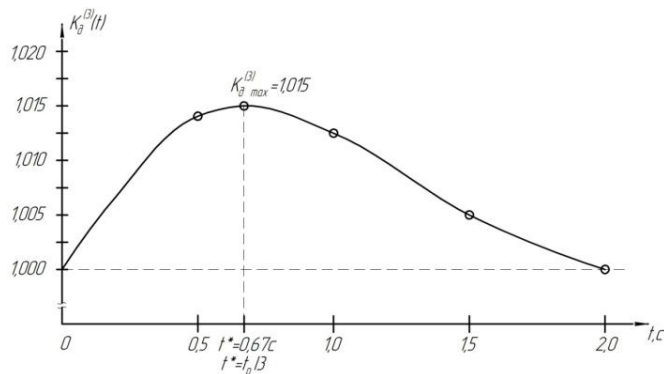


Рис. 3.5. – Залежність  $K_{\delta}^{(3)}(t)$

Для четвертого режиму розв'язок (3.60) має вид:

$$s(t) = \beta_0^{(4)} + \beta_1^{(4)}t + \beta_2^{(4)}t^2 + \beta_3^{(4)}t^3 + B_1 \cdot t^4 + B_2 \cdot t^5 + B_3 \cdot t^6 + B_4 \cdot t^7, \quad (3.80)$$

де:

$$B_1 = \frac{5V_y}{t_p^3}; \quad B_2 = \frac{9V_y}{t_p^4}; \quad B_3 = \frac{6V_y}{t_p^5}; \quad B_4 = \frac{10V_y}{7t_p^6};$$

$$\beta_0^{(4)} = \frac{m_2 g}{c}; \beta_1^{(4)} = 0; \beta_2^{(4)} = 0; \beta_3^{(4)} = 0; \quad (3.81)$$

Тоді маємо залежність (3.80):

$$s(t) = \frac{m_2 g}{c} + \frac{5V_y}{t_p^3} \cdot t^4 - \frac{9V_y}{t_p^4} \cdot t^5 + \frac{6V_y t^6}{t_p^5} - \frac{10V_y}{7t_p^6} \cdot t^7. \quad (3.82)$$

З (3.82) можна отримати:

$$\ddot{s}(t) = \frac{60V_y t^2}{t_p^3} - \frac{180V_y}{t_p^4} \cdot t^3 + \frac{180V_y t^4}{t_p^5} - \frac{60V_y \cdot t^5}{t_p^6}. \quad (3.83)$$

Для  $K_\delta^{(4)}(t)$  з (3.49), (3.83) маємо:

$$K_\delta^{(4)}(t) = 1 + \frac{a^{(4)}_t}{g} - \frac{c}{k^2 m_2 g} \left\{ \frac{60V_y t^2}{t_p^3} - \frac{180V_y}{t_p^4} \cdot t^3 + \frac{180V_y t^4}{t_p^5} - \frac{60V_y \cdot t^5}{t_p^6} \right\}, \quad (3.84)$$

$$\text{де } a^{(4)}_t = \frac{60V_y t^2}{t_p^3} \cdot \left( 1 - 3 \frac{t}{t_p} + 3 \frac{t^2}{t_p^2} - \frac{t^3}{t_p^3} \right) \quad [1].$$

Після нескладних перетворень (3.84) можна отримати:

$$K_\delta^{(4)}(t) = 1 + \frac{60V_y t^2}{g t_p^3} \cdot \left( 1 - \frac{t}{t_p} \right)^3 \cdot \left( 1 - \frac{c}{k^2 m_2 g} \right) = 1 + \frac{60V_y t^2}{g t_p^3} \cdot \left( 1 - \frac{t}{t_p} \right)^3 \cdot \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right). \quad (3.85)$$

Тоді:

$$\overline{K_\delta^{(4)}} = 1 + \frac{V_y(m_2)}{g \cdot t_p(m_1 + m_2)}. \quad (3.86)$$

Для обраних вище значень параметрів  $\overline{K_{\delta}^{(4)}} \equiv \overline{K_{\delta}^{(3)}} \approx 1,008$ . Для знаходження  $K_{\delta}^{(4)}(t)$  можна використати співвідношення (3.85). (Див. Таблиця 3.4).

Таблиця 3.4. – Значення  $K_{\delta}^{(4)}(t)$  для четвертого режиму руху механізму підйому вантажу «з ваги» пружним канатом ( $m_1 = 41550 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 20000 \text{ кг}$ ,  $V_y = 0,5 \text{ м/с}$ ,  $t_p = 2,0 \text{ с}$ ).

$t, \text{с}$	0	0,5	$t^* = 0,4t_p = 0,8\text{с}$	1,0	1,5	2,0
$K_{\delta}^{(4)}(t)$	1,000	1,013	1,017	1,016	1,004	1,000

При значенні  $t^* = 0,4t_p$   $K_{\delta}^{(4)}(t)$  досягає максимального значення. (Отже, у четвертому режимі руху максимальне значення  $K_{\delta}^{(4)}$  досягається пізніше, ніж за третього режиму, оскільки  $t_4^* = t_p \cdot 0,4 > t_3^* = \frac{1}{3}t_p$ ). Сама величина максимального значення  $K_{\delta}^{(4)}$  теж більша, ніж за третього режиму руху ( $K_{\delta \text{ max}}^{(4)}(t_4^*) = 1,017$ ,  $K_{\delta \text{ max}}^{(3)}(t_3^*) = 1,015$ ). Графік залежності  $K_{\delta}^{(4)}(t)$  для введених значень параметрів  $m_1 = 41550 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 20000 \text{ кг}$ ,  $t_p = 2,0 \text{ с}$ ,  $V_y = 0,5 \text{ м/с}$  наведений на (рис. 3.6).

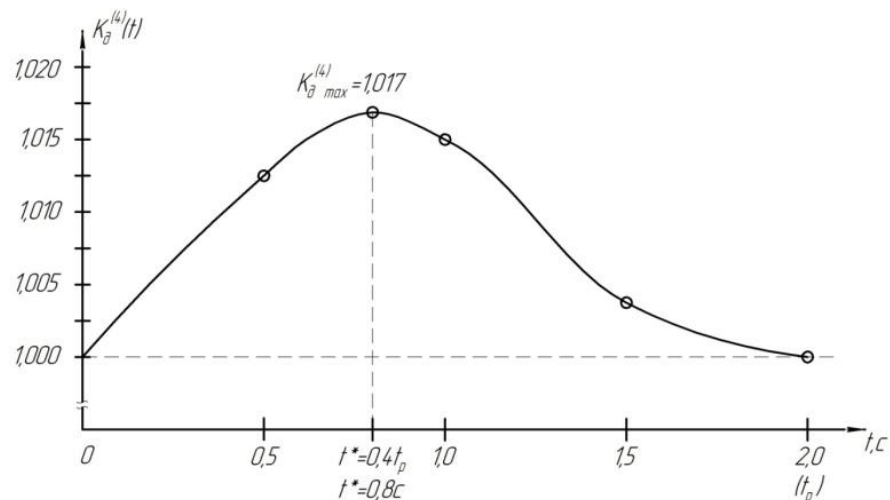


Рис. 3.6. – Залежність  $K_{\delta}^{(4)}$

Використовуючи підходи робіт [1,6,7], розглянемо наступну схему динамічного навантаження вантажного пристрою при підйомі вантажу «з підхватом» (рис. 3.7).

При цьому система розглядається як двомасова з двома пружними зв'язками і, відповідно, як така, що має два степені вільності руху із відповідним накладанням коливань по кожній з частот.

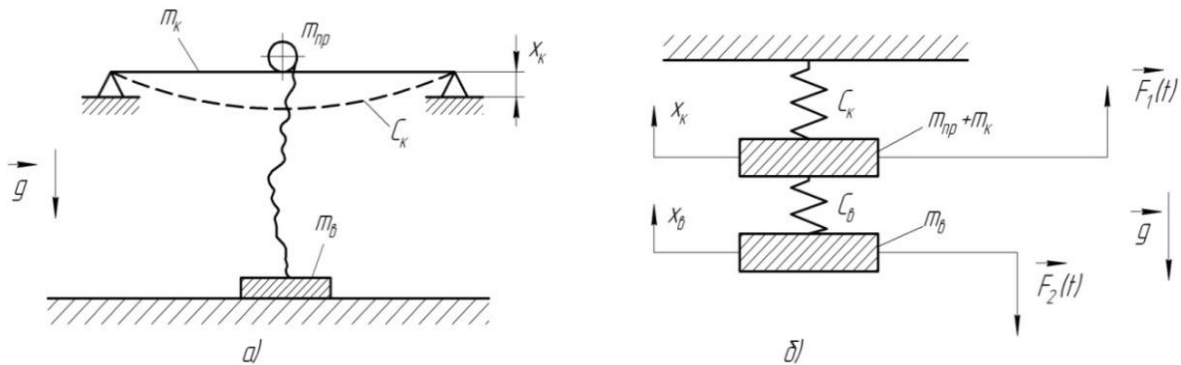


Рис. 3.7. – Схема динамічного навантаження вантажного пристрою при підйомі вантажу «з підхватом»: а – на мостовому крані; б – розрахункова схема двомасової системи

На (рис. 3.7) введені наступні позначення:  $m_k$  – маса металоконструкції крану,  $m_{np}$  – маса приводу (маса ротора двигуна й приведених до нього мас елементів підйому),  $m_e$  – маса вантажу,  $C_k$  – жорсткість металоконструкції крану,  $C_e$  – жорсткість підйомних канатів й приведена до них жорсткість елементів приводу.

Рівняння, які описують рух вказаної на (рис. 3.7) системи, мають наступний вид:

$$\begin{cases} (m_k + m_{np}) \cdot \ddot{x}_k + (C_k + C_e) \cdot x_k - C_e \cdot x_e = F_1(t); \\ m_e \cdot \ddot{x}_e - C_e \cdot x_k + C_e \cdot x_e = -F_2(t). \end{cases} \quad (3.87)$$

Введемо позначення:  $(m_k + m_{np}) = m_1$ ;  $m_6 = m_2$ ;  $C_k = C_1$ ;  $C_6 = C_2$ ;  $x_k = x_1$ ;  $x_6 = x_2$ ; Тоді (3.87) можна подати наступним чином:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (C_1 + C_2) \cdot x_1 - C_2 \cdot x_2 = F_1(t); \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - C_2 \cdot x_1 + C_2 \cdot x_2 = -F_2(t). \end{cases} \quad (3.88)$$

На першому етапі, після вмикання двигуна, відбувається вибирання слабину каната. При цьому  $F_1(t) = F_2(t) = 0$ . На другому етапі – пружна деформація всіх елементів конструкції. Другий етап триває до тих пір, поки зусилля на вантажозахоплюючі пристрої, зростаючи від нуля, не стає рівним  $Q_6 = m_6 \cdot g$ . Лише після цього, на третьому етапі, починається власне підйом вантажу.

Розглянемо всі три етапи підйому вантажу з «з підхватом» більш детально.

I етап. Вибирання слабину каната.

Система рівнянь (3.88) набуває вигляду:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (C_1 + C_2) \cdot x_1 - C_2 \cdot x_2 = 0; \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - C_2 \cdot x_1 + C_2 \cdot x_2 = 0. \end{cases} \quad (3.89)$$

По суті, на цьому етапі слід розглянути вільні коливання, які виникають у системі. Для цього скористаємось підходом роботи [6].

Розв'язки (3.89) знайдемо у наступному вигляді:

$$x_1 = A_1 \cdot \sin(kt + \delta); \quad x_2 = A_2 \cdot \sin(kt + \delta), \quad (3.90)$$

де  $k$  – частота,  $\delta$  – початкова фаза власних коливань системи, що розглядається,  $A_{1,2}$  – амплітуди відповідних коливань  $x_1(t)$  й  $x_2(t)$ .

Власні коливання даної системи можна знайти з рівняння:

$$(C_1 + C_2 - m_1 \cdot k^2) \cdot (C_2 - m_2 \cdot k^2) - C_2^2 = 0. \quad (3.91)$$

Після простих перетворень з (3.91) можна отримати біквдратне рівняння для  $k$ :

$$m_1 \cdot m_2 \cdot k^4 - (m_1 \cdot C_2 + m_2 \cdot [C_1 - C_2]) \cdot k^2 + C_1 \cdot C_2 = 0. \quad (3.92)$$

Якщо ввести, як у [6], позначення:  $\frac{C_1 + C_2}{m_1} = n_1^2$ ;  $\frac{C_2}{m_2} = n_2^2$  тоді рівняння

(3.92) можна записати у виді:

$$k^4 - (n_1^2 + n_2^2) \cdot k^2 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot n_1^2 \cdot n_2^2 = 0. \quad (3.93)$$

Подамо величину  $C_1/(C_1 + C_2)$  у вигляді  $v^2$ , тоді корені (3.93), що є власними частотами системи, знайдемо за формулами:

$$\begin{cases} k_1^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(n_1^2 + n_2^2)^2 - 4v^2 \cdot n_1^2 \cdot n_2^2}; \\ k_2^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(n_1^2 + n_2^2)^2 - 4v^2 \cdot n_1^2 \cdot n_2^2}. \end{cases} \quad (3.94)$$

Отже, у системі виникає дві різні форми коливань з різними частотами, відповідно,  $k_1$  й  $k_2$ , причому  $k_2 > k_1$ .

Автор [6] визначав співвідношення, за яким можна визначити коефіцієнти  $A_{1,2}$  кожної з форм коливань, тобто  $A_{1,2}^{(1)}$  й  $A_{1,2}^{(2)}$ , де верхній індекс у дужках біля коефіцієнтів  $A_{1,2}$  означає номер форми коливань («1» – відповідає  $k_1$ , «2» – відповідає частоті  $k_2$ ):



$$\begin{cases} \frac{A_1^{(1)}}{A_2^{(1)}} = \frac{C_2}{C_1 + C_2 - m_1 \cdot k_1^2} = \frac{C_2 - m_2 \cdot k_1^2}{C_1} = \beta_1; \\ \frac{A_1^{(2)}}{A_2^{(2)}} = \frac{C_2}{C_1 + C_2 - m_1 \cdot k_1^2} = \frac{C_2 - m_2 \cdot k_1^2}{C_2} = \beta_2. \end{cases} \quad (3.95)$$

Якщо покласти:

$$\beta_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2 - m_1 \cdot k_1^2} = \frac{C_2}{m_1 \cdot \left( \frac{C_1 + C_2}{m_1} - k_1^2 \right)} = \frac{C_2}{m_1 \cdot (n_1^2 - k_1^2)}. \quad (3.96)$$

Після нескладних перетворень матимемо:

$$\beta_1 = \frac{v_1^2}{1 - k_1^2/n_1^2}; \quad v_1^2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2}; \quad \beta_2 = \frac{v_1^2}{1 - k_2^2/n_2^2} \quad (3.97)$$

Можна показати, що власні частоти  $k_1^2$  й  $k_2^2$  задовольняють умовам:

$$0 < k_1^2 < n_1^2; \quad n_1^2 < n_2^2 < k_2^2, \quad (3.98)$$

Тому  $\beta_1 > 0$ , а  $\beta_2 < 0$ . Крім того, для взаємозалежностей  $x_1^{(1)}$  й  $x_2^{(1)}$  й  $x_1^{(2)}$  й  $x_2^{(2)}$  характерні такі формули/співвідношення:

$$x_1^{(1)} = \beta_1 \cdot x_2^{(1)}; \quad x_1^{(2)} = \beta_2 \cdot x_2^{(2)} \quad (3.99)$$

Зі співвідношень (3.97) й (3.99) випливає, що у першому головному коливанні  $x_1^{(1)}$  й  $x_2^{(1)}$  завжди мають однакові знаки, а у другому головному коливання знаки  $x_1^{(2)}$  й  $x_2^{(2)}$  різні, і вантажі  $m_1$  й  $m_2$  рухаються у різні

сторони. На (рис. 3.8) зображені переміщення  $x_1$  й  $x_2$  при першому й другому головному коливаннях.

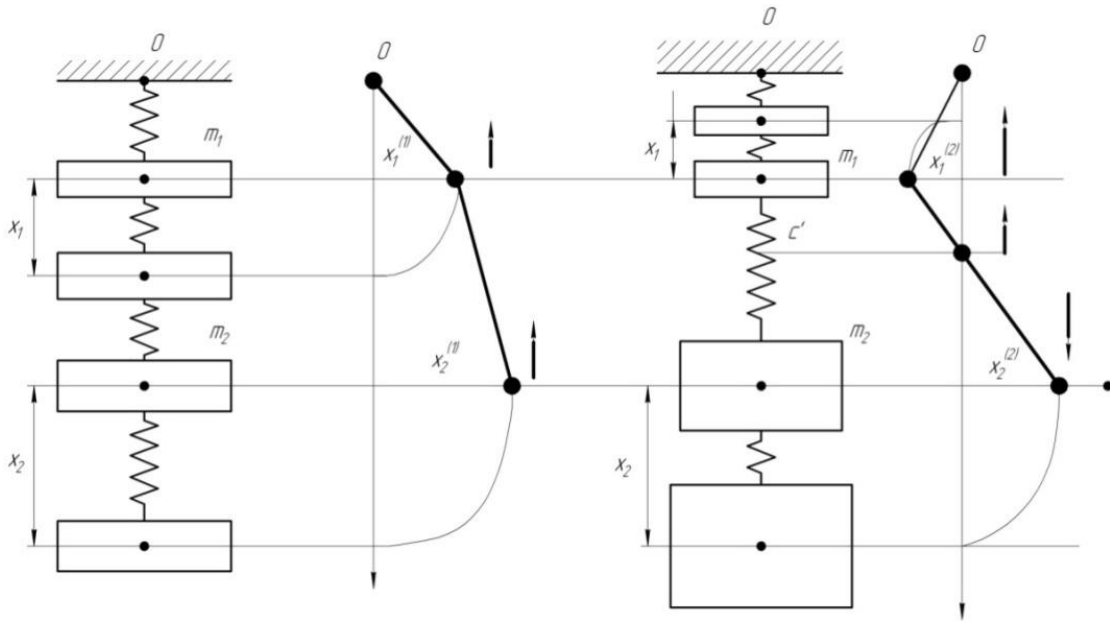


Рис. 3.8. – Переміщення  $x_{1,2}^{(1)}$  й  $x_{1,2}^{(2)}$ :  $C'$  – «нульова точка» – це точка зміни напрямку руху на зворотній (2 – е головне коливання)

У другому головному коливанні, поряд з точкою закріплення першої пружини  $O$ , на другій пружині є точка  $C'$ , яка залишається нерухомою при коливаннях вантажів  $m_1$  й  $m_2$ . Саме ця точка  $C'$  є вузлом.

II етап. Пружна деформація всіх елементів конструкції, яка триває до тих пір, поки зусилля  $F_1(t)$  не досягне, зростаючи від нуля, значення  $Q_g = m_g \cdot g$  (те ж стосується й сили  $F_2(t)$ , яка стає істинною вагою вантажу тільки після відриву  $m_g$  від опори). Тривалість другого етапу процесу підйому вантажу «з підхватом» складає [7]  $\tau_o$ , яке можна знайти з наступного трансцендентного рівняння:

$$\tau_o + \left[ \frac{C_2}{C_1} \cdot \sqrt{\frac{m_1}{C_1 + C_2}} \right] \cdot \sin \left\{ \sqrt{\frac{(C_1 + C_2)}{m_1}} \cdot \tau_o \right\} = g \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left\{ \frac{(C_1 + C_2)}{m_1} \right\} / (V \cdot C_1 C_2), \quad (3.100)$$

де  $V$  – швидкість усталеного руху (підйому) вантажу, після закінчення перехідних процесів. Після зрозумілих перетворень (3.100) можна для  $\tau_o$  визначення знайти наступне рівняння трансцендентного типу:

$$\tau_o + \frac{C_2}{C_1} \cdot \sqrt{\frac{m_1}{(C_1 + C_2)}} \cdot \sin \left\{ \sqrt{\frac{(C_1 + C_2)}{m_1}} \cdot \tau_o \right\} = \frac{gm_2}{V \cdot C_1 \cdot C_2} \cdot (C_1 + C_2), \quad (3.101)$$

або з урахуванням (3.97):

$$\tau_o + \frac{C_2}{C_1} \cdot \sqrt{\frac{m_1}{(C_1 + C_2)}} \cdot \sin \left\{ \sqrt{\frac{(C_1 + C_2)}{m_1}} \cdot \tau_o \right\} = \frac{gm_2}{V \cdot C_1 \cdot v_1^2}. \quad (3.102)$$

Враховуючи введене позначення  $n_1^2$ , можна (3.102) подати наступним чином:

$$\tau_o + \frac{C_2}{C_1 \cdot n_1} \cdot \sin \{ n_1 \cdot \tau_o \} = \frac{gm_2}{V \cdot C_1 \cdot v_1^2}. \quad (3.103)$$

При  $n_1 \tau_o \ll 1$ , з (3.103) можна отримати наближене значення  $\tau_o$ , яке аналогічне до значення тривалості відриву вантажу (для одномасової моделі), а саме:

$$\tau_o \approx \frac{gm_2}{V \cdot C_2}. \quad (3.104)$$

Отже, другий етап триває протягом інтервалу часу:  $t \in [0; \tau_o]$ .

У найбільш загальному випадку сила  $F_1(t)$  згідно [1] приймає наступний вид:

$$F_1(t) = F_2(t) + (m_g + m_{np}) \cdot a(t) = F_2(t) + (m_1 - m_k + m_2) \cdot a(t), \quad (3.105)$$

де  $a(t)$  – функція прискорення того чи іншого режиму руху приводного механізму, яка залежить від часу  $t$ . Функція  $F_2(t)$  повинна задовольняти певним умовам гладкості, які реалізуються за допомогою спеціального мехатронного пристрою, і у момент часу  $t = \tau_o$ :  $F_2(\tau_o) = m_2 g$ . Ці умови мають наступний вигляд:

$$F_2|_{t=0} = \dot{F}_2|_{t=0} = \ddot{F}_2|_{t=0} = 0; \quad F_2|_{t=\tau_o} = F_o = m_2 g; \quad \dot{F}_2|_{t=\tau_o} = \ddot{F}_2|_{t=\tau_o} = 0. \quad (3.106)$$

На (рис. 3.9) зображена залежність  $F_2(t)$ , яка у аналітичному вигляді має наступний вид:

$$F_2(t) = F_o \cdot \left\{ 10 \cdot \left( \frac{t}{\tau_o} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{\tau_o} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{\tau_o} \right)^5 \right\}. \quad (3.107)$$

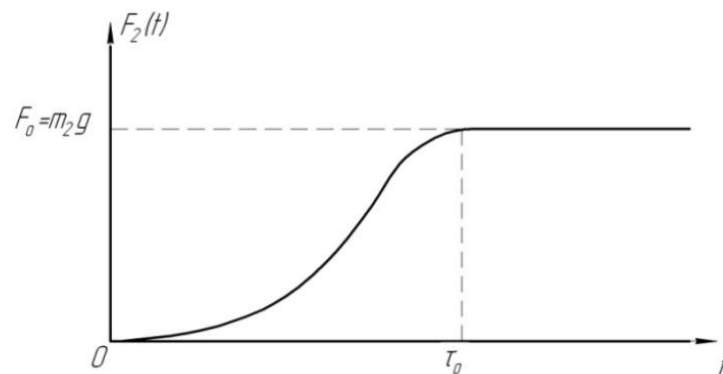


Рис. 3.9. – Залежність  $F_2(t)$ .

Саме так залежність  $F_2(t)$  мінімізує можливі коливання на другому етапі підйому вантажу «з підхватом».

Система (3.87) може бути зведена на другому етапі підйому вантажу «з підхватом» до одного рівняння:

$$x_2^{(IV)} + \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \cdot \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot \ddot{x}_2 + \Omega_1^2 \cdot \Omega_2^2 \cdot x_2 = \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right) \cdot \Omega_2^2 \cdot a(t) - \frac{\ddot{F}_2(t)}{m_2} - \Omega_1^2 \cdot \frac{F_2(t)}{m_2}, \quad (3.108)$$

$$\text{де } \Omega_1^2 = \frac{C_1}{m_1}, \quad \Omega_2^2 = \frac{C_2}{m_2}.$$

Для встановлення умови Ейлера – Пуассона, яка є необхідною для реалізації критерію якості руху:

$$\int_0^{\tau_o} x_2^2 dt \rightarrow \min, \quad (3.109)$$

що відповідає мінімальним значенням можливих амплітуд коливань на цьому етапі підйому вантажу, слід розв'язати рівняння:

$$\begin{aligned} & x_2^{(VIII)} + 2 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot x_2^{(VI)} + \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right]^2 \cdot x_2^{(IV)} = \\ & = \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \Omega_2^2 \cdot a^{(IV)}(t) + \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \Omega_2^2 \cdot \ddot{a}(t) - \\ & = \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + 2\Omega_1^2 \right] \cdot \frac{F_2^{(IV)}(t)}{m_2} - \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot \Omega_1^2 \cdot \frac{\ddot{F}_2(t)}{m_2}. \quad (3.110) \end{aligned}$$

На цьому етапі підйому вантажу доцільно працювати у режимі:  
 $a(t) \equiv 0, F_2(t) \neq 0$ .

Враховуючи вираз (3.107) замість (3.110) маємо:

$$\begin{aligned} & x_2^{(VIII)} + 2 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot x_2^{(VI)} + \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right]^2 \cdot x_2^{(IV)} = \\ & = - \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + 2\Omega_1^2 \right] \cdot \frac{1}{m_2} \cdot F_o \cdot 360 \cdot \frac{1}{\tau_o^4} \left[ -1 + 2 \cdot \frac{t}{\tau_o} \right] - \end{aligned}$$

$$-\left[\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)\Omega_2^2+2\Omega_1^2\right]\cdot\Omega_1^2\cdot\frac{1}{m_2}\cdot F_o\cdot\left\{\frac{60}{\tau_0^2}\right\}\left\{\frac{t}{\tau_o}-3\cdot\left(\frac{t}{\tau_o}\right)^2+2\left(\frac{t}{\tau_o}\right)^3\right\}. \quad (3.111)$$

Після введення позначень:

$$\begin{aligned} &\left[\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)\Omega_2^2+\Omega_1^2\right]=\vartheta; \\ \Phi(t) &= -\left[\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)\Omega_2^2+2\Omega_1^2\right]\cdot\frac{360\cdot F_o}{m_2\cdot\tau_0^4}\cdot\left[-1+2\cdot\frac{t}{\tau_o}\right]- \\ &-\left[\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)\Omega_2^2+2\Omega_1^2\right]\cdot\Omega_1^2\cdot\frac{F_o\cdot 60}{m_2\cdot\tau_0^2}\cdot\left\{\frac{t}{\tau_o}-3\cdot\left(\frac{t}{\tau_o}\right)^2+2\left(\frac{t}{\tau_o}\right)^3\right\}, \quad (3.112) \end{aligned}$$

можна звести (3.111) до наступного виду:

$$x_2^{(VIII)}+2\cdot\vartheta\cdot x_2^{(VI)}+\vartheta^2\cdot x_2^{(IV)}=\Phi(t). \quad (3.113)$$

Розв'язок (3.113) має наступний вид:

$$\begin{cases} x_2(t)=x_{2одн}(t)+x_{2част}(t), \\ x_{2одн}(t)=C_0+C_1t+C_2t^2+C_3t^3+(C_4+C_5t)\cdot\sin(\sqrt{\vartheta}\cdot t)+(C_6+C_7t)\cdot\cos(\sqrt{\vartheta}\cdot t), \\ x_{2част}(t)=A_1\cdot t^8+A_2\cdot t^9+A_3\cdot t^{10}+A_4\cdot t^{11} \end{cases} \quad (3.114)$$

де константи  $A_{1,2,3,4}$  знаходимо з наступних співвідношень:

$$\begin{cases} (8!)A_1 = \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + 2\Omega_1^2 \right] \cdot \frac{360 \cdot F_o}{m_2 \cdot \tau_0^4}; \\ (9!)A_2 = - \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + 2\Omega_1^2 \right] \cdot \frac{360 \cdot F_o}{m_2 \cdot \tau_0^4} \cdot \left[ \frac{2}{\tau_0} \right] - \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot \Omega_1^2 \cdot \frac{F_o \cdot 60}{m_2 \cdot \tau_0^3}; \\ \left( \frac{10!}{2!} \right) A_3 + 2 \left( \frac{8!}{2!} \right) A_1 \cdot \vartheta = \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot \Omega_1^2 \cdot \frac{F_o \cdot 180}{m_2 \cdot \tau_0^4}; \\ \left( \frac{11!}{3!} \right) A_4 + 2 \left( \frac{9!}{3!} \right) A_2 \cdot \vartheta = - \left[ \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \Omega_2^2 + \Omega_1^2 \right] \cdot \Omega_1^2 \cdot \frac{F_o \cdot 120}{m_2 \cdot \tau_0^5}. \end{cases} \quad (3.115)$$

Для визначення констант  $C_{0,1,2,3,4,5,6,7}$  слід використати наступні умови:

$$x_2|_{t=0} = \dot{x}_2|_{t=0} = \ddot{x}_2|_{t=0} = x_2^{(IV)}|_{t=0} = 0; \quad x_2|_{t=\tau_0} = \frac{m_2 g}{C_2}; \quad \dot{x}_2|_{t=\tau_0} = 0; \quad x_2^{(IV)}|_{t=\tau_0} = 0; \quad \ddot{x}_2|_{t=\tau_0} = -\frac{2\Omega_1^2}{9} \cdot g. \quad (3.116)$$

Штап підйому вантажу характеризують наступні рівняння:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (C_1 + C_2) \cdot x_1 - C_2 \cdot x_2 = m_2 g + (m_1 - m_k + m_2) a(t), \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - C_2 \cdot x_1 + C_2 \cdot x_2 = m_2 g. \end{cases} \quad (3.117)$$

Систему (3.117) можна звести до одного рівняння для  $x_2$ :

$$x_2^{(IV)} + \vartheta \cdot \ddot{x}_2 + \Omega_1^2 \Omega_2^2 \cdot x_2 = \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right) \Omega_2^2 a(t) - \Omega_1^2 g. \quad (3.118)$$

Щоб задовольнити на цьому етапі підйому вантажу умовам якості руху виду:

$$\int_0^{t_p} x^2 dt \rightarrow \min, \quad (3.119)$$

де  $t_p$  – тривалість процесу, за якою швидкість підйому вантажу набуває усталеного значення  $V$ , слід розв’язати рівняння (умова Пуассона – Ейлера):

$$x_2^{(VIII)} + 2\vartheta \cdot x_2^{(VI)} + \vartheta^2 x_2^{(IV)} = \left[1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1}\right] \Omega_2^2 a^{(IV)}(t) + \left[1 + \frac{m_2}{m_1} \Omega_2^2 + \Omega_1^2\right] \cdot \left[1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1}\right] \Omega_2^2 \cdot \ddot{a}_2(t) \quad (3.120)$$

Згідно з [1] розглянемо наступні чотири режими руху приводного механізму на ділянці пуску:

$$1) \quad a = \frac{V}{t_p} \text{const}; \quad 2) \quad a = \frac{2V}{t_p} \left(1 - \frac{t}{t_p}\right); \quad 3) \quad a = \frac{12V}{t_p} \left(\frac{t}{t_p} - 2 \cdot \frac{t^2}{t_p^2} + \frac{t^3}{t_p^3}\right);$$

$$4) \quad a = \frac{60V}{t_p} \cdot \left[1 - 3\left(\frac{t}{t_p}\right) + \left(\frac{t}{t_p}\right)^2 - \left(\frac{t}{t_p}\right)^3\right] \cdot \left(\frac{t}{t_p}\right)^2 = \frac{60V}{t_p} \left(\frac{t}{t_p}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right)^3. \quad (3.121)$$

Для першого та другого режимів (3.121) маємо з (3.120):

$$x_2^{(VIII)} + 2 \cdot \vartheta \cdot x_2^{(VI)} + \vartheta^2 \cdot x_2^{(IV)} = 0. \quad (3.122)$$

Рівняння (3.122) має розв’язок:

$$x_2(t) = \tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 t + \tilde{C}_2 t^2 + \tilde{C}_3 t^3 + (\tilde{C}_4 + \tilde{C}_5 t) \cdot \sin(\sqrt{\vartheta} \cdot t) + (\tilde{C}_6 + \tilde{C}_7 t) \cdot \cos(\sqrt{\vartheta} \cdot t), \quad (3.123)$$

де константи  $\tilde{C}_i$ ,  $i = \overline{(0,7)}$ , знаходимо з початкових/кінцевих умов задачі:

$$x_2|_{t=0} = \dot{x}_2|_{t=0} = 0; \quad x_2^{(IV)}|_{t=0} = 0; \quad \ddot{x}_2|_{t=0} = \frac{\left(1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1}\right) \Omega_2^2 a(0) - \Omega_1^2 g}{\vartheta};$$



$$\dot{x}_2|_{t=t_p} = V; \quad \ddot{x}_2|_{t=t_p} = 0; \quad x_2^{(IV)}|_{t=t_p} = 0; \quad x_2|_{t=t_p} = \frac{\left(1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1}\right) \Omega_2^2 a(t_p) - \Omega_1^2 g}{g}. \quad (3.124)$$

Для третього режиму (3.121) маємо (3.120):

$$x_2^{(VIII)} + 2\vartheta \cdot x_2^{(VI)} + \vartheta^2 x_2^{(IV)} = \vartheta \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \Omega_2^2 \cdot \frac{12V}{t_p} \cdot \left[ -\frac{4}{t_p^2} + \frac{6t}{t_p^3} \right]. \quad (3.125)$$

Розв'язок (3.125) має вид:

$$\begin{cases} x_2(t) = \tilde{x}_{2одн}(t) + \tilde{x}_{2неодн}(t), \\ \tilde{x}_{2одн}(t) = \tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 t + \tilde{C}_2 t^2 + \tilde{C}_3 t^3 + (\tilde{C}_4 + \tilde{C}_5 t) \cdot \sin(\sqrt{\vartheta} \cdot t) + (\tilde{C}_6 + \tilde{C}_7 t) \cdot \cos(\sqrt{\vartheta} \cdot t), \\ \tilde{x}_{2неодн}(t) = \tilde{A}_1 \cdot t^8 + \tilde{A}_2 \cdot t^9, \quad 8! \tilde{A}_1 = \vartheta \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \frac{12V \cdot \Omega_2^2}{t_p} \cdot \left[ -\frac{4}{t_p^2} \right]; \\ 9! \tilde{A}_2 = \vartheta \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \Omega_2^2 \frac{72V}{t_p^4}. \end{cases} \quad (3.126)$$

Константи  $\tilde{C}_j, j = \overline{(0,7)}$  знаходимо з умов (3.124).

Для четвертого режиму (3.121) маємо з (3.120):

$$\begin{aligned} x_2^{(VIII)} + 2\vartheta \cdot x_2^{(VI)} + \vartheta^2 x_2^{(IV)} &= \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \Omega_2^2 \cdot \frac{60V}{t_p} \cdot \left[ \frac{72}{t_p^4} - \frac{120t}{t_p^5} \right] + \\ &+ \vartheta \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \Omega_2^2 \cdot \frac{60V}{t_p} \cdot \left[ \frac{2}{t_p^2} - \frac{18t}{t_p^3} + \frac{36t^2}{t_p^4} - \frac{20t^3}{t_p^5} \right]. \end{aligned} \quad (3.127)$$

Розв'язок (3.127) має вид:

$$\left\{ \begin{array}{l}
x_2(t) = x_{2одн}^*(t) + x_{2неодн}^*(t); \\
x_{2одн}^*(t) = D_0 + D_1 t + D_2 t^2 + D_3 t^3 + (D_4 + D_5 t) \cdot \sin(\sqrt{g} \cdot t) + (D_6 + D_7 t) \cdot \cos(\sqrt{g} \cdot t); \\
x_{2неодн}^*(t) = B_1 \cdot t^8 + B_2 \cdot t^9 + B_3 \cdot t^{10} + B_4 \cdot t^{11}; \\
8! B_1 = \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \Omega_2^2 \frac{60V}{t_p} \cdot \left( \frac{72}{t_p^4} \right) + g \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \Omega_2^2 \frac{60V}{t_p} \cdot \left[ \frac{2}{t_p^2} \right]; \\
9! B_2 = \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \Omega_2^2 \frac{60V}{t_p} \cdot \left( -\frac{120}{t_p^5} \right) - g \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \Omega_2^2 \frac{60V}{t_p} \cdot \left[ \frac{18}{t_p^3} \right]; \\
\left( \frac{10!}{2!} \right) B_3 + \left( \frac{8!}{2!} \right) B_1 \cdot g \cdot 2 = g \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \Omega_2^2 \cdot \frac{60V}{t_p} \left( \frac{36}{t_p^4} \right); \\
\left( \frac{11!}{3!} \right) B_4 + 2 \left( \frac{9!}{3!} \right) B_2 \cdot g = g \cdot \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_k}{m_1} \right] \cdot \Omega_2^2 \cdot \frac{60V}{t_p} \left( -\frac{20}{t_p^5} \right).
\end{array} \right. \quad (3.128)$$

Константи  $D_i$ ,  $i = \overline{(0,7)}$  у (3.128) знаходимо з умов (3.124).

### 3.3. Оптимізація динамічних навантажень у пружних елементах (канатах) вантажопідйомних кранів при різних способах підйому вантажу

Вантажопідйомні та транспортуючі машини є навід'ємним елементом (частиною) сучасного виробництва, оскільки з їх допомогою здійснюється механізація основних технологічних процесів й допоміжних робіт. У поточних й автоматизованих лініях роль підйомно–транспортних машин якісно зросла й вони стали органічною частиною технологічного обладнання, а вплив їх на техніко–економічні показники підприємства став доволі суттєвим.

Задля збільшення виробництва прогресивних засобів механізації підйомно–транспортних, навантажувально–розвантажувальних та складських робіт, у тому числі вантажопідйомних машин з дистанційним

та програмним керуванням, збільшення продуктивності й покращення техніко-економічних показників підйомно-транспортних машин, підвищення їх міцності, надійності й довговічності необхідно застосовувати новітні методи розрахунку й конструювання, постійно їх уточнювати й вдосконалювати. Особливо актуальним є вирішення проблем зменшення динамічних навантажень на пружні елементи (канати) вантажопідйомних кранів, коли останні функціонують у перехідних режимах роботи (пуск, гальмування, реверсування тощо).

1. Аналіз динамічних навантажень у двомасовій пружній системі при її поступальному русі.

1.1. Рушійне зусилля  $P = const$ .

Відомо [11], що вантажопідйомні крани (наприклад, мостові) є ведучими машинами щодо переміщення вантажів (заготовок та деталей) між технологічними операціями, тобто вони безпосередньо приймають участь у виготовленні продукції.

Динамічні навантаження і розгойдування подовжують і знижують якість виконання операцій, що значно збільшує тривалість усього виробничого процесу/циклу. На одну виробничу технологічну операцію припадає 8...10 операцій по переміщенню вантажу [12,13].

Задля розв'язку виникаючих проблем слід підвищувати степінь автоматизації електромеханічної системи (ЕМС) крана. Це дозволить врахувати низку кінетичних параметрів, котрі впливають на динамічні навантаження і розгойдування вантажів при їх переміщенні.

Отже, для побудови раціональних/оптимальних (які мінімізують динамічні навантаження у пружних елементах механізму підйому вантажу – таких, як канати) експлуатаційних режимів вертикального переміщення вантажів ЕМС (мостового) крана слід вирішити наступні задачі: 1) розробити математичний опис технологічного процесу вертикального переміщення вантажів ЕМС (мостового) крана для заданих рушійних сил і опорів; 2) визначити кінематичні закономірності руху елементів ЕМС,

котрі формують динамічні навантаження, і дослідити їх у перехідних режимах функціонування крана; 3) дати рекомендації щодо побудови раціональних/оптимальних експлуатаційних режимів керування ЕМС (мостового) крана за різних способів підйому вантажу («з ваги», «з підхватом», «з землі»).

У якості об'єкта дослідження прийнята ЕМС підйому вантажів мостовим краном типу НК 1090А, який має наступні технічні характеристики: 1) номінальна маса вантажу  $m_L = 16 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ; 2) маса кранового мосту  $m_k = 25 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ; 3) маса візка  $m_g = 6 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ; 4) швидкість підйому вантажу  $V \approx 0,33 \text{ м/с}$ ; 5) висота прольоту балки  $h = 2,5 \text{ м}$ ; 6) система електроприводу – тиристорний перетворювач частоти – асинхронний електродвигун (ТПЧ – АД) з законом регулювання  $U_{1m}/f_1 = \text{const}$ .

Предметом дослідження є кінематичні закономірності руху вантажу і елементів ЕМС на певних етапах підйому різними способами («з ваги», «з підхватом», «з землі»).

Різні частини механізмів крана починають свій рух неодноразомно. Оскільки у перший момент пуску вантаж ще не почав рухатись, а частини механізму, які обертаються, здійснюють розгін до певної швидкості ( $V_o$ ), рух вантажу відбувається лише після вибору зазору (слабини канату). Ця обставина призводить до виникнення додаткових зусиль. І вантаж, і частини механізму його підйому не є абсолютно жорсткими. Додаткові зусилля призводять як до коливань ЕМС, так і самого вантажу. Наслідком коливних процесів є динамічні навантаження. При переміщенні вантажів ЕМС мостового крана повинна забезпечувати мінімум динамічних навантажень за заданої продуктивності функціонування вантажопідйомного механізму.

Відомо, що на мостових кранах найбільші динамічні навантаження виникають при підйомі «з підхватом» чи при гальмуванні [9,10,13]. Якщо

цю обставину не враховувати на перших етапах підйому вантажу, тоді тривалість процесу пуску суттєво збільшується.

1. Спочатку розглянемо динамічні навантаження та закони руху у двомасовій системі з лінійною жорсткістю  $C$  й масами  $m_1$  (приведена маса частин ЕМС підйому, які обертаються) та  $m_2$  (маса вантажу). На вказані маси діють рушійні сили  $P$  (постійні, незалежні від часу  $t$ ) й сили опору  $Q$  (у вигляді сили ваги вантажу) (рис. 3.10). До такої системи можна привести механізми підйому, де жорсткість канатів поліспаствів набагато менша жорсткості самого приводу, стрічкові та ланцюгові конвеєри та ін. [8]. Під дією зовнішніх сил у неусталений період у пружній системі (канатах) виникають коливні процеси.

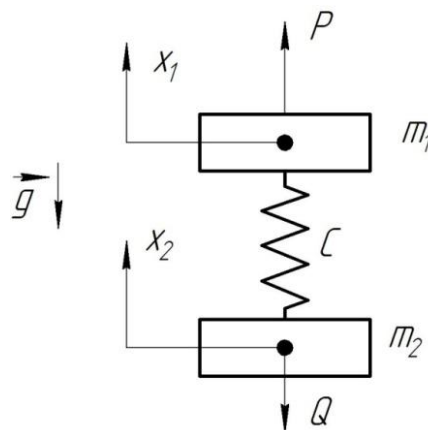


Рис. 3.10. Розрахункова схема двомасової пружної системи при поступальному русі:  $\vec{g}$  – прискорення вільного падіння,  $Q = m_2 \cdot g$ .

Диференціальні рівняння руху мас у перехідний період роботи механізму підйому вантажу (наприклад, пуску) мають вид [8]:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + C \cdot (x_1 - x_2) = P; & \ddot{x}_1 = \frac{d^2 x_1}{dt^2}; \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - C \cdot (x_1 - x_2) = -Q; & \ddot{x}_2 = \frac{d^2 x_2}{dt^2}; \end{cases} \quad (3.129)$$

де  $x_1, x_2$  – переміщення відповідно першої і другої мас;  $Q$  взята зі знаком мінус як сила опору.

У рівняннях (3.129) перші складові – сили інерції відповідної маси, другі – сили пружності у зв'язку. У правій частині рівнянь (3.129) – сили, діючі на систему у період неусталеного руху.

З двох рівнянь системи (3.129), після нескладних перетворень і введення нової змінної  $x = (x_1 - x_2)$  – різниці переміщень мас, можна отримати одне диференціальне рівняння для  $x$ :

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x = \frac{m_2 \cdot P + m_1 \cdot Q}{m_1 \cdot m_2}, \quad (3.130)$$

де  $p = \sqrt{\frac{C \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}$  – кругова частота власних коливань двомасової системи,  $c^{-1}$ . Період власних коливань  $T, c$  визначається зі співвідношення:

$$T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{C \cdot (m_1 + m_2)}}. \quad (3.131)$$

Загальний розв'язок (3.130) характеризує деформацію пружного ланцюга ( $x(t)$ ) чи динамічне зусилля у ньому, оскільки:

$$P_{\text{динамічне}} \equiv P_{\partial} = C \cdot (x_1 - x_2) = C \cdot x. \quad (3.132)$$

Розв'язок (3.130) із врахуванням (3.132), має вид:

$$P_{\partial} = A \cdot \cos(pt) + B \cdot \sin(pt) + \frac{m_2 P + m_1 Q}{m_1 + m_2}. \quad (3.133)$$

У (3.133) – (A,B) – постійні інтегрування чи амплітуди коливань динамічних навантажень у канаті, для визначення котрих необхідно встановити початкові умови.

А. Якщо початкові умови:  $x|_{t=0} = 0$ ;  $\dot{x}|_{t=0} = \frac{dx}{dt}|_{t=0} = 0$ , тобто фактично

$P_0 \equiv 0$ , тоді:

$$A = -\frac{m_2 P + m_1 Q}{m_1 + m_2}, \quad B = 0. \quad (3.134)$$

Фактично такі початкові умови реалізуються для першої стадії підйому «з підхватом», коли канат ще ненапружений ( $P_0 = 0$ ), а рух другої маси відсутній ( $x_2 = \dot{x}_2 = 0$ ), тобто протягом вибору слабину канату. Тоді для  $P_0$  маємо:

$$P_0 = \frac{(m_1 Q + m_2 P)}{(m_1 + m_2)} \cdot (1 - \cos pt) = P_n \cdot (1 - \cos pt), \quad (3.135)$$

де  $P_n$  – постійна складова навантажень, котра дорівнює сумі статичних та інерційних (від маси  $m_2$ ) навантажень, і визначається за формулою:

$$P_n = \frac{(m_1 Q + m_2 P)}{(m_1 + m_2)} = n_1 \cdot Q + n_2 \cdot P, \quad (3.136)$$

де  $n_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ ,  $n_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$  – коефіцієнти розподілу мас у системі. (Тут і у

подальшому прийняті позначення роботи [8]).

Для з'ясування питання, наскільки динамічні навантаження у пружних зв'язках (канатах) перевищують величину статистичних навантажень у період неусталеного руху, подамо формулу (3.133) (для початкових умов, згаданих вище) таким чином:

$$P_{\partial} = Q + (P - Q) \cdot n_2 \cdot (1 - \cos pt). \quad (3.137)$$

Максимальні значення амплітуд коливань навантаження у пружних зв'язках наступають у моменти часу  $t_n^*$ , які визначаються з наступних співвідношень:

$$\cos(pt) = -1 \Leftrightarrow pt_n^* = \pi(2n - 1), \quad n \in N \Leftrightarrow t_n^* = \frac{\pi \cdot (2n - 1)}{p}. \quad (3.138)$$

При цьому маємо:

$$P_{\partial \max} = Q + 2 \cdot (P - Q) \cdot n_2. \quad (3.139)$$

Найменші навантаження у канатах будуть у моменти часу  $t_k^*$ , які визначаються з наступних співвідношень:

$$\cos(pt) = +1 \Leftrightarrow p \cdot t_k^* = 2\pi \cdot (k - 1), \quad k \in N \Leftrightarrow t_k^* = \frac{2\pi \cdot (k - 1)}{p}. \quad (3.140)$$

При цьому для  $P_{\partial \min}$  маємо:

$$P_{\partial \min} = Q. \quad (3.141)$$

Розмах коливань навантажень у пружних зв'язках складає:

$$A_{\text{розмаха}} = P_{\partial \max} - P_{\partial \min} = 2 \cdot (P - Q) \cdot n_2 = 2 \cdot (P - Q) \cdot \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}. \quad (3.142)$$

Коефіцієнт динамічності у цьому випадку визначається за формулою:



$$k_{\partial} = \frac{P_{\partial}}{P_n} = (1 - \cos pt) = 2 \cdot \sin^2\left(\frac{pt}{2}\right). \quad (3.143)$$

Залежність (3.143) подана на (рис. 3.11).

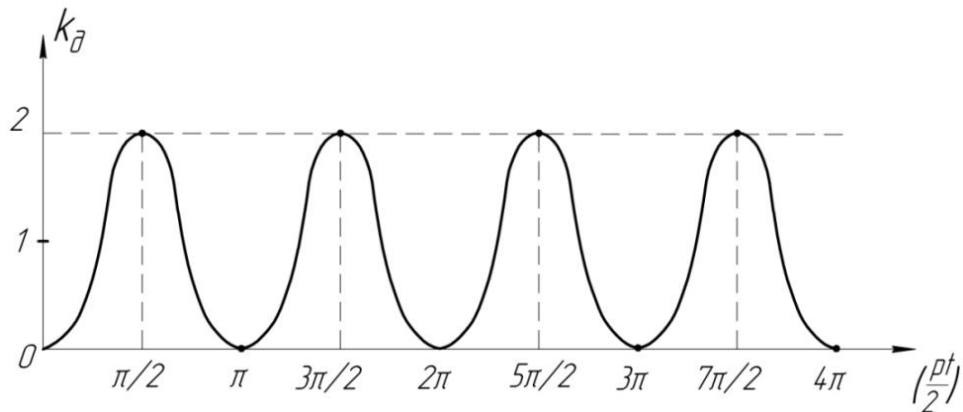


Рис. 3.11. Залежність  $k_{\partial}$  від  $t$  (3.143).

Б. Якщо початкові умови (уточнені):  $x|_{t=0} = 0$ ;  $\dot{x}|_{t=0} = V_o$ , тобто фактично  $P_{\partial} \equiv 0$ , тоді:

$$A = -\frac{m_2 P + m_1 Q}{m_1 + m_2}, \quad B = \frac{C V_o}{p}. \quad (3.144)$$

Фактично такі початкові умови реалізуються для першої стадії підйому «з підхватом», коли канат ще ненапружений ( $P_{\partial} = 0$ ), а рух другої маси відсутній ( $x_2 = \dot{x}_2 = 0$ ), тобто протягом вибору слабину канату (слід зазначити, що на відміну від випадку, розглянутого у п. А, коли  $\dot{x} = 0$ ,  $\dot{x}_2 = 0 \Leftrightarrow \dot{x}_1 = 0$ , тобто був відсутній поступальний рух маси  $m_1$ , у випадку п. Б – при  $\dot{x}_2 = 0$  (нерухома маса  $m_2$ ),  $\dot{x}_1 \neq 0$ ,  $\dot{x}_1 = V_o$ , тобто існує початкова швидкість руху маси  $m_1$ , коли вантаж ( $m_2$ ) ще не почав свій рух ( $\dot{x}_2 = 0$ ), а частини механізму ЕМС (маса  $m_1$ ) які обертаються, розігнані до певної швидкості обертання і мають лінійну швидкість обертального руху  $V_o$ ).

Розв'язок (3.130) для таких початкових умов (п. Б) має вид:

$$P_{\partial} = P_n \cdot (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin pt = Q + (P - Q) \cdot n_2 \cdot (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin pt. \quad (3.145)$$

Мінімальні значення навантаження у канатах будуть у моменти часу  $t_i^*$ , які визначаються з наступних співвідношень:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg}(pt) = -\frac{CV_o}{P_n \cdot p} \Leftrightarrow pt_i^* = i \cdot \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{CV_o}{P_n \cdot p}\right), \quad i \in N \Leftrightarrow \\ t_i^* = \frac{\left[ i \cdot \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{CV_o}{P_n \cdot p}\right) \right]}{p}. \end{array} \right. \quad (3.146)$$

При цьому для  $P_{\partial \min}$  маємо:

$$P_{\partial \min} = P_n \cdot \{1 - \cos(pt_i^*)\} + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin(pt_i^*). \quad (3.147)$$

Оскільки у практичних випадках виконується нерівність:

$$P_n \gg \frac{CV_o}{p}, \quad (3.148)$$

тоді максимальні значення навантажень у канатах будуть у момент часу  $t_n^*$  (3.138) і складають:

$$P_{\partial \max} \cong 2 \cdot \sqrt{P_n^2 + \left(\frac{CV_o}{p}\right)^2}. \quad (3.149)$$

Розмах коливань навантажень у пружних зв'язках визначається зі співвідношення:

$$\tilde{A}_{\text{розмах}} \cong \left[ P_n \cdot \{1 - \cos(pt_i^*)\} + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin(pt_i^*) \right] \cdot (-1) + 2 \cdot \left\{ P_n^2 + \left( \frac{CV_o}{p} \right)^2 \right\}^{1/2}. \quad (3.150)$$

Коефіцієнт динамічності у цьому випадку визначається за формулою:

$$k_{\partial} = (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p \cdot P_n} \cdot \sin(pt). \quad (3.151)$$

Залежність  $k_{\partial}(t)$  (3.151) можна подати у іншій формі:

$$k_{\partial}(t) = 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{CV_o}{p \cdot P_n} \right)^2} \cdot \sin(pt - \alpha), \quad (3.152)$$

$$\text{де } \alpha = \arctg\left(\frac{p \cdot P_n}{CV_o}\right).$$

Максимальні значення  $k_{\partial}$  виникають у моменти  $(t_j^*)$  часу, які визначаються зі співвідношення:

$$(p \cdot t_j^* - \alpha) = \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot (j-1), \quad j \in N \Leftrightarrow t_j^* = \left\{ \left[ \frac{\pi}{2} + 2\pi(j-1) \right] + \alpha \right\} / p. \quad (3.153)$$

При цьому маємо:

$$k_{\partial \max} = 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{CV_o}{p \cdot P_n} \right)^2}. \quad (3.154)$$

Мінімальні значення  $k_{\partial}$  виникають у моменти  $(t_l^*)$  часу, які визначаються зі співвідношення:

$$(p \cdot t_l^* - \alpha) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot (l-1), \quad l \in N \Leftrightarrow t_l^* = \left\{ -\frac{\pi}{2} + \alpha + 2\pi(l-1) \right\} / p. \quad (3.155)$$

При цьому маємо:

$$k_{\partial \min} = 1 - \sqrt{\left( \frac{CV_o}{p \cdot P_n} \right)^2 + 1} < 0. \quad (3.156)$$

Графік залежності  $k_{\partial}(t)$  (3.152) у випадку початкових умов п. Б наведений на (рис. 3.12).

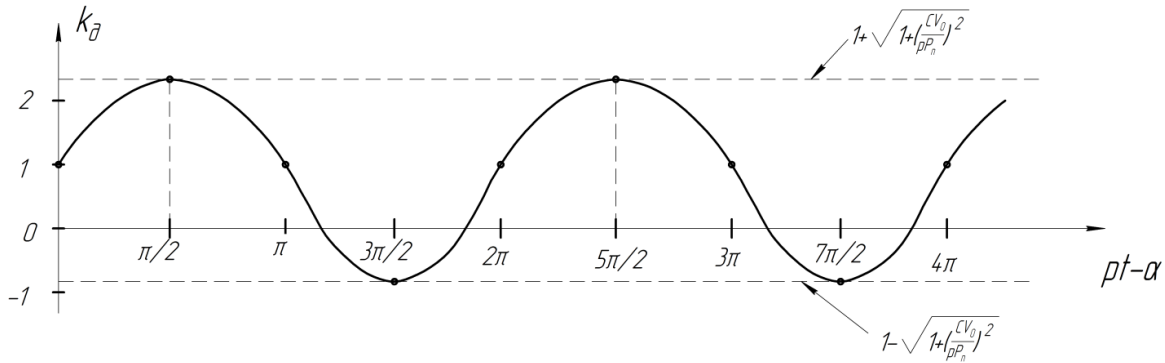


Рис. 3.12. Залежність  $k_{\partial}$  від  $t$  (3.152).

В. Якщо початкові умови:  $x|_{t=0} = \frac{Q}{C}$ ;  $\dot{x}|_{t=0} = 0$ , тобто фактично  $P_{\partial} \equiv Q$ ,

тоді:

$$A = -\frac{m_2 \cdot P_{\text{надл}}}{(m_1 + m_2)} = -n_2 \cdot P_{\text{надл}}; \quad P_{\text{надл}} = P - Q > 0; \quad B = 0. \quad (3.157)$$

Ця ситуація реалізується при підйомі вантажу «з ваги», коли до початку пуску система знаходилась під навантаженням (канати напружені, оскільки вантаж знаходиться не на опорі, а розтягнуті силою ваги маси  $m_2$ ).

Тоді маємо:

$$P_{\partial} = n_1 Q + n_2 \cdot P - n_2 \cdot P_{\text{надл}} \cdot \cos pt = P_n - n_2 \cdot (P - Q) \cdot \cos pt. \quad (3.158)$$

Максимальні значення амплітуд коливань навантажень у пружних зв'язках наступають у моменти часу  $t_n^*$  (3.138) і приймають:

$$P_{\partial \max} = P_n + n_2 \cdot (P - Q) = 2n_2 P + (n_1 - n_2) \cdot Q. \quad (3.159)$$

Мінімальні значення амплітуд коливань навантаження у канатах виникають у момент часу  $t_k^*$  (3.140). При цьому для  $P_{\partial \min}$  маємо:

$$P_{\partial \min} = P_n - n_2 \cdot (P - Q) = (n_1 + n_2) \cdot Q. \quad (3.160)$$

Розмах коливань навантажень у пружних зв'язках складає:

$$\tilde{A}_{\text{розмаха}} = P_n + n_2 \cdot (P - Q) - P_n + n_2 \cdot (P - Q) = 2n_2 \cdot (P - Q) = 2n_2 \cdot P_{\text{надл}}. \quad (3.161)$$

Коефіцієнт динамічності у цьому випадку визначається за формулою:

$$\begin{aligned} k_{\partial} &= 1 - \frac{n_2 \cdot (P - Q)}{P_n} \cdot \cos pt = 1 - \frac{n_2 \cdot P_{\text{надл}}}{P_n} \cdot \cos pt = \\ &= 1 - \frac{n_2 \cdot (P - Q)}{n_1 Q + n_2 P} \cdot \cos pt = 1 - \frac{(n_2 P - n_2 Q)}{(n_2 P - n_1 Q)} \cdot \cos pt. \end{aligned} \quad (3.162)$$

Отже, у цьому випадку і розмах коливань і коефіцієнт динамічності менші, ніж у випадку, описаному у пункті А.

Максимальні значення  $k_{\partial}$  виникають у моменти часу  $t_n^*$  (3.138) і складають:

$$k_{\partial \max} = 1 + \frac{(n_2 P - n_2 Q)}{(n_2 P + n_1 Q)} = \frac{2n_2 P + (n_1 - n_2) Q}{(n_2 P + n_1 Q)}. \quad (3.163)$$

Мінімальні значення  $k_{\partial}$  виникають у моменти часу  $t_k^*$  (3.140) і складають:

$$k_{\partial \min} = 1 - \frac{(n_2 P - n_2 Q)}{(n_2 P + n_1 Q)} = \frac{(n_1 + n_2) Q}{(n_2 P + n_1 Q)}. \quad (3.164)$$

Графік залежності  $k_{\partial}(t)$  для випадку п. В початкових умов наведений на (рис. 3.13).

(Зрозуміло, що вказані вище значення  $t_n^*$ ,  $t_k^*$ ,  $t_i^*$ ,  $t_j^*$  повинні належати інтервалу  $[0, t_p]$ , де  $t_p$  – тривалість пуску/розгону системи підйому вантажу).

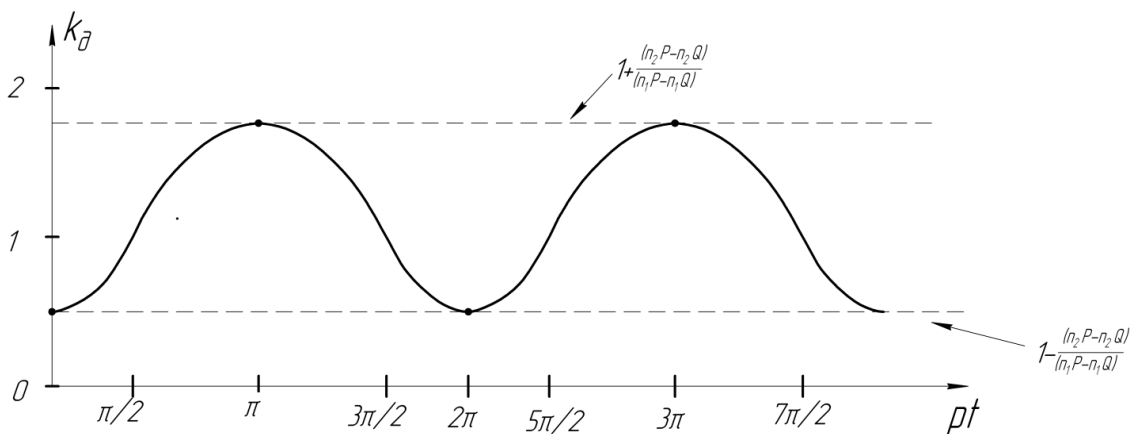


Рис. 3.13. Залежність  $k_{\partial}(t)$  (3.162).

2. Оптимізація режимів руху механізму підйому вантажу крана (мостового типу) при постійному значенні рушійної сили  $P$  (не є функцією часу  $t$ ) для різних способів підйому (вантаж) може бути здійснена на основі викладених нижче міркувань.

Рівняння (3.130) після нескладних перетворень можна подати у наступному виді:

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x = P_n \cdot \frac{(m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}. \quad (3.165)$$

Домножимо ліву й праву частини рівняння (3.165) на  $C$  і врахуємо ту обставину, що  $x = x(t) \Leftrightarrow P_\partial = P_\partial(t)$ . Тоді, замість (3.165) можна отримати рівняння для  $P_\partial(t)$ :

$$\ddot{P}_\partial + p^2 \cdot P_\partial = p^2 \cdot P_n. \quad (3.166)$$

З цього рівняння легко визначити  $P_\partial(t)$ :

$$P_\partial(t) = P_n - \frac{\ddot{P}_\partial}{p^2}. \quad (3.167)$$

Оскільки  $k_\partial = P_\partial / P_n$ , тоді з (3.167) маємо:

$$k_\partial(t) = \left\{ 1 - \frac{\ddot{P}_\partial}{(p^2 \cdot P_n)} \right\}. \quad (3.168)$$

У якості критерію якості руху досліджуваної механічної системи обираємо наступний:

$$\frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \{k_\partial(t)\}^2 dt \Rightarrow \min. \quad (3.169)$$

Враховуючи співвідношення (3.168), критерій (3.169) можна подати наступним чином:

$$\frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} \left\{ 1 - \frac{\ddot{P}_\partial}{p^2 \cdot P_n} \right\}^2 dt \Rightarrow \min. \quad (3.170)$$

Необхідною умовою досягнення критерію (3.170) є рівняння Ейлера–Пуассона виду:

$$P_{\partial}^{(IV)}(t) = 0 \Leftrightarrow x^{(IV)}(t) = 0. \quad (3.171)$$

Розв'яжемо рівняння (3.171) для  $x(t)$  за початкових умов, наведених у п.п. А, Б, В вище. Оскільки рівняння (3.171) четвертого порядку, то необхідно мати ще одну початкову умову для того, щоб знайти однозначне рішення (розв'язок) цього диференційного рівняння. Задля знаходження вказаної початкової умови використаємо рівняння (3.166) яке один раз продиференціюємо. Звідси матимемо:

$$\ddot{x} + p^2 \cdot \dot{x} = 0 \Leftrightarrow \ddot{x}|_{t=0} = -p^2 \cdot \dot{x}|_{t=0}. \quad (3.172)$$

Отже, для кожного варіанту початкових умов (п.п. А, Б, В) маємо обгрунтоване початкове значення  $\ddot{x}|_{t=0}$  (т.з. різкості руху системи).

А. Підйом «з підхватом» (вантажу).

$$t = 0: \quad x|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}|_{t=0} = 0; \quad \ddot{x} = \left( \frac{p^2 \cdot P_n}{C} - p^2 \cdot x \right) \Leftrightarrow \ddot{x}|_{t=0} = \frac{p^2 \cdot P_n}{C}; \quad \ddot{x}|_{t=0} = 0. \quad (3.173)$$

Розв'язок рівняння (3.171) за початкових умов (3.173) має вид:

$$x(t) = \frac{p^2 \cdot P_n}{2 \cdot C} \cdot t^2. \quad (3.174)$$

При цьому для  $P_{\partial}(t)$  маємо:

$$P_{\partial}(t) = C \cdot x(t) = \frac{p^2 \cdot P_n}{2} \cdot t^2. \quad (3.175)$$

Для функції  $k_{\partial}(t)$  можна отримати:



$$k_{\partial}(t) = \frac{P_{\partial}(t)}{P_n} = \frac{p^2 \cdot t^2}{2}; \quad (3.176)$$

$$\overline{(k_{\partial}(t))^2}_{t_p} = \frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} k_{\partial}^2(t) dt = \frac{p^4 \cdot t_p^4}{20}; \quad (3.177)$$

$$\overline{k_{\partial}(t)}_{t_p} = \frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} k_{\partial}(t) dt = \frac{p^2 \cdot t_p^2}{6}. \quad (3.178)$$

Середньоквадратичне значення  $k_{\partial}(t)$  на інтервалі часу  $t \in [0, t_p]$  знаходимо зі співвідношення:

$$\overline{(k_{\partial}(t)_{СКВ})}_{t_p} = \sqrt{\overline{(k_{\partial}(t))^2}_{t_p}} = \frac{p^2 \cdot t_p^2}{2\sqrt{5}}. \quad (3.179)$$

Отже, з порівняння виразів (3.178) й (3.179) видно, що:

$$\overline{(k_{\partial}(t)_{СКВ})}_{t_p} > \overline{k_{\partial}(t)}_{t_p}. \quad (3.180)$$

Графік залежності  $k_{\partial}(t)$  (3.176) наведений на (рис. 3.14).

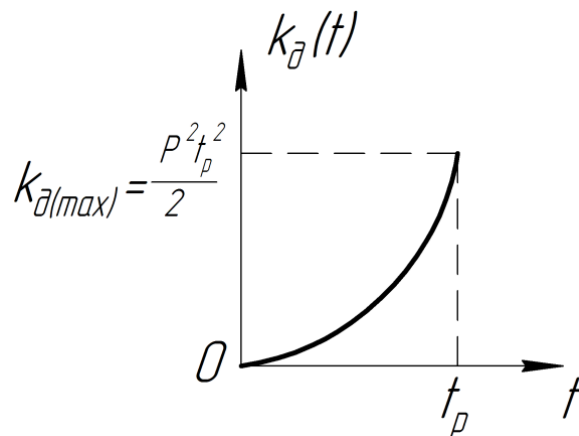


Рис. 3.14. Залежність  $k_{\partial}(t)$  (3.176).

Б. Підйом «з підхватом» (вантажу) – уточнений варіант.

$$x|_{t=0}=0; \quad \dot{x}|_{t=0}=V_o; \quad \ddot{x}|_{t=0}=\frac{p^2 \cdot P_n}{C}; \quad \ddot{\ddot{x}}|_{t=0}=-p^2 \cdot V_o. \quad (3.181)$$

Розв'язок рівняння (3.171) за початкових умов (3.181) має вид:

$$x(t)=V_o \cdot t+\frac{p^2 \cdot P_n}{2 \cdot C} \cdot t^2+\left(-\frac{p^2 \cdot V_o}{6}\right) \cdot t^3. \quad (3.182)$$

Для  $P_\partial(t)$  у цьому випадку маємо:

$$P_\partial(t)=C \cdot V_o \cdot t+\frac{p^2 \cdot P_n}{2} \cdot t^2-\frac{C \cdot p^2 \cdot V_o}{6} \cdot t^3. \quad (3.183)$$

Для  $k_\partial(t)$  можна отримати:

$$k_\partial(t)=\frac{C \cdot V_o \cdot t}{P_n}+\frac{p^2 \cdot t^2}{2}-\frac{C \cdot p^2 \cdot V_o}{6 \cdot P_n} \cdot t^3. \quad (3.184)$$

Для середньоквадратичного значення  $k_\partial(t)$  на інтервалі часу  $t \in [0, t_p]$

маємо:

$$\overline{(k_\partial(t)_{\text{СКВ}})_{t_p}} = \left\{ \frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} [k_\partial(t)]^2 dt \right\}^{1/2} =$$

$$= \left\{ \frac{C^2 \cdot V_o^2 \cdot t_p^2}{3 \cdot P_n^2} + \frac{p^4 \cdot t_p^4}{20} + \frac{C^2 \cdot p^4 \cdot V_o^2 \cdot t_p^6}{252 \cdot P_n^2} + \frac{C V_o \cdot p^2 \cdot t_p^3}{4 \cdot P_n} - \frac{C^2 \cdot V_o^2 p^2 \cdot t_p^4}{15 \cdot P_n^2} - \frac{C \cdot p^4 \cdot V_o \cdot t_p^5}{36 \cdot P_n} \right\}^{1/2}. \quad (3.185)$$

Для середнього значення  $k_\partial(t)$  на інтервалі  $t \in [0, t_p]$  маємо:

$$\overline{(k_{\partial}(t))}_{t_p} = \frac{C \cdot V_o \cdot t_p}{2P_n} + \frac{p^2 \cdot t_p^2}{6} - \frac{C \cdot p^2 \cdot V_o \cdot t_p^3}{24 \cdot P_n}. \quad (3.186)$$

Графік залежності  $k_{\partial}(t)$  (3.184) подані на (рис. 3.15).

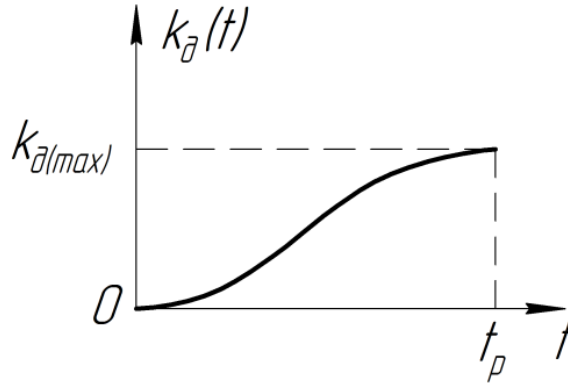


Рис. 3.15. Залежність  $k_{\partial}(t)$  (3.184):  $k_{\partial \max} = \frac{C \cdot V_o \cdot t_p}{P_n} + \frac{p^2 \cdot t_p^2}{2} - \frac{C \cdot p^2 \cdot V_o \cdot t_p^3}{6 \cdot P_n}$ .

В. Підйом «з ваги» (вантаж).

$$x|_{t=0} = \frac{Q}{C}; \quad \dot{x}|_{t=0} = 0; \quad \ddot{x}|_{t=0} = \frac{p^2}{C} (P_n - Q); \quad \ddot{\ddot{x}}|_{t=0} = 0. \quad (3.187)$$

Розв'язок рівняння (3.171) за початкових умов (3.187) має вид:

$$x(t) = \frac{Q}{C} + \frac{p^2}{2C} \cdot (P_n - Q) \cdot t^2. \quad (3.188)$$

Відповідно, для  $P_{\partial}(t)$  маємо:

$$P_{\partial}(t) = Q + \frac{p^2}{2} \cdot (P_n - Q) \cdot t^2. \quad (3.189)$$

Для  $k_{\partial}(t)$  у цьому випадку можна отримати:

$$k_{\partial}(t) = \frac{Q}{P_n} + \frac{p^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{Q}{P_n}\right) \cdot t^2. \quad (3.190)$$

Середньоквадратичне значення  $k_{\partial}(t)$  на інтервалі часу  $t \in [0, t_p]$  має

вид:

$$\overline{(k_{\partial}(t))_{скв}}_{t_p} = \left\{ \frac{Q^2}{P_n^2} + \frac{p^4 \cdot t_p^4 \cdot \left(1 - \frac{Q}{P_n}\right)^2}{20} + \frac{Q}{P_n} \cdot \frac{p^2 \cdot t_p^2}{3} \cdot \left(1 - \frac{Q}{P_n}\right) \right\}^{1/2}. \quad (3.191)$$

Для середнього значення  $k_{\partial}(t)$  на інтервалі часу  $t \in [0, t_p]$  маємо:

$$\overline{(k_{\partial}(t))}_{t_p} = \frac{Q}{P_n} + \frac{p^2 \cdot t_p^2}{6} \cdot \left(1 - \frac{Q}{P_n}\right). \quad (3.192)$$

Графік залежності  $k_{\partial}(t)$  (3.190) поданий на (рис. 3.16).

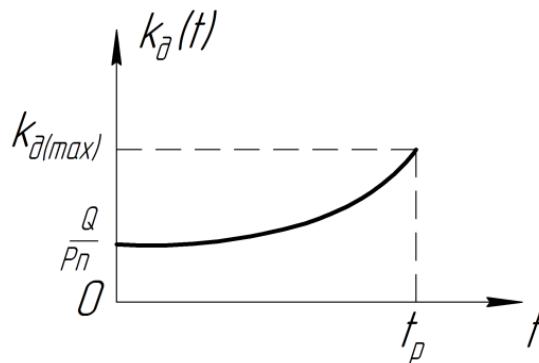


Рис. 3.16. Залежність  $k_{\partial}(t)$  (3.190):  $k_{\partial \max} = \frac{Q}{P_n} + \frac{p^2 \cdot t_p^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{Q}{P_n}\right)$ ,  $\frac{Q}{P_n} < 1$ .

Якщо виконується умова  $\frac{Q}{P_n} > 1$ , тоді залежність  $k_\partial(t)$  (3.190) має іншу, відмінну від (рис. 3.16), графічну інтерпретацію (рис. 3.17).

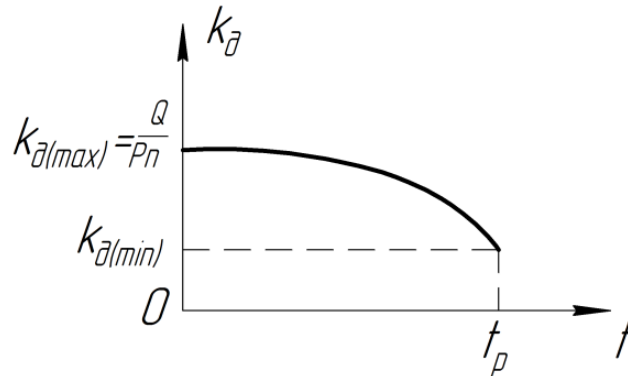


Рис. 3.17. Залежність  $k_\partial(t)$  (3.190) при  $\frac{Q}{P_n} > 1$ :  $k_{\partial \min} = \frac{Q}{P_n} + \frac{P^2 \cdot t_p^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{Q}{P_n}\right)$ .

Знаючи оптимальний закон руху  $x(t)$  для різних початкових умов (пп. А, Б, В), легко з рівнянь системи (3.129) знайти закони руху  $x_1(t)$  й  $x_2(t)$ . Вони наведені нижче. Спочатку запишемо рівняння системи (3.129) у іншій формі:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\frac{C}{m_1} \cdot x(t) + \frac{P}{m_1}; \\ \ddot{x}_2 = \frac{C}{m_2} \cdot x(t) - \frac{Q}{m_2}. \end{cases} \quad (3.193)$$

А. Підйом «з підхватом».

$$\{x|_{t=0}=0; \dot{x}|_{t=0}=0;\} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1|_{t=0}=0; \dot{x}_1|_{t=0}=0; \\ x_2|_{t=0}=0; \dot{x}_2|_{t=0}=0; \end{cases} \quad (3.194)$$

Оскільки маса  $m_2$  (вантаж) не рухається. При цьому  $x(t)$  описується залежністю (3.174). Маючи початкові умови (3.194) (нульові для  $x_1$  й  $x_2$  –

координат та їх похідних по часу  $t$ ), легко знаходимо для цього випадку закони руху мас  $m_1$  й  $m_2$ :

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{P \cdot t^2}{2m_1} - \frac{p^2 \cdot P_n \cdot t^4}{24m_1}; \\ x_2(t) = -\frac{Q \cdot t^2}{2m_2} + \frac{p^2 \cdot P_n \cdot t^4}{24m_2}. \end{cases} \quad (3.195)$$

Б. Підйом «з підхватом» (уточнений варіант).

$$\{x|_{t=0}=0; \dot{x}|_{t=0}=V_o;\} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1|_{t=0}=0; \dot{x}_1|_{t=0}=V_o; \\ x_2|_{t=0}=0; \dot{x}_2|_{t=0}=0; \end{cases} \quad (3.196)$$

Умови (3.196) у зв'язку з тим, що й у цьому варіанті маса  $m_2$  нерухома, а рух відбувається лише у маси  $m_1$ . При цьому  $x(t)$  описується залежністю (3.182). Для законів руху мас  $m_1$  й  $m_2$  у цьому випадку можна отримати:

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{P}{m_1} \cdot \frac{t^2}{2} + V_o \cdot t - \frac{C \cdot V_o \cdot t^3}{6m_1} - \frac{p^2 \cdot P_n \cdot t^4}{24m_1} + \frac{C \cdot p^2 \cdot V_o \cdot t^5}{120m_1}; \\ x_2(t) = -\frac{Q}{m_2} \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{C \cdot V_o \cdot t^3}{6m_2} + \frac{p^2 \cdot P_n \cdot t^4}{24m_2} - \frac{C \cdot p^2 \cdot V_o \cdot t^5}{120m_2}. \end{cases} \quad (3.197)$$

В. Підйом «з ваги».

$$\left\{ x|_{t=0} = \frac{Q}{C}; \dot{x}|_{t=0} = 0; \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1|_{t=0} = \frac{Q}{C}; \dot{x}_1|_{t=0} = 0; \\ x_2|_{t=0} = 0; \dot{x}_2|_{t=0} = 0; \end{cases} \quad (3.198)$$

І у цьому випадку вважаємо у початковий момент масу  $m_2$  нерухомою. Закон  $x(t)$  описується залежністю (3.188). Для законів руху мас  $m_1$  й  $m_2$  у цьому випадку маємо:

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{Q}{C} + \frac{(P-Q)t^2}{2m_1} - \frac{p^2 \cdot t^4}{24m_1} (P_n - Q); \\ x_2(t) = \frac{p^2 \cdot t^4}{24m_2} \cdot (P_n - Q). \end{cases} \quad (3.199)$$

3. Аналіз руху та його оптимізація у процесі пуску механізму підйому вантажу (мостового) крана при підйомі «з землі» [8].

Слід зазначити, що при гальмуванні механізму підйому вантажу крана у перше рівняння системи (3.129) треба підставити замість  $P$  гальмівне зусилля  $P_r$  (тобто  $P \rightarrow P_r$ ). Розв'язок рівнянь і дослідження режимів руху за різних способів підйому вантажу (пп. А, Б, В) залишається аналогічним до розглянутих вище (як, до речі, й режими оптимізації рухів системи).

Але представляє практичний інтерес визначення динамічних зусиль у пружних зв'язках (канатах), коли сили опору зростають за певний (фіксований) проміжок часу по лінійній від часу  $t$  залежності, а потім залишаються постійними. Такі випадки мають місце, наприклад, при підйомі вантажу «з землі» [8].

Графік зростання навантажень показаний на (рис. 3.18). Залежність  $Q(t)$  у цьому випадку можна подати наступним чином:

$$Q(t) = \begin{cases} Q \cdot \frac{t}{\tau_o}, & \text{при } 0 \leq t \leq \tau_o; \\ Q, & \text{при } t \geq \tau_o. \end{cases} \quad (3.200)$$

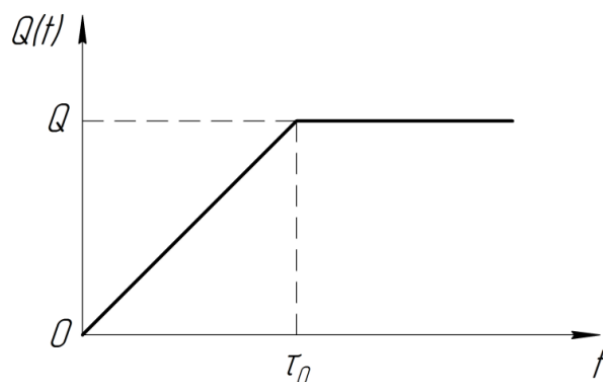


Рис. 3.18. Графік зростання навантажень  $Q(t)$ .

На жаль, результати подані у [8] для цього випадку мають суттєві неточності/недоліки, оскільки: 1) не визначені початкові умови для підйому вантажу «з землі»; 2) не визначений фазовий кут  $\varphi$  коливань, які виникають у системі у момент  $t = \tau_0$ . Використовуючи підхід роботи [14], де подібна задача розв'язана для нульових початкових умов (тобто  $x|_{t=0}=0$ ,  $\dot{x}|_{t=0}=0$ ), можна отримати наступний результат. При отриманні вказаних нижче залежностей використаний метод припасовування.

Модельне рівняння руху системи при підйомі «з землі» має вид:

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x = \frac{P}{m_1} + \frac{Q(t)}{m_2}. \quad (3.201)$$

Для  $0 \leq t \leq \tau_0$  й нульових початкових умов ( $x|_{t=0}=0$ ;  $\dot{x}|_{t=0}=0$ ) воно має наступний розв'язок:

$$x(t) = \frac{P}{p^2 \cdot m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 p^2 \tau_0} - \frac{Q}{m_2 p^3 \tau_0} \cdot \sin(pt) - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt). \quad (3.202)$$

Для  $t \geq \tau_0$  й умов:

$$x(t)|_{t=\tau_0-0} = x(t)|_{t=\tau_0+0}; \quad \dot{x}(t)|_{t=\tau_0-0} = \dot{x}(t)|_{t=\tau_0+0}, \quad (3.203)$$



рівняння (3.201) має такий розв'язок:

$$x(t) = \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) - \frac{Q}{m_2 p^2} \cdot \left[ \frac{\sin\left(\frac{p\tau_o}{2}\right)}{\frac{p\tau_o}{2}} \right] \cdot \left[ \cos\left(pt - \frac{p\tau_o}{2}\right) \right]. \quad (3.204)$$

(До речі, умови (3.203) є умовами, які застосовуються у методі припасовування. Їх фізичний зміст полягає у тому, що відносна координата переміщення  $\dot{x}(t)$  є неперервними функціями часу  $t$ , й у т.ч. у точці  $t = \tau_o$ , коли  $0 \leq t \leq \infty$ ).

Слід зазначити, що вираз для  $P_\partial(t)$  для кожного з інтервалів часу:  $0 \leq t \leq \tau_o$  й  $0 \leq t \leq \infty$  можна легко отримати, знаючи вирази (3.202) та (3.204) для відносного переміщення  $x(t)$  у вказаних інтервалах.

Отже, на відміну від формули  $P_\partial(t)$ , отриманої у [8] для цього способу підйому вантажу («з землі»), маємо:

а)  $0 \leq t \leq \tau_o$

$$P_\partial(t) = C \cdot \left\{ \frac{P}{p^2 m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 p^2 \tau_o} - \frac{Q}{m_2 p^3 \tau_o} \cdot \sin(pt) - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) \right\}; \quad (3.205)$$

б)  $\tau_o \leq t < \infty$

$$P_\partial(t) = C \cdot \left\{ \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) - \frac{Q}{m_2 p^2} \cdot \left[ \frac{\sin\left(\frac{p\tau_o}{2}\right)}{\frac{p\tau_o}{2}} \right] \cdot \cos\left(pt - \frac{p\tau_o}{2}\right) \right\}. \quad (3.206)$$

Використовуючи вирази (3.205) та (3.206), можна знайти й  $k_\partial(t)$  на кожному із вказаних інтервалів часу:

а)  $0 \leq t \leq \tau_o$

$$k_{\partial}(t) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{p^2 m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 p^2 \tau_o} - \frac{Q}{m_2 p^3 \tau_o} \cdot \sin(pt) - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) \right\}; \quad (3.207)$$

б)  $\tau_o \leq t < \infty$

$$k_{\partial}(t) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) - \frac{Q}{m_2 p^2} \cdot \left[ \frac{\sin\left(\frac{p\tau_o}{2}\right)}{\frac{p\tau_o}{2}} \right] \cdot \cos\left(pt - \frac{p\tau_o}{2}\right) \right\}. \quad (3.208)$$

Вираз (3.208) суттєво відрізняється від аналогічного, отриманого у [8].

Аналіз (3.207) й (3.208) показує, що  $k_{\partial}(t)$  для варіанту підйому вантажу «з землі» має осцилюючий характер зміни по часу  $t$ .

Умова, за якої  $k_{\partial}(t)|_{t=\tau_o-0} = k_{\partial}(t)|_{t=\tau_o+0} = 1$ , приймає наступний вид:

$$p \cdot \tau_o + \tilde{\alpha} = n \cdot \pi, \quad n \in N, \quad (3.209)$$

де  $\tilde{\alpha} = \arctg \left\{ \frac{P}{Q} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot p \cdot \tau_o \right\}$ . Зі співвідношення (3.209) можна знайти значення  $\tau_o$ , за якого, при проходженні точки  $t = \tau_o$  ( $0 \leq \tau_o \leq t_p$ )  $k_{\partial}(t)$  приймає значення 1 (система працює без перевантажень):

$$p \cdot \tau_o + \arctg \left\{ \frac{P}{Q} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot p \cdot \tau_o \right\} = n\pi, \quad n \in N \quad (3.210)$$

Трансцендентне рівняння (3.210) відносно  $\tau_o$  визначає цей параметр, як функцію  $P$ ,  $Q$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $p$ , що не призводить до появи перевантажень у

точці  $t = \tau_o$  ( $k_\partial(\tau_o) \equiv 1$ ). Якщо параметр  $\tau_o$  не задовольняє умові (3.210), перевантаження системи можуть мати місце як на інтервалі часу  $0 \leq t \leq \tau_o$ , так і при  $\tau_o \leq t < \infty$ .

Розглянемо при підйомі вантажу «з землі», за якою виконується наступний критерій якості цього руху:

$$\begin{cases} \int_0^{t_p} k_\partial^2(t) dt \Rightarrow \min, & t_p > \tau_o, \end{cases} \quad (3.211)$$

$$\begin{cases} \int_0^{\tau_o} k_\partial^2(t) dt + \int_{\tau_o}^{t_p} k_\partial^2(t) dt \Rightarrow \min, \end{cases} \quad (3.212)$$

де для визначення  $k_\partial(t) = \frac{P_\partial(t)}{P_n}$  необхідно скористатись рівнянням (3.201).

З (3.201) легко встановити, що:

$$P_\partial(t) = \left\{ \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q(t) - \ddot{P}_\partial \right\} \cdot \frac{1}{p^2}. \quad (3.213)$$

Тоді для  $k_\partial(t)$  й  $0 \leq t < \infty$  маємо:

$$k_\partial(t) = \frac{P_\partial(t)}{P_n} = \frac{1}{p^2 \cdot P_n} \cdot \left\{ \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q(t) - \ddot{P}_\partial \right\}. \quad (3.214)$$

Враховуючи залежність (3.145), критерій якості руху у формі (3.212) для даної механічної системи при підйомі «з землі» має вид:

$$\frac{1}{p^2 \cdot P_n} \cdot \int_0^{\tau_o} \left[ \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q \cdot \frac{t}{\tau_o} - \ddot{P}_\partial \right]^2 dt + \frac{1}{p^2 \cdot P_n} \cdot \int_0^{\tau_o} \left[ \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q - \ddot{P}_\partial \right]^2 dt \Rightarrow \min. \quad (3.215)$$

Мінімальне значення у (3.215) досягається за умови:

$$\begin{cases} \ddot{P}_\partial = \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q \cdot \frac{t}{\tau_o}, & 0 \leq t \leq \tau_o, \\ \ddot{P}_\partial = \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q, & \tau_o \leq t < t_p. \end{cases} \quad (3.216)$$

Враховуючи визначення  $P_\partial(t)$  (3.132), яке дане у [8], умову (3.216) можна подати наступним чином:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{P}{m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 \cdot \tau_o}, & 0 \leq t \leq \tau_o; \\ \ddot{x} = \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}, & \tau_o \leq t < t_p. \end{cases} \quad (3.217)$$

Перше і друге диференціальні рівняння (3.217) слід розв'язувати стандартним чином, проте початкові умови у них будуть різні. Так, у першому диференціальному рівнянні (3.217) початкові умови нульові:

$$x|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}|_{t=0} = 0, \quad (3.218)$$

а у другому диференціальному рівнянні (3.217) (згідно з методом припасовування) початкові умови «ненульові»:

$$x|_{t=\tau_o+0} = x|_{t=\tau_o-0}; \quad \dot{x}|_{t=\tau_o+0} = \dot{x}|_{t=\tau_o-0}. \quad (3.219)$$

Виходячи з цієї обставини, можна знайти розв'язки рівнянь (3.217). Вони мають наступний вид:

а)  $0 \leq t \leq \tau_o$

$$x(t) = \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 + \frac{Q \cdot t^3}{6m_2\tau_o}; \quad (3.220)$$

б)  $\tau_o \leq t \leq t_p$

$$x(t) = \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (3.221)$$

Оскільки на етапі підйому з «з землі» вантаж (маса  $m_2$ ) нерухомий, тоді з рівняння:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{C}{m_1} \cdot x(t) + \frac{P}{m_1}, \quad 0 \leq t \leq \tau_o, \quad (3.222)$$

й початкових умов:

$$x_1|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_1|_{t=0} = 0, \quad (3.223)$$

Залежності  $x(t)$  (3.220) знаходимо закон руху маси  $m_1$  на цьому інтервалі часу  $t$  ( $0 \leq t \leq \tau_o$ ):

$$x_1(t) = \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 - \frac{C \cdot P}{24 \cdot m_1^2} \cdot t^4 - \frac{C \cdot Q}{120 \cdot m_1 m_2 \tau_o} \cdot t^5. \quad (3.224)$$

Якщо початкові умови «уточнені» ( $x|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}|_{t=0} = V_o$ ), тоді замість рівняння (3.220) для  $x(t)$  на  $t \in (0, \tau_o)$  маємо:

$$x(t) = V_o \cdot t + \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 + \frac{Q \cdot t^3}{6 \cdot m_2 \tau_o}. \quad (3.225)$$

Тоді на етапі підйому «з землі» вантаж (маса  $m_2$ ) нерухомий, а з рівняння:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{C}{m_1} \cdot x(t) + \frac{P}{m_1}, \quad 0 \leq t \leq \tau_o, \quad x_1|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_1|_{t=0} = V_o, \quad (3.226)$$

й залежності (3.225) для  $x_1(t)$  маємо такий закон руху:

$$x_1(t) = V_o \cdot t - \frac{CV_o}{6m_1} \cdot t^3 + \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 - \frac{C \cdot P}{24m_1^2} \cdot t^4 - \frac{C \cdot Q}{120 \cdot m_1 m_2 \tau_o} \cdot t^5. \quad (3.227)$$

На інтервалі часу  $t \in [\tau_o, t_p]$  маса  $m_2$  (вантаж) ще не почала рухатись, але канат вже напружений ( $P_o \neq 0$ ), що призводить до рухів маси  $m_2$  згідно з рівнянням:

$$\ddot{x}_2 = \frac{C}{m_2} \cdot x(t) - \frac{Q}{m_2}, \quad (3.228)$$

при нульових початкових умовах для  $x_2$  ( $x_2|_{\tau_o} = 0$ ;  $\dot{x}_2|_{\tau_o} = 0$ ).

Якщо  $x(t)$  визначається з (3.221), тоді маємо для руху вантажу ( $m_2$ ) наступний закон при  $t \in [\tau_o, t_p]$ :

$$x_2(t) = A_o + A_1 \cdot t + \frac{CQ\tau_o^2}{12m_2^2} \cdot t^2 - \frac{Q}{2m_2} \cdot t^2 - \frac{CQ\tau_o \cdot t^3}{12m_2^2} + \frac{C}{m_2} \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^4}{24}, \quad (3.229)$$

$$\text{де: } A_o = \frac{CQ\tau_o^4}{24m_2^2} - \frac{Q\tau_o^2}{2m_2} + \frac{C \cdot P \cdot \tau_o^4}{8m_1 m_2}; \quad A_1 = -\frac{CQ\tau_o^3}{12m_2^2} + \frac{Q \cdot \tau_o}{m_2} - \frac{C \cdot P \cdot \tau_o^3}{6m_1 m_2}.$$

На інтервалі  $t \in [\tau_o, t_p]$  маса  $m_1$  ще не почала рухатись ( $\dot{x}_1|_{\tau_o} = 0$ ), але канат вже напружений, тому  $x_1|_{\tau_o} = \frac{Q}{C}$  і з рівняння:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{C}{m_1} \cdot x(t) + \frac{P}{m_1}, \quad (3.230)$$

при  $x(t)$  (3.221) маємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t) = B_0 + B_1 \cdot t - \frac{CQ\tau_o^2}{12m_1m_2} \cdot t^2 + \frac{P \cdot t^2}{2m_1} + \frac{CQ\tau_o \cdot t^3}{12m_1m_2} - \frac{C}{24m_1} \cdot \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot t^4; \\ B_1 = \frac{(-CQ\tau_o^3)}{12m_1m_2} - \frac{P\tau_o}{m_1} + \frac{C \cdot \tau_o^3}{6m_1} \cdot \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right); \quad B_0 = -B_1 \cdot \tau_o - \frac{P \cdot \tau_o^2}{2m_1} + \\ + \frac{Q}{C} + \frac{C}{24m_1} \cdot \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \tau_o^4. \end{array} \right. \quad (3.231)$$

Якщо початкові умови «уточнені» і  $\dot{x}(t)|_{t=0} = \dot{x}(t)|_{t=\tau_o} = V_o$ , тоді рівняння для  $x_1(t)$  (3.230) треба розв'язати при інших початкових умовах.

При цьому  $x(t)$  на інтервалі  $t \in [\tau_o, t_p]$  має вид:

$$x(t) = V_o \cdot t + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (3.232)$$

Отже, для знаходження  $x_1(t)$  треба розв'язати рівняння:

$$\ddot{x}_1 = \left( -\frac{C}{m_1} \right) \cdot \left[ V_o \cdot t + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2} \right] + \frac{P}{m_1}, \quad (3.233)$$

при наступних початкових умовах:

$$x_1|_{t=\tau_o} = \frac{Q}{C}; \quad \dot{x}_1|_{t=\tau_o} = V_o. \quad (3.234)$$

Розв'язок (3.233) шукаємо у вигляді:

$$x_1(t) = D_0 + D_1 \cdot t + \left( -\frac{C}{m_1} \right) \cdot \left[ V_o \cdot \frac{t^3}{6} + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} \cdot \frac{t^2}{2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot \frac{t^3}{6} + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^4}{24} \right] + \frac{P}{2m_1} \cdot t^2. \quad (3.235)$$

Константи  $D_1$  й  $D_o$  визначається наступними співвідношеннями:

$$\begin{cases} D_1 = \left(\frac{C}{m_1}\right) \cdot \left[ \frac{V_o \cdot \tau_o^2}{2} - \frac{Q \cdot \tau_o^3}{12m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{\tau_o^3}{6} \right] - \frac{P \cdot \tau_o}{m_1}; \\ D_o = \frac{Q}{C} - D_1 \cdot \tau_o + \left(\frac{C}{m_1}\right) \cdot \left[ \frac{V_o \cdot \tau_o^3}{6} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{\tau_o^4}{24} \right] - \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2. \end{cases} \quad (3.236)$$

На інтервалі  $t \in [\tau_o, t_p]$  для маси  $m_2$  у випадку  $x(t)$  (3.232) й нульових початкових умов ( $x_2|_{t=\tau_o} = 0$ ;  $\dot{x}_2|_{t=\tau_o} = 0$ ) маємо наступний закон руху:

$$x_2(t) = E_o + E_1 \cdot t + \left(\frac{C}{m_2}\right) \cdot \left\{ \frac{V_o \cdot t^3}{6} + \frac{Q \cdot \tau_o^2 \cdot t^2}{12m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o \cdot t^3}{12m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{t^4}{24} \right\} - \frac{Q \cdot t^2}{2m_2}. \quad (3.237)$$

Константи  $E_o$  та  $E_1$  знаходимо з умов:

$$\begin{cases} E_1 = \left(-\frac{C}{m_2}\right) \cdot \left\{ \frac{V_o \cdot \tau_o^2}{2} - \frac{Q \cdot \tau_o^3}{12m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{\tau_o^3}{6} \right\} + \frac{Q \cdot \tau_o}{m_2}; \\ E_o = (-E_1 \cdot \tau_o) + \left(-\frac{C}{m_2}\right) \cdot \left\{ \frac{V_o \cdot \tau_o^3}{6} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{\tau_o^4}{24} \right\} + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{2m_2}. \end{cases} \quad (3.238)$$

Використовуючи вирази (3.220), (3.221) легко отримати залежність  $k_\partial(t)$  на  $t \in [0, t_p]$  при оптимальних режимах руху системи.

Отже, для  $t \in [0, \tau_o]$  маємо:

$$k_\partial(t) = \frac{Cx(t)}{P_n} = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2 \cdot m_1} \cdot t^2 + \frac{Q \cdot t^3}{6m_2 \tau_o} \right\}. \quad (3.239)$$

Для  $t \in [\tau_o, t_p]$  маємо:



$$k_{\partial}(t) = \frac{Cx(t)}{P_n} = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2} \right\}. \quad (3.240)$$

Аналіз функції  $k_{\partial}(t)$  (3.239) показує, що на  $t \in [0, \tau_o]$  вона є монотонно зростаючою від значення  $k_{\partial \min}(0) = 0$  до значення:

$$k_{\partial \max}(\tau_o) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2 + \frac{Q \cdot \tau_o^3}{6m_2 \tau_o} \right\} = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2 + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} \right\}. \quad (3.241)$$

Графік  $k_{\partial}(t)$  (3.239) зображений на (рис. 3.19).

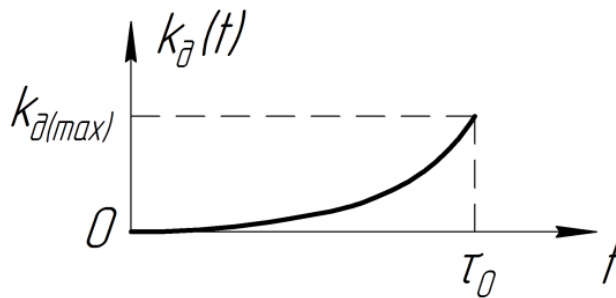


Рис. 3.19. Залежність  $k_{\partial}(t)$  (3.239):  $t \in [0, \tau_o]$ .

Аналіз функції  $k_{\partial}(t)$  (3.240) показує, що на  $t \in [\tau_o, t_p]$  вона спочатку, у точці  $t = \tau_o$  співпадає по своєму значенню з  $k_{\partial}(\tau_o)$  (3.241), потім спадає до значення  $k_{\partial \min}(t^*)$ , яке визначається зі співвідношення:

$$\begin{cases} k_{\partial \min}(t^*) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o \cdot t^*}{2m_2} + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{(t^*)^2}{2} \right\}, \\ t^* = \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2 \cdot \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right)}. \end{cases} \quad (3.242)$$

При  $t = t_p$   $k_{\partial}(t_p)$  приймає значення:

$$k_{\partial}(t_p) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t_p + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t_p^2}{2} \right\}. \quad (3.243)$$

При умові  $\tau_o \ll t_p$  можна отримати наближене значення  $k_{\partial}(t_p)$  наступного виду:

$$k_{\partial}(t_p) \approx \frac{C}{P_n} \cdot \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t_p^2}{2}. \quad (3.244)$$

Графік залежності  $k_{\partial}(t)$  (3.240) зображений на рис. 3.20.

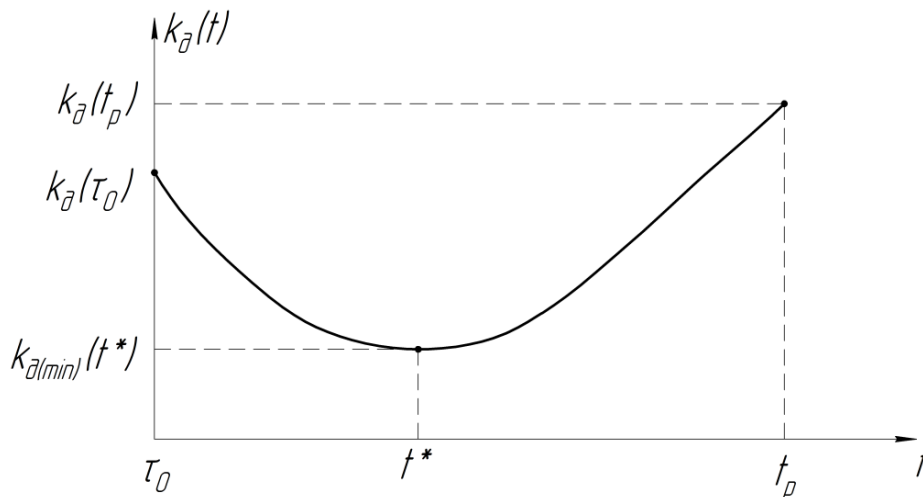


Рис. 3.20. Залежність  $k_{\partial}(t)$  (3.240):

$$t \in [\tau_o, t_p]; \quad k_{\partial}(\tau_o) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2 + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} \right\};$$

$$k_{\partial \min}(t^*) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t^* + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{(t^*)^2}{2} \right\};$$

$$k_{\partial}(t_p) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t_p + \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t_p^2}{2} \right\};$$

$$t^* = Q \cdot \tau_o / \left[ 2m_2 \cdot \left( \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \right].$$

Слід зазначити, що джерелом виникнення коливань у досліджуваній системі (яка є, по суті, суттєво – нелінійною механічною системою із зосередженими параметрами) є стрибок похідної  $\frac{dQ(t)}{dt}$  при проходженні точки  $t = \tau_0$  (рис. 3.21).

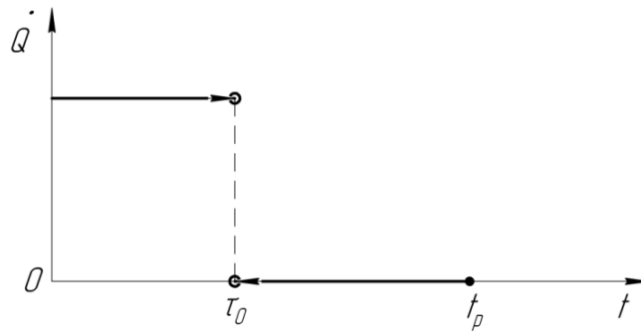


Рис. 3.21. Залежність  $\dot{Q}(t)$ .

Позбутися небажаних коливань у системі при підйомі вантажу «з землі» можна змінивши закон  $Q(t)$ , який би плавно (з певними умовами гладкості, що накладаються на функцію  $Q(t)$ ) змінював значення цієї функції на інтервалі  $t \in [0, t_p]$  від нуля до  $Q$  (рис. 3.22). При цьому для  $t \geq t_p$   $Q(t) = Q$ , а з залежність  $Q(t)$  на  $t \in [0, t_p]$  апроксимується поліномом (сплайном) по  $t$  до п'ятого порядку включно. Умови гладкості для  $Q(t)$  виконуються у точках  $t = t_p$  й  $t = 0$ .

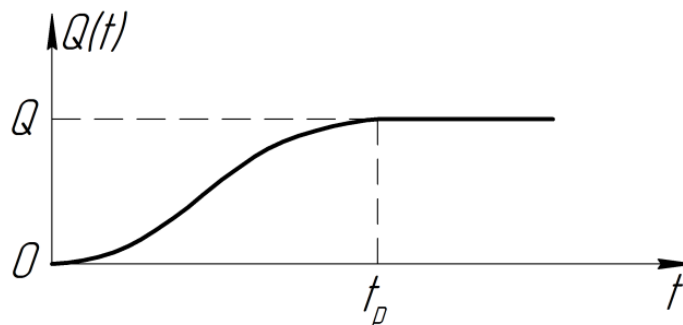


Рис. 3.22. Залежність  $Q(t)$ , яка не викликає появи у системі небажаних коливань на інтервалі  $t \in [0, t_p]$ .

Функція  $Q(t)$ , яка задовольняє наступним умовам (початковим/кінцевим), що еквівалентні певним умовам її гладкості:

$$\begin{cases} Q(t)|_{t=0} = \dot{Q}(t)|_{t=0} = \ddot{Q}(t)|_{t=0} = 0; \\ Q(t)|_{t=t_p} = Q; \dot{Q}(t)|_{t=t_p} = 0; \ddot{Q}(t)|_{t=t_p} = 0, \end{cases} \quad (3.245)$$

має наступним вид:

$$Q(t) = Q \cdot \left\{ 10 \cdot \left( \frac{t}{t_p} \right)^3 - 15 \cdot \left( \frac{t}{t_p} \right)^4 + 6 \cdot \left( \frac{t}{t_p} \right)^5 \right\}. \quad (3.246)$$

Отже, щоб позбутися небажаних коливань системи підйому вантажу крана на етапі розгону/пуску механізму його підйому при використанні способу підйому «з землі» необхідно забезпечити натяг канату до повного відриву від землі за законом (3.246) (рис. 3.22). Зрозуміло, що закон  $Q(t)$  (3.246) не єдиний, а існує безліч сплайнів по часу  $t$  більш високого порядку (з більш «жорсткими» умовами гладкості у точках  $t=0$ ,  $t=t_p$ ). Найпростіший з них поданий співвідношеннями (3.245), (3.246).

## Висновки до третього розділу:

1. На основі одномасової моделі здійснена динамічна оптимізація вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажу «з підхватом».
2. Встановлені аналітичні залежності, які описують закони руху вантажу, що підіймається, котрі мінімізують динамічні навантаження у механізмі підйому на різних етапах підйому «з підхватом».
3. Проведений всебічний аналіз впливу умов підйому вантажу «з ваги» і жорсткостей канату (абсолютно жорсткий / пружний) на величину коефіцієнта динамічних навантажень у пружних елементах (канатах) вантажопідйомних механізмів кранів.
4. Запропоновані й обґрунтовані необхідні режими руху механізму підйому вантажу крана (у межах двомасової моделі), які мінімізують коефіцієнт динамічних навантажень у вантажних канатах вантажопідйомних машин при підйомі вантажу «з ваги».
5. У межах двомасової моделі отримані аналітичні залежності для законів руху вантажу при підйомі «з підхватом», які мінімізують можливі коливні процеси у пружних елементах (канатах) вантажопідйомних машин.
6. У межах моделі дискретними (зосередженими) параметрами встановлені закони руху механічної двомасової моделі, яка моделює функціонування механізму підйому вантажу (мостового) крана, для трьох способів підйому вантажу: а) «з підхватом», «з ваги», «з землі». Аналітично описані основні характеристики цих рухів коливного характеру: 1) амплітуда; 2) частота; 3) період; 4) коефіцієнт динамічності.
7. Запропоновані критерії якості руху, котрі дозволяють у режимах пуску мінімізувати коефіцієнт динамічності для всіх трьох,

зазначених вище, способів підйому вантажу та закони руху механічної системи, які задовольняють вказаним критеріям.

8. Проведена чисельна обґрунтована оцінка тривалості набуття канатами пружного стану під дією ваги вантажу ( $\tau_o$ ), за якої механічна система задовольняє умовам квазістатичності чи умовам миттєвого набору пружного стану канатів.
9. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення і вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу різними способами («з ваги», «з підхватом», «з землі») при функціонуванні кранів у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсу та ін.) і у режимах реальної експлуатації.

### Список літератури до третього розділу:

1. Ловейкін В.С. Мінімізація динамічних навантажень в пружних елементах вантажопідйомних машин/ В.С. Ловейкін //Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини – К., 1998 – Вип.52. – с. 63 – 68.
2. Волков Д.П. Динамические нагрузки в универсальных экскаваторах – кранах / Д.П. Волков – М.:Машгиз, 1958. – 269 с.
3. Кожевников С.Н. Динимика нестационарных процессов в машинах / С.Н. Кожевников – К.: Наукова думка, 1986. – 288 с.
4. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин – К.: УМК ВО, 1990. – 166 с.
5. Гоберман Л.А. Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин / Л.А. Гоберман, К.В. Степанян, А.А. Яркин, В.С. Заленський. – М.: Машиностроение, 1979. – 407с.
6. Гробов В.А. Теория колебаний механических систем. К.: Вища школа. 1982. 183 с.
7. Новак С.М., Логвинец А.С. Защита от вибрации и шума в строительстве: Справочник. К.: Будівельник. 1990. 184 с.
8. Иванченко Ф.К. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин / Ф.К. Иванченко, В.С. Бондарев, Н.П. Колесник, В.Я. Барабанов. – Киев: Вища школа, 1978. – 756 с.
9. Александров М.П. Подъемно-транспортные машины / М.П. Александров. – М.: Высшая школа, 1972.
10. Александров М.П. Грузоподъемные машины / М.П. Александров и др. – М.: Высшая школа, 1973.
11. Гохберг М.М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин / М.М. Гохберг. – М.: Машиностроение, 1969.
12. Березниченко З.А. Разработка рациональных режимов управления электромеханической системой мостового крана / З.А. Березниченко,

Н.В. Климченкова, С.В. Лагуненков // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2012. – №4 (29). – С.6-11.

13. Герасимьяк Р.П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р.П. Герасимьяк, А.А. Лещев. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192 с.
14. Александров М.П. и др. Динамика грузоподъемных кранов / М.П. Александров и др. – М., 1986. – 400 с.



## РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТУЮЧИХ МАШИН

### 4.1. Математичне моделювання динаміки руху ківшового елеватора

При роботі вертикального стрічкового ківшового елеватора в його елементах, і в першу чергу у тяговому органі, виникають значні динамічні навантаження, які під час неусталених процесів можуть перевищувати статичні. Такі навантаження виникають внаслідок особливостей зовнішніх активних та внутрішніх реактивних сил і в'язей, що визначають і водночас обмежують рух конвеєра. Крім того, величина динамічних навантажень залежить від інерційних, жорсткісних і дисипативних властивостей елементів ківшового елеватора. Для встановлення причин виникнення, а також зниження динамічних навантажень необхідно дослідити динаміку руху ківшового елеватора в найбільш навантаженому стані, а саме при завантажених ковшах робочої гілки в режимі пуску. Вирішення такої задачі забезпечить отримання на етапі проектування достовірних вихідних даних для подальшого розрахунку елементів конструкції елеватора, що дозволить підвищити його технічний рівень.

Для динамічних технічних систем, тобто систем, які змінюють свій стан з часом, необхідно розробити динамічну модель. Відомо, що при переході від реальної механічної системи (машини) до її динамічної моделі нехтують тими фізичними факторами, які не суттєві для даного дослідження. Отже, при розробці використано такі припущення:

- ківшовий елеватор представлено як детерміновану динамічну систему з голономними в'язями;
- ковші вважаються абсолютно жорсткими тілами і мають можливість за допомогою пружних елементів кріплення з коефіцієнтами жорсткості  $c_\alpha$  повертатись навколо осей  $O_{p1}$ ,  $O_{p2}$ ,

$\dots, O_{pn}, O_{x1}, O_{x2}, \dots, O_{xk}$ , які прийнято за точки кріплення ковшів до стрічки;

- вага стрічки конвеєра розподілена між ковшами на цій стрічці;
- стрічка розділена між точками кріплення ковшів на окремі пружно-дисипативні елементи з коефіцієнтом жорсткості  $c$  та коефіцієнтом демпфування  $\beta$ ;
- вважаємо, що поперечні переміщення стрічки є незначними, тому їх не враховуємо;
- приводний механізм має пружні та дисипативні властивості, які представлені коефіцієнтом жорсткості  $c_0$  та коефіцієнтом демпфування  $\beta_0$ ;
- корпуси електродвигуна, редуктора та осі приводного та натяжного барабанів закріплені абсолютно жорстко.

Динамічна модель ківшового елеватора для загального випадку з довільною кількістю мас ( $n_p$  і  $n_x$  робочої та холостої гілки відповідно) і з врахуванням прийнятих припущень показана на рис. 4.1. На схемі прийняті наступні позначення:  $J_0$  – зведений до осі обертання барабана момент інерції електродвигуна, редуктора, муфти;  $J_1$  – момент інерції приводного барабана;  $J_2$  – момент інерції натяжного барабана;  $J_p$  – момент інерції завантаженого ковша відносно його центра мас;  $J_x$  – момент інерції розвантаженого ковша відносно його центра мас;  $M_p$  – зведений до осі обертання приводного барабана рушійний момент приводного механізму;  $M_o$  – зведений до осі обертання натяжного барабана момент сил опору переміщенню стрічки з ковшами та вантажем;  $m_p, m_x$  – зведені до тягового органа маси ковша з вантажем і без вантажу відповідно з урахуванням маси стрічки між ковшами;  $c_0, \beta_0$  – коефіцієнти жорсткості і демпфування приводного механізму;  $c, \beta$  – коефіцієнти жорсткості і демпфування стрічки, довжиною рівною крокові між ковшами;  $c_a$  – крутильна жорсткість повороту ковшів;  $R_1, R_2$  – радіус приводного і натяжного барабана відповідно;  $a_p, a_x$  – відстані від точок кріплення завантаженого і

порожнього ковшів до їх центрів мас відповідно;  $g$  – прискорення вільного падіння.

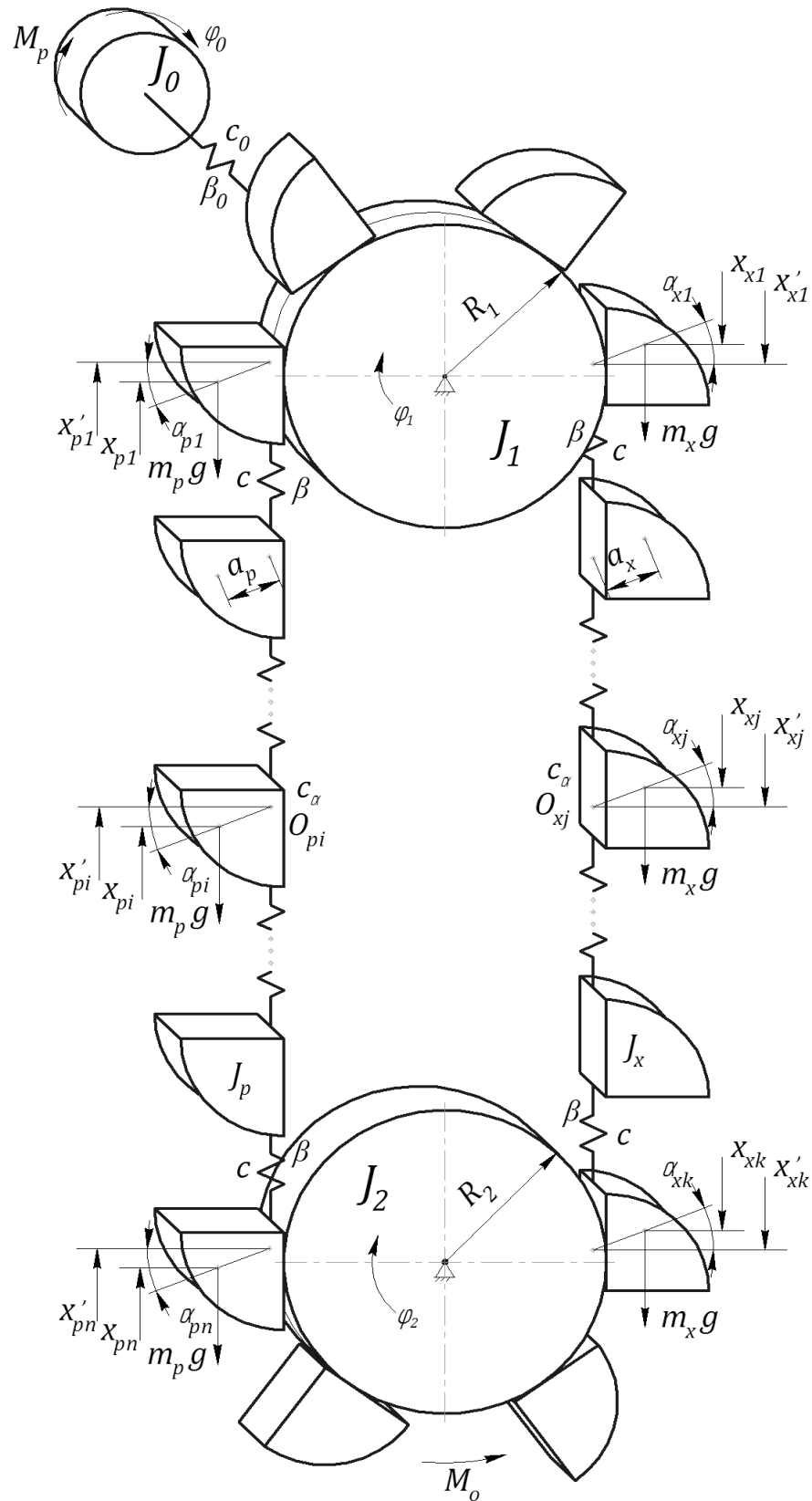


Рис. 4.1. Динамічна модель вертикального стрічкового ківшового елеватора

За узагальнені координати такої механічної системи прийнято:  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  – кутові координати повороту зведеної маси приводного механізму, приводного і натяжного барабанів відповідно;  $x'_{p1}, x'_{p2}, \dots, x'_{pn}, x'_{x1}, x'_{x2}, \dots, x'_{xk}$  – вертикальні координати переміщення точок кріплення ковшів до стрічки  $O_{p1}, O_{p2}, \dots, O_{pn}, O_{x1}, O_{x2}, \dots, O_{xk}$  на робочій та холостій гілках конвеєра;  $\alpha_{p1}, \alpha_{p2}, \dots, \alpha_{pn}, \alpha_{x1}, \alpha_{x2}, \dots, \alpha_{xk}$  – кутові координати повороту завантажених і розвантажених ковшів відносно точок їх кріплення  $O_{p1}, O_{p2}, \dots, O_{pn}, O_{x1}, O_{x2}, \dots, O_{xk}$ .

Стрічка конвеєра може бути представлена різними розрахунковими моделями, які розглядаються в роботах [1, 2]. Однією із найбільш розповсюджених та найпростіших моделей, яка наділена в'язко-пружними властивостями є реологічна модель Кельвіна-Фохта (рис. 4.2, а). Тому при моделюванні стрічки ківшового елеватора використана саме ця модель. В'язко-пружні властивості приводного механізму представлені реологічною моделлю Максвелла (рис. 4.2, б) [3]. Дисипативний елемент, який входить до моделей Кельвіна-Фохта та Максвелла, на рис. 4.9 не показаний.

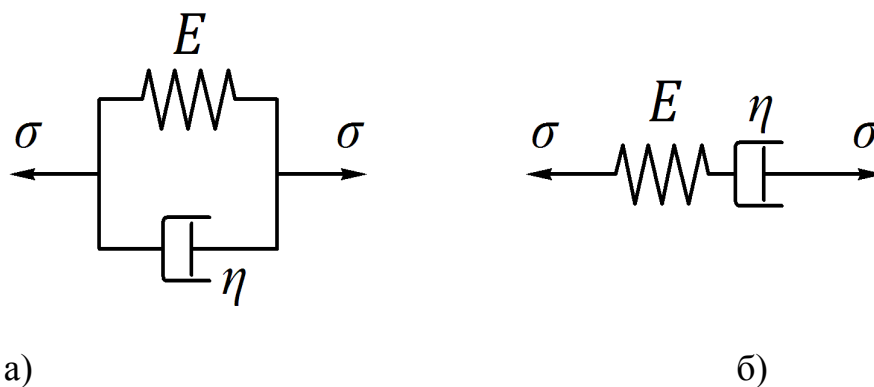


Рис. 4.2. Реологічні моделі: а) Кельвіна-Фохта; б) Максвелла

Для складання диференціальних рівнянь руху вертикального ківшового елеватора, представленого динамічною моделлю (рис. 4.2), використано рівняння Лагранжа другого роду, які записано у такому виді [4]:



$$m_p(\ddot{x}_{pn-1} - a_p \ddot{\alpha}_{pn-1}) = c(x_{pn-2} - x_{pn-1}) + \beta(\dot{x}_{pn-2} - \dot{x}_{pn-1}) - c(x_{pn-1} - x_{pn}) - \beta(\dot{x}_{pn-1} - \dot{x}_{pn}) - m_p g;$$

$$-m_p \ddot{x}_{pn-1} a_p + (J_p + m_p a_p^2) \ddot{\alpha}_{pn-1} = m_p g a_p - c_\alpha \alpha_{pn-1};$$

$$m_p(\ddot{x}_{pn} - a_p \ddot{\alpha}_{pn}) = c(x_{pn-1} - x_{pn}) + \beta(\dot{x}_{pn-1} - \dot{x}_{pn}) - c(x_{pn} - x_{pn+1}) - \beta(\dot{x}_{pn} - \dot{x}_{pn+1}) - m_p g;$$

$$-m_p \ddot{x}_{pn} a_p + (J_p + m_p a_p^2) \ddot{\alpha}_{pn} = m_p g a_p - c_\alpha \alpha_{pn};$$

$$J_2 \ddot{\phi}_2 = c(x_{pn} - \phi_2 R_2) R_2 + \beta(\dot{x}_{pn} - \dot{\phi}_2 R_2) R_2 - c(\phi_2 R_2 - x_{xk}) R_2 - \beta(\dot{\phi}_2 R_2 - \dot{x}_{xk}) R_2 - M_o(\dot{\phi}_2);$$

$$m_x(\ddot{x}_{xk} - a_x \ddot{\alpha}_{xk}) = c(\phi_2 R_2 - x_{xk}) R_2 + \beta(\dot{\phi}_2 R_2 - \dot{x}_{xk}) R_2 - c(x_{xk} - x_{xk-1}) - \beta(\dot{x}_{xk} - \dot{x}_{xk-1}) + m_x g;$$

$$-m_x \ddot{x}_{xk} a_x + (J_x + m_x a_x^2) \ddot{\alpha}_{xk} = m_x g a_x - c_\alpha \alpha_{xk};$$

$$m_x(\ddot{x}_{xk-1} - a_x \ddot{\alpha}_{xk-1}) = c(x_{xk} - x_{xk-1}) + \beta(\dot{x}_{xk} - \dot{x}_{xk-1}) - c(x_{xk-1} - x_{xk-2}) - \beta(\dot{x}_{xk-1} - \dot{x}_{xk-2}) + m_x g;$$

$$-m_x \ddot{x}_{xk-1} a_x + (J_x + m_x a_x^2) \ddot{\alpha}_{xk-1} = m_x g a_x - c_\alpha \alpha_{xk-1};$$

.....

$$m_x(\ddot{x}_{xj} - a_x \ddot{\alpha}_{xj}) = c(x_{xj+1} - x_{xj}) R_2 + \beta(\dot{x}_{xj+1} - \dot{x}_{xj}) R_2 - c(x_{xj} - x_{xj-1}) - \beta(\dot{x}_{xj} - \dot{x}_{xj-1}) + m_x g;$$

$$-m_x \ddot{x}_{xj} a_x + (J_x + m_x a_x^2) \ddot{\alpha}_{xj} = m_x g a_x - c_\alpha \alpha_{xj};$$

.....

$$m_x(\ddot{x}_{x1} - a_x \ddot{\alpha}_{x1}) = c(x_{x2} - x_{x1}) R_2 + \beta(\dot{x}_{x2} - \dot{x}_{x1}) R_2 - c(x_{x1} - \phi_1 R_1) - \beta(\dot{x}_{x1} - \dot{\phi}_1 R_1) + m_x g;$$

$$-m_x \ddot{x}_{x1} a_x + (J_x + m_x a_x^2) \ddot{\alpha}_{x1} = m_x g a_x - c_\alpha \alpha_{x1}.$$

Нелінійність системи викликана нелінійністю механічної характеристики приводного асинхронного двигуна, яка залежить від кутової швидкості приводного вала і визначається за допомогою рівняння Клосса [5]. Враховуючи рівняння Клосса, рушійний момент приводного механізму, зведений до осі повороту приводного барабана, має вигляд:

$$M_p = \frac{2M_{\max}}{\frac{1 - \dot{\phi}_0 \cdot u / \omega_0}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{1 - \dot{\phi}_0 \cdot u / \omega_0}} \cdot u \cdot \eta, \quad (4.3)$$

де  $M_{\max}$  – максимальний момент на валу двигуна (береться з каталогу на електродвигуни);  $\dot{\phi}_0$  – кутова швидкість приводного барабана;  $\omega_0$  – кутова швидкість ідеального холостого ходу електродвигуна;  $s_{кр}$  – критичне ковзання електродвигуна, яке відповідає максимальному моменту;  $u$  – передаточне число приводного механізму від двигуна до барабана;  $\eta$  – ККД приводного механізму. Момент сил опору переміщенню стрічки з ковшами та вантажем визначається залежністю:

$$M_o = F_{oz} R_3, \quad (4.4)$$

де  $R_3$  – відстань від осі повороту барабана до кромки ковша, яка занурюється в сипкий матеріал;  $S_1, S_2$  – кількість відповідно завантажених і порожніх ковшів;  $F_{oz}(\dot{\phi}_2)$  – сила опору зачерпуванню сипкого матеріалу, яка залежить від кутової швидкості натяжного барабана і згідно [7] визначається залежністю:

$$F_{oz} = 1,1 \cdot m_{зг} \cdot \dot{\phi}_2^2 \cdot R_2. \quad (4.5)$$

де  $m_{зг}$  – маса зони випирання, яка виникає перед ковшем при зачерпуванні вантажу.

## 4.2. Розробка математичної моделі руху скребкового конвеєра

Відомо, що для дослідження динамічних навантажень, які діють на елементи тягового органу і приводу, механічну систему представляють у

першому наближенні у вигляді двомасової динамічної моделі, в якій усі ділянки валів вважаються жорсткими, а тяговий орган – пружним; усі маси елементів конвеєра та приводного механізму приводяться до віток тягового органу конвеєра.

Разом з тим, виникає потреба побудови більш повної адекватної математичної моделі динаміки руху скребкових конвеєрів, для отримання точніших результатів дослідження динамічних навантажень, які діють на елементи тягового органу і приводний механізм.

Для розробки динамічної моделі скребкового конвеєра вважаємо, що всі елементи скребкового конвеєра є абсолютно жорсткими тілами, окрім елементів передавального механізму та тягового органу, які володіють пружними властивостями (рис. 4.3). При цьому корпус приводу конвеєра та вали тягових зірочок закріплені абсолютно жорстко.

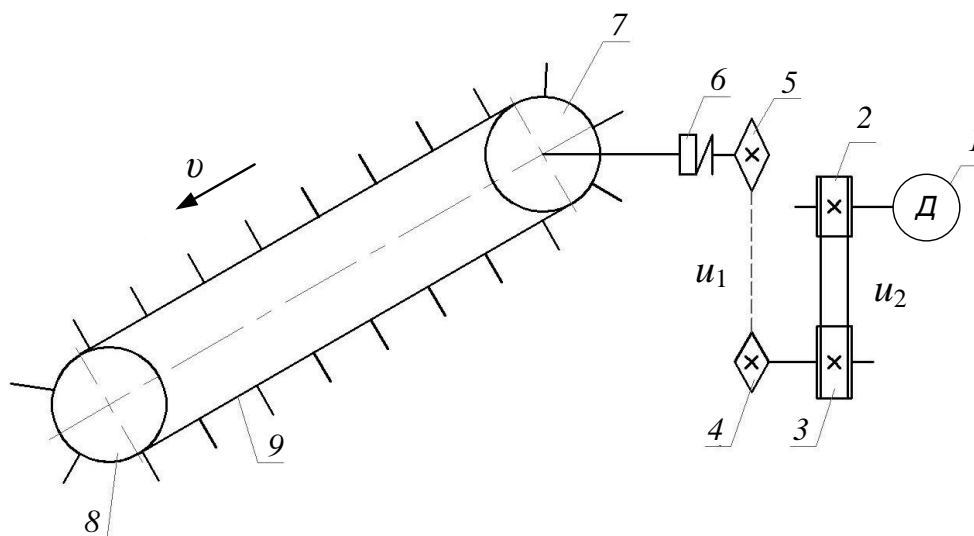


Рис. 4.3. Кінематична схема скребкового конвеєра: 1 – двигун; 2, 3 – шківни пасової передачі; 4, 5 – зірочки ланцюгової передачі; 6 – муфта; 7 – привідна зірочка; 8 – привідна зірочка скребкового конвеєра; 9 – ланцюг зі скребками

На основі кінематичної схеми скребкового конвеєра (рис. 4.3) розроблена її динамічна модель (рис. 4.3), яка складається з трьох ділянок



безінерційного вала, кожна з яких обертається з кутовими швидкостями  $\dot{\varphi}_0, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ , а також безінерційного тягового ланцюга, що рухається зі швидкістю  $v$ . Моменти інерції елементів приводного механізму  $I_0$  зведено до осі приводного валу, а моменти інерції приводного  $I_1$  та натяжного  $I_2$  валів конвеєра розглядаються відносно власних осей обертання.

Тяговий ланцюг скребкового конвеєра, скребки та вантаж, що транспортується представлено у вигляді зосереджених мас  $m_p$  (робоча вітка) та  $m_x$  (неробоча вітка), значення яких знаходяться за виразами:

$$m_p = n_p (m_c + m_g) + L_p \cdot q_l, \quad (4.6)$$

де  $n_p$  – кількість скребків, розташованих на робочій вітці конвеєра;  $m_c$  – маса одного скребка, кг;  $m_g$  – маса вантажу, що транспортується одним скребком, кг;  $L_p$  – довжина робочої вітки конвеєра, м;  $q_l$  – погонна маса тягового органу конвеєра, кг/м;

$$m_x = n_x \cdot m_c + L_x \cdot q_l, \quad (4.7)$$

де  $n_x$  – кількість скребків, розташованих на холостій (неробочій) вітці конвеєра;  $L_x$  – довжина холостої вітки конвеєра, м.

Крім того, на рис. 4.4 прийнято такі позначення:  $c_0$  – коефіцієнт жорсткості приводного механізму, зведений до осі повороту приводного вала;  $c_p, c_x$  – коефіцієнти жорсткості тягового ланцюга відповідно робочої та холостої віток конвеєра;  $M_p$  – рушійний момент приводу, зведений до осі повороту приводного валу;  $M_{o2}$  – момент опору від зачерпування скребками вантажу, зведений до осі повороту натяжного валу;  $F_p, F_x$  – сили опору переміщенню відповідно робочої та холостої віток конвеєра;  $R_1, R_2$  – радіуси відповідно приводної і натяжної зірочок.

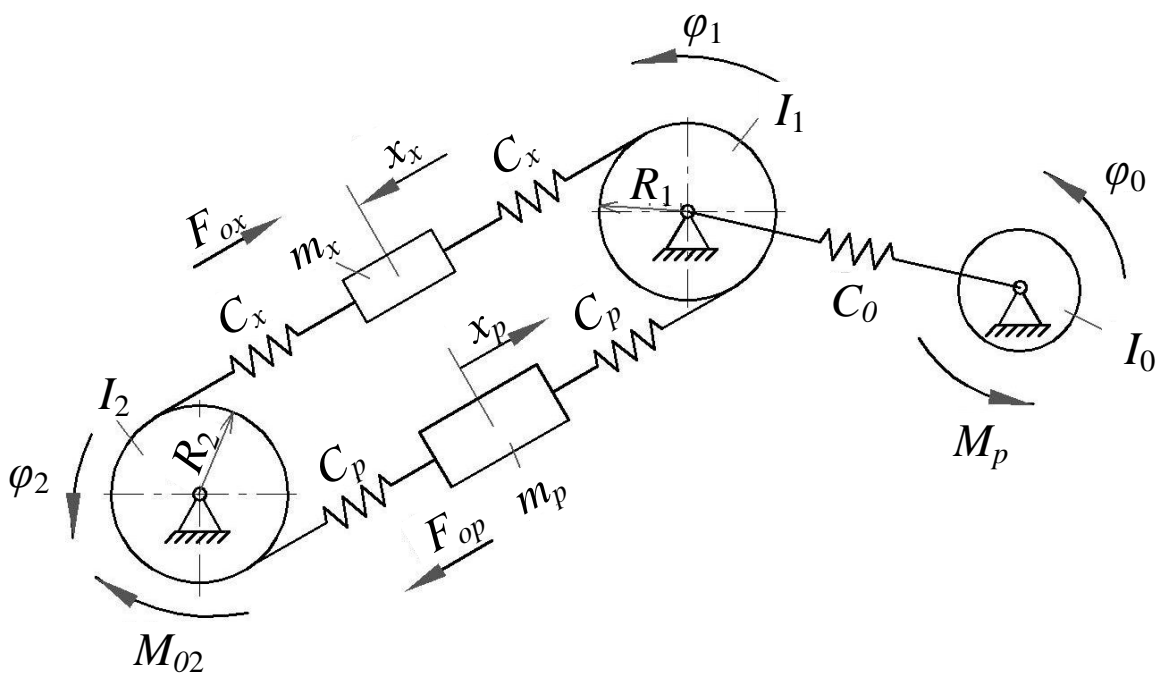


Рис. 4.4. Динамічна модель скребкового конвеєра

За узагальнені координати прийнято:  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  – кутові координати переміщення відповідно приводного механізму, приводної та натяжної зірочок конвеєра;  $x_p, x_x$  – координати центрів мас робочої та холостої віток конвеєра.

Система диференціальних рівнянь, що описує динамічні процеси в скребковому конвеєрі, складена на основі принципу д'Аламбера і має такий вигляд:

$$\begin{cases} I_0 \cdot \ddot{\varphi}_0 = M_p - c_0 \cdot \varphi_0 - \varphi_1 ; \\ I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 = c_0 \cdot \varphi_0 - \varphi_1 - c_p \cdot \varphi_1 \cdot R_1 - x_p \cdot R_1 + c_x \cdot x_x - \varphi_1 \cdot R_1 \cdot R_1 ; \\ m_p \cdot \ddot{x}_p = c_p \cdot \varphi_1 \cdot R_1 - x_p + c_p \cdot x_p - \varphi_2 \cdot R_2 - F_p ; \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = c_p \cdot x_p - \varphi_2 \cdot R_2 \cdot R_2 - c_x \cdot \varphi_2 \cdot R_2 - x_x \cdot R_2 - M_{o2} ; \\ m_x \cdot \ddot{x}_x = c_x \cdot \varphi_2 \cdot R_2 - x_x - c_x \cdot x_x - \varphi_1 \cdot R_1 - F_x . \end{cases} \quad (4.8)$$

Рушійний момент  $M_p$  визначається за виразом:

$$M_p = M \cdot u_1 \cdot u_2 \cdot \eta_{заг}, \quad (4.9)$$

де  $M$  – момент на валу двигуна;  $\eta_{заг}$  – загальний ККД приводу;  $u_1$  – передаточне число ланцюгової передачі;  $u_2$  – передаточне число пасової передачі. Виразимо момент на валу асинхронного двигуна через формулу Клосса:

$$M = \frac{2M_K}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}, \quad (4.10)$$

де  $M_K$  - критичний момент на валу електродвигуна;  $s$  - ковзання ( $s=1-\omega/\omega_o$ );  $s_K$  - критичне ковзання ( $s_K=1-\omega_K/\omega_o$ );  $\omega_o$  – синхронна кутова швидкість вала двигуна;  $\omega_K$  – критична кутова швидкість вала двигуна;  $\omega = \dot{\varphi}_0 \cdot u_1 \cdot u_2$  - кутова швидкість конвеєра.

Для визначення рушійного моменту приводного механізму, необхідно в формулу (4.9) підставити вираз (4.10).

Відомо, що сила опору переміщенню тягового органу і вантажу залежить від швидкості руху тягового органу [7]:

$$F_{op}(\dot{x}_p) = m_p \cdot g \cdot (\tilde{\omega}_1(\dot{x}_p) \cdot \cos \beta + \sin \beta), \quad (4.11)$$

де  $F_{op} \dot{x}_p$  – сила опору руху робочої вітки конвеєра;  $\beta$  – кут нахилу конвеєра до горизонту;  $\tilde{\omega}_1 \dot{x}_p$  – узагальнений коефіцієнт опору переміщенню вантажу і тягового органу;

$$F_{ox}(\dot{x}_x) = m_x \cdot g \cdot (\tilde{\omega}_2(\dot{x}_x) \cdot \cos \beta - \sin \beta), \quad (4.12)$$

де  $F_{ox} \dot{x}_x$  – сила опору руху холостої вітки конвеєра;  $\tilde{\omega}_2 \dot{x}_x$  – коефіцієнт опору переміщенню тягового органу.

Залежність сили опору від швидкості транспортування вантажу представимо у вигляді кривої третього порядку:

$$F_o = A_0 + A_1 \cdot v + A_2 \cdot v^2 + A_3 \cdot v^3, \quad (4.13)$$

$$F'_o = A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot v + 3 \cdot A_3 \cdot v^2, \quad (4.14)$$

де  $A_0, A_1, A_2, A_3$  – постійні коефіцієнти, які знаходяться з крайових умов руху:

$$\text{при } v = 0: F_o = F_{o\max}; F'_o = 0,$$

$$\text{при } v = v_y: F_o = F_y; F'_o = 0,$$

де  $F_{o\max}$  – максимальне значення сили опору;  $v_y$  – усталена швидкість руху тягового органу (ланцюга);  $F_y$  – усталене значення сили опору, що досягається при усталеній швидкості і визначається за формулами (4.12), (4.13).

Визначивши коефіцієнти  $A_0, A_1, A_2, A_3$  та підставивши їх в формулу (4.14), отримаємо вираз для визначення сили опору залежно від швидкості руху тягового органу:

$$F_o = F_{o\max} - 3 \cdot \left( \frac{F_{o\max} - F_y}{v_y^2} \right) \cdot v^2 + 2 \cdot \left( \frac{F_{o\max} - F_y}{v_y^3} \right) \cdot v^3. \quad (4.15)$$

На початку руху значення сили опору має максимальне значення. Після зрушення вантажу з місця, тобто при  $v \neq 0$ , значення сили опору зменшується (при розгоні до усталеної швидкості руху конвеєра вона досягає усталеного розрахункового значення).

### 4.3. Синтез математичної моделі гвинтового конвєсєра

В реальних механічних системах має місце незворотне перетворення механічної енергії в теплову. Втрати на нагрів обмоток ротора й статора, механічні втрати в підшипниках, розсіювання магнітної енергії поля ротора – все це дисипація електромеханічної енергії. Величина дисипації енергії коливань характеризується коефіцієнтом дисипації і має значний вплив на динаміку руху машин і механізмів, зокрема на кормозмішувач гвинтового типу.

Для дослідження динаміки руху кормозмішувача гвинтового типу з урахуванням дисипації в перехідних режимах руху розроблено його динамічну модель у вигляді багатомасової пружно-коливальної системи із зосередженими масами і невагомими пружними ланками та дисипативними елементами (рис. 4.5). Приводний механізм представлений зосередженою масою, яка за допомогою пружного та дисипативного елементів з'єднана з гвинтовим валом, який в свою чергу, також змодельований зосередженими масами, що з'єднані між собою пружними та дисипативними елементами.

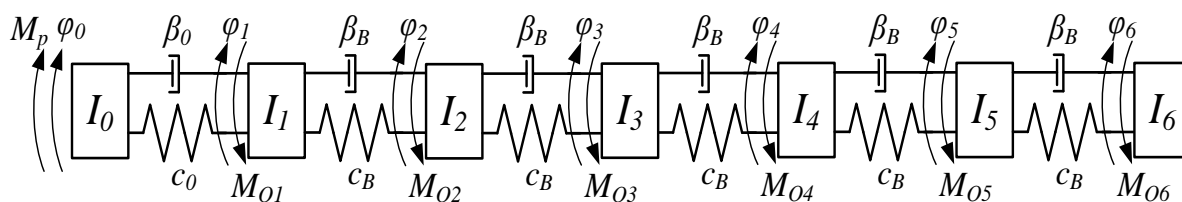


Рис. 4.5. Динамічна модель гвинтового кормозмішувача

На рис. 4.5 прийняті такі позначення:  $I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$  – відповідно моменти інерції ланок приводного механізму та елементів гвинтового валу з вантажем, що транспортується, які приведені до осі гвинта;  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6$  – узагальнені кутові координати повороту зосереджених мас відповідно приводного механізму та гвинтового валу з вантажем;  $M_p$  – рушійний момент на валу електродвигуна, приведений до осі гвинтового

вала;  $M_{O1}, M_{O2}, M_{O3}, M_{O4}, M_{O5}, M_{O6}$  – моменти сил опору переміщенню вантажу на ділянках гвинтового вала;  $C_0, C_B$  – відповідно приведені до осі гвинтового валу коефіцієнти жорсткості ланок приводного механізму та ділянки гвинтового вала, яка представлена відокремленим елементом;  $\beta_0, \beta_B$  – відповідно приведені до осі гвинтового валу коефіцієнти дисипації ланок приводного механізму та відокремленої ділянки гвинтового валу.

Динаміку руху розглянутої багатомасової моделі описує система диференціальних рівнянь, яка отримана на основі принципу д'Аламбера:

$$\begin{cases} I_0 \ddot{\phi}_0 = M_p(\dot{\phi}_0) - C_0(\phi_0 - \phi_1) - \beta_0(\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}_1); \\ I_1 \ddot{\phi}_1 = C_0(\phi_0 - \phi_1) + \beta_0(\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}_1) - C_B(\phi_1 - \phi_2) - \beta_B(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - M_{O1}(\dot{\phi}_1); \\ I_2 \ddot{\phi}_2 = C_B(\phi_1 - \phi_2) + \beta_B(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - C_B(\phi_2 - \phi_3) - \beta_B(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) - M_{O2}(\dot{\phi}_2); \\ I_3 \ddot{\phi}_3 = C_B(\phi_2 - \phi_3) + \beta_B(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) - C_B(\phi_3 - \phi_4) - \beta_B(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_4) - M_{O3}(\dot{\phi}_3); \\ I_4 \ddot{\phi}_4 = C_B(\phi_3 - \phi_4) + \beta_B(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_4) - C_B(\phi_4 - \phi_5) - \beta_B(\dot{\phi}_4 - \dot{\phi}_5) - M_{O4}(\dot{\phi}_4); \\ I_5 \ddot{\phi}_5 = C_B(\phi_4 - \phi_5) + \beta_B(\dot{\phi}_4 - \dot{\phi}_5) - C_B(\phi_5 - \phi_6) - \beta_B(\dot{\phi}_5 - \dot{\phi}_6) - M_{O5}(\dot{\phi}_5); \\ I_6 \ddot{\phi}_6 = C_B(\phi_5 - \phi_6) + \beta_B(\dot{\phi}_5 - \dot{\phi}_6) - M_{O6}(\dot{\phi}_6). \end{cases} \quad (4.16)$$

Для розв'язування системи рівнянь (4.16) визначаємо моменти інерції приводу, моменти інерції зосереджених мас гвинтового вала, значення рушійного моменту з урахування формули Клосса, змінні моменти сил опору на різних відрізках, величину дисипації приводу  $\beta_0$  і гвинтового вала  $\beta_B$ .

Якщо коефіцієнт дисипації  $\beta_0$  вибрати „занадто маленьким”, то при моделюванні руху розглядуваної динамічної системи можуть з'явитися практично незатухаючі високочастотні коливання (вібрації). Якщо коефіцієнт дисипації  $\beta_0$  вибрати великим, то рівняння руху будуть дуже жорсткими і це призведе до уповільнення затухання коливань.

Для визначення коефіцієнта дисипації приводного механізму  $\beta_0$  рекомендується використовувати таку залежність [8]:

$$\beta_0 = \frac{2 \cdot M_{кр} \cdot u_{ред} \cdot \eta}{S_{кр} \cdot \omega_0}, \quad (4.17)$$

де  $M_{кр}$  – критичний момент на валу електродвигуна, Н·м;  $u_{ред}$  – передаточне число редуктора;  $\eta$  – ККД приводного механізму;  $S_{кр}$  – критичне ковзання, за якого досягається критичний крутний момент;  $\omega_0$  – синхронна швидкість двигуна, приведена до осі повороту гвинтового вала, рад/с.

Моменти сил опору переміщенню елементів гвинтового вала визначаються залежністю [9]:

$$M_{оп} = M_{max} - 2 \left( \frac{M_{max} - M_n}{\omega_n} \right) \omega + \left( \frac{M_{max} - M_n}{\omega_n^2} \right) \cdot \omega^2, \quad (4.18)$$

де  $M_{оп}$  – момент сил опору;  $M_n$ ,  $M_{max}$  – відповідно номінальне та максимальне значення моменту сил опору;  $\omega_n$  – номінальна кутова швидкість обертання гвинтового вала;  $\omega$  – кутова швидкість обертання гвинтового вала.

### **Висновки до четвертого розділу:**

3. Побудовано динамічні моделі ківшового елеватора, гвинтового та скребкового транспортерів. Побудовані динамічні моделі характеризуються скінченною кількістю зосереджених мас, які з'єднані між собою пружно-в'язкими елементами, які характеризують динамічні властивості стрічки.
4. На основі рівнянь Лагранжа другого роду побудовані математичні моделі динаміки руху ківшового елеватора, гвинтового та скребкового транспортерів. Математичні моделі представлені системами нелінійних диференціальних рівнянь. Нелінійність математичних моделей обумовлена не лінійністю рушійного зусилля (механічною характеристикою асинхронного приводного електродвигуна).
5. Проведено моделювання сил опору, які виникають під час переміщення вантажу. Для всіх моделей транспортуючих машин вони нелінійно залежать від швидкості руху робочого органу. Обидві нелінійності (сил опору та рушійних сил) викликає необхідність застосування чисельних методів для інтегрування рівнянь руху транспортуючих машин.



### Список літератури до четвертого розділу:

33. Дмитриев В.Г. Теоретические основы расчета ленточных конвейеров / В.Г. Дмитриев, А.О. Спиваковский. – М.: Наука, 1977. – 154 с.
34. Haddad Y. M. Viscoelasticity of engineering materials / Yehia M. Haddad.– London Chapman & Hall, 1995. – 378 p.
35. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов / В.Л. Вейц – Л.: Машиностроение, 1969. – 370 с.
36. Meirovich L. Methods of analytical dynamics / Leonard Meorovich. – New York: McGraw-Hill, 1970. – 524 p.
37. Чиликин М.Г. Общий курс электропривода: учебник [для студ. вузов] / М.Г. Чиликин, А.С. Сандлер. – [6-е изд., доп. и перераб.]. – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
38. Турчин В.С. Обоснование конструктивно-режимных параметров элеваторов ковшового типа для транспортировки сыпучих материалов: Дис. канд. техн. наук: 05.20.01/ Турчин Вячеслав Семёнович. – Оренбург, 2005. – 187 с.
39. Давыдов Б.Л. Статика и динамика машин / Б.Л. Давыдов– М.: Машиностроение, 1967. – 432с.
40. Пертен Ю.А. Динамика вертикального четырёхцепного конвейера / Ю.А.Пертен, Н.В.Эбервейн // Проблемы динамики и прочности исполнительных механизмов и машин: материалы науч. конф., 1-5 окт. 2002 г. – Астрахань, 2007. – С. 178-182.
41. Яворська А.В. Математична модель динаміки руху кормозмішувача гвинтового типу / А.В. Яворська, В.С. Ловейкін // Сільськогосподарські машини. Вип.21.Том 2. – 2011. – С.255-264.

## РОЗДІЛ 5. АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ РЕЖИМІВ РУХУ ТРАНСПОРТУЮЧИХ МАШИН

### 5.1. Визначення динамічних навантажень у елементах ківшового елеватора

Виконаємо моделювання процесу пуску норії із завантаженою робочою гілкою. Як приклад прийнято стрічковий ківшовий елеватор – Scandia SEI 35/14 012020-4.

Графіки процесу пуску завантаженого ківшового елеватора з врахуванням дисипативних властивостей системи і без, приведені на рис. 5.1-5.6. З отриманих графічних залежностей видно, що під час пуску елеватора, в його рухомих елементах виникають значні коливальні процеси. Такі коливання є наслідком нелінійної характеристики електродвигуна та пружних властивостей елементів конвеєра.

Графіки на рис. 5.1-5.6 показують, що швидкості та прискорення рухомих елементів ківшового елеватора доволі різко зростають до певного номінального значення протягом 0,8 с і мають яскраво виражений коливальний характер.

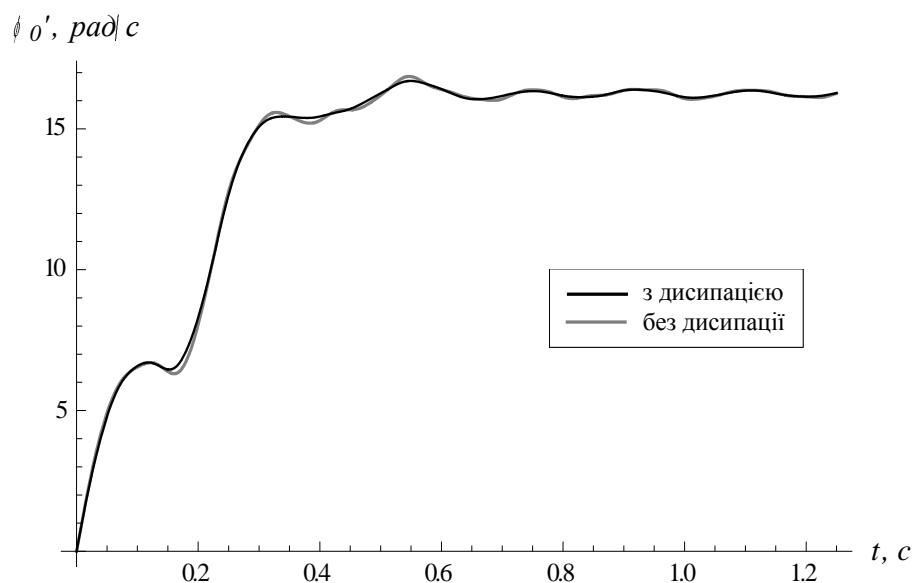
Внаслідок того, що стрічка є пружним елементом, помітна відмінність в наростанні швидкості натяжного і приводного барабанів. З наведених результатів можна побачити, що коливання мас (для прикладу наведено лише п'яту масу), а отже, і стрічки, на робочій гілці мають більшу амплітуду, ніж маси на холостій гілці.

З графіків на рис. 5.1 встановлено, що кутова швидкість ковшів мас значну інтенсивність зміни як по величині, так і за напрямом дії. Крім того крутильні коливання ковшів, на відміну від їх лінійних коливань, практично не затухають протягом всього періоду роботи ківшового елеватора.

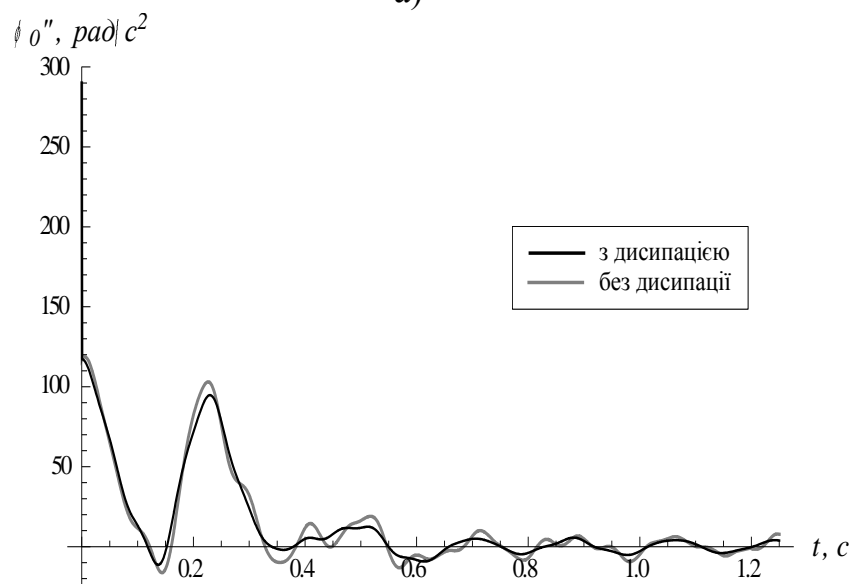
Необхідно відмітити, що вплив дисипативних властивостей

елементів ківшового елеватора має чітко виражений характер.

З графіків видно, що при збереженні частоти коливань рухомих елементів конвеєра, спостерігається значне зменшення їх амплітуди, порівняно з системою, яка враховує тільки пружні властивості [1].

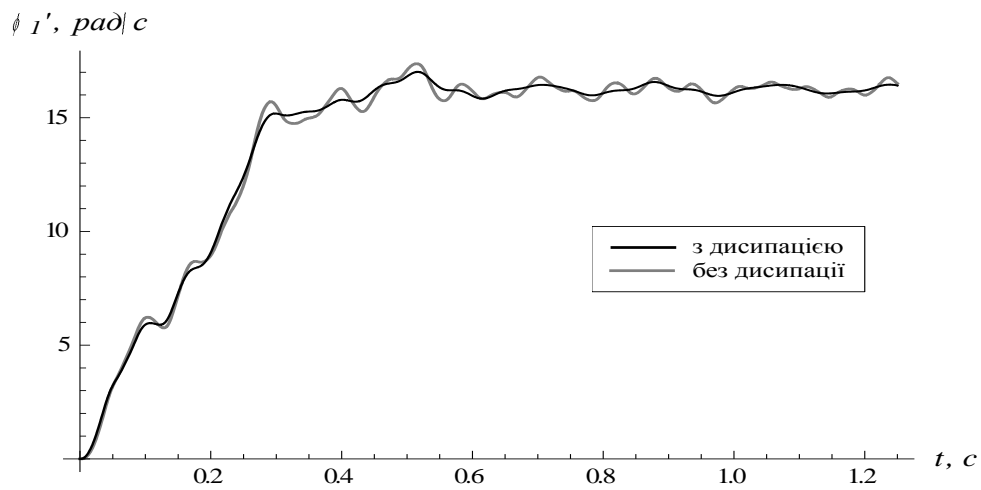


а)

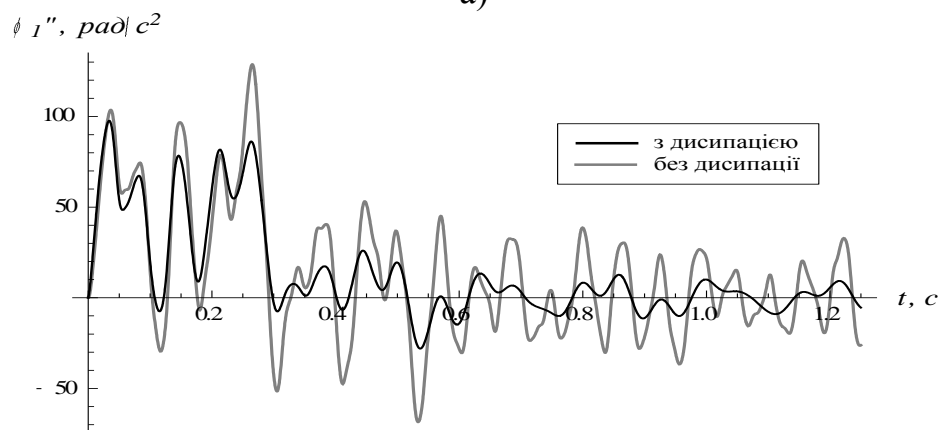


б)

Рис. 5.1. Графіки зміни кутової швидкості (а) та кутового прискорення (б) приводного механізму

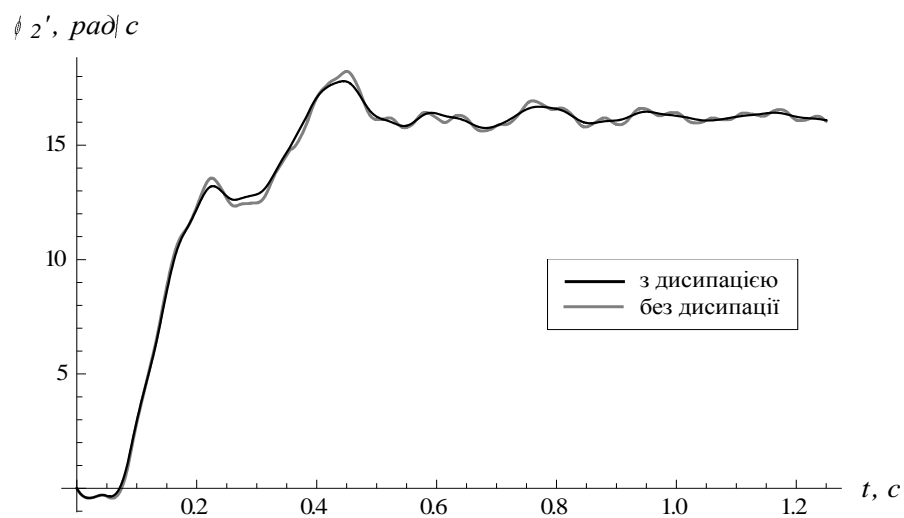


а)

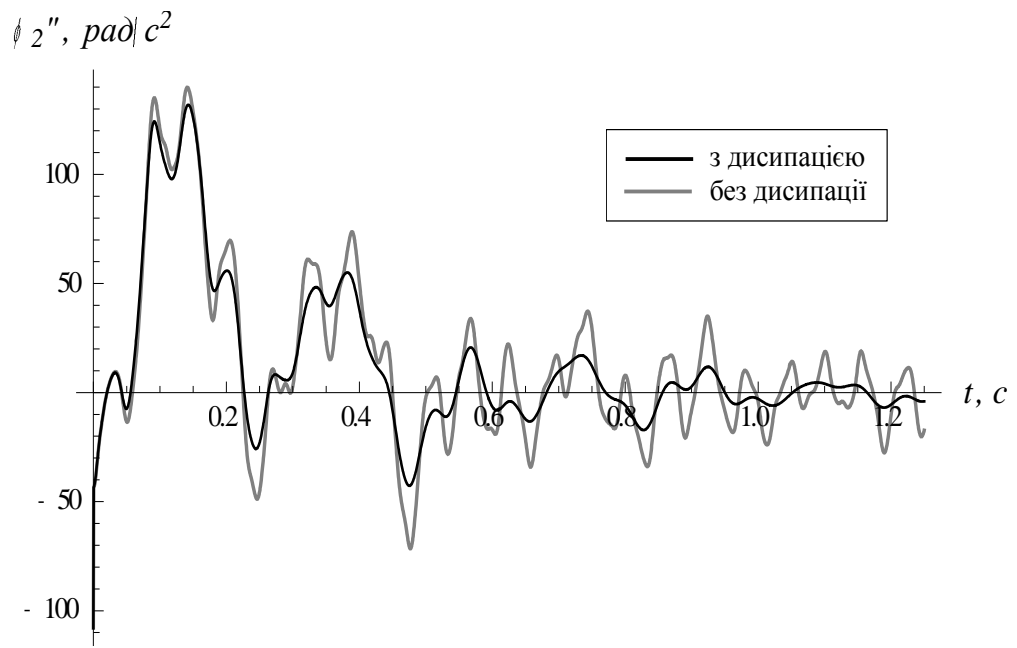


б)

Рис. 5.2. Графіки зміни кутової швидкості (а) та кутового прискорення (б) приводного барабана

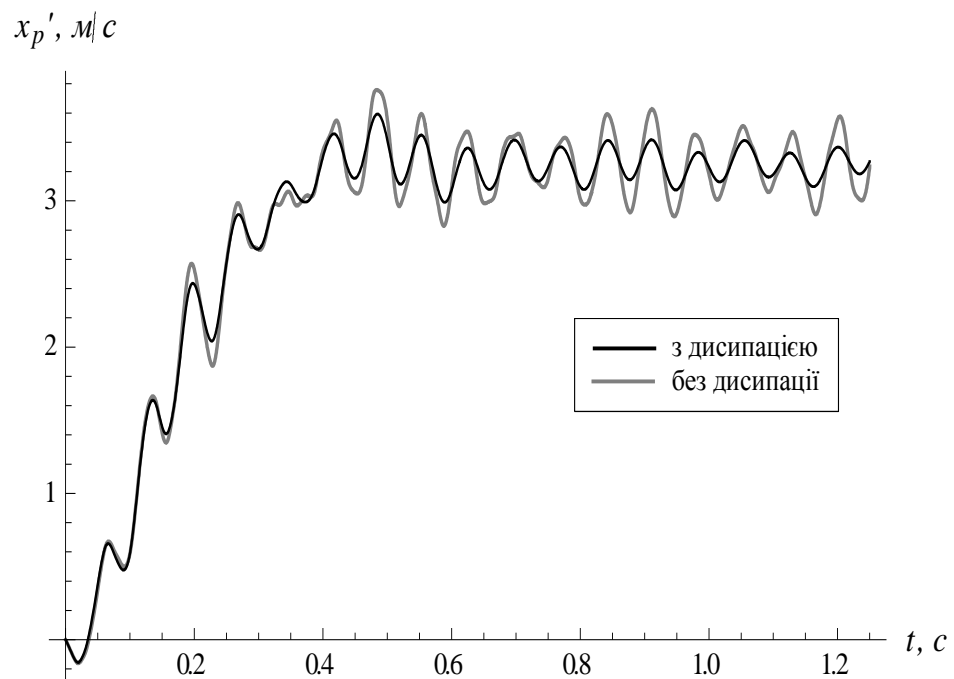


а)

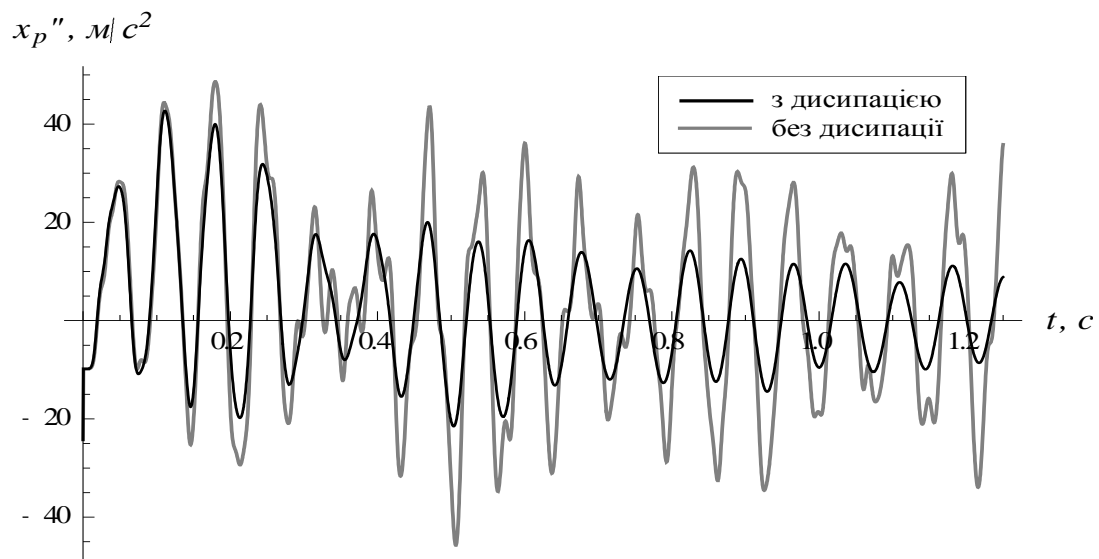


б)

Рис. 5.3. Графіки зміни кутової швидкості (а) та кутового прискорення (б) приводного барабана

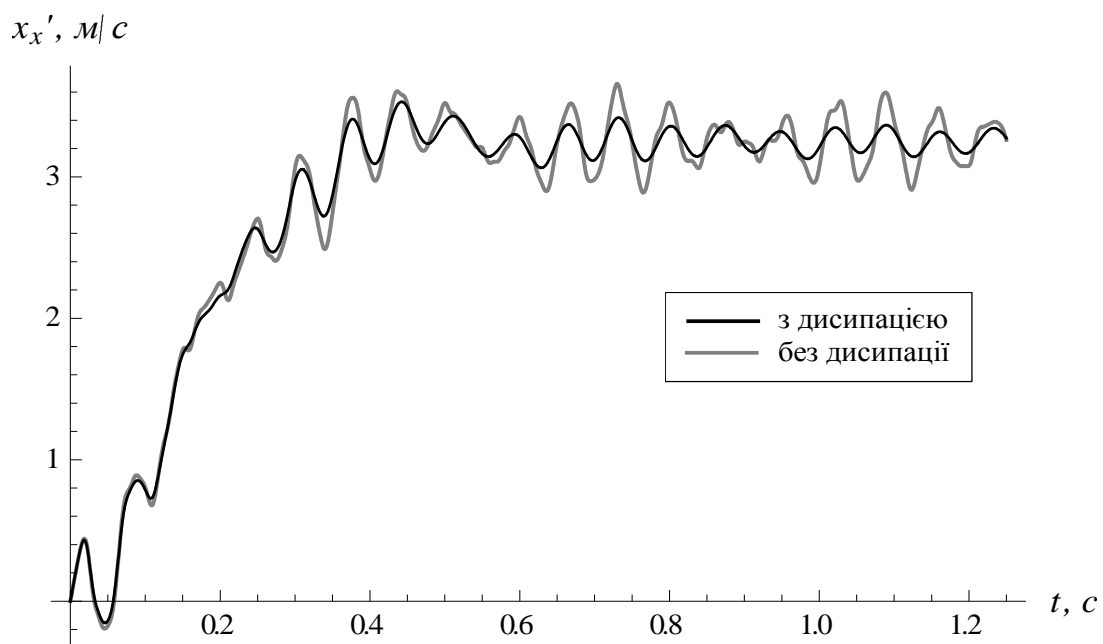


а)

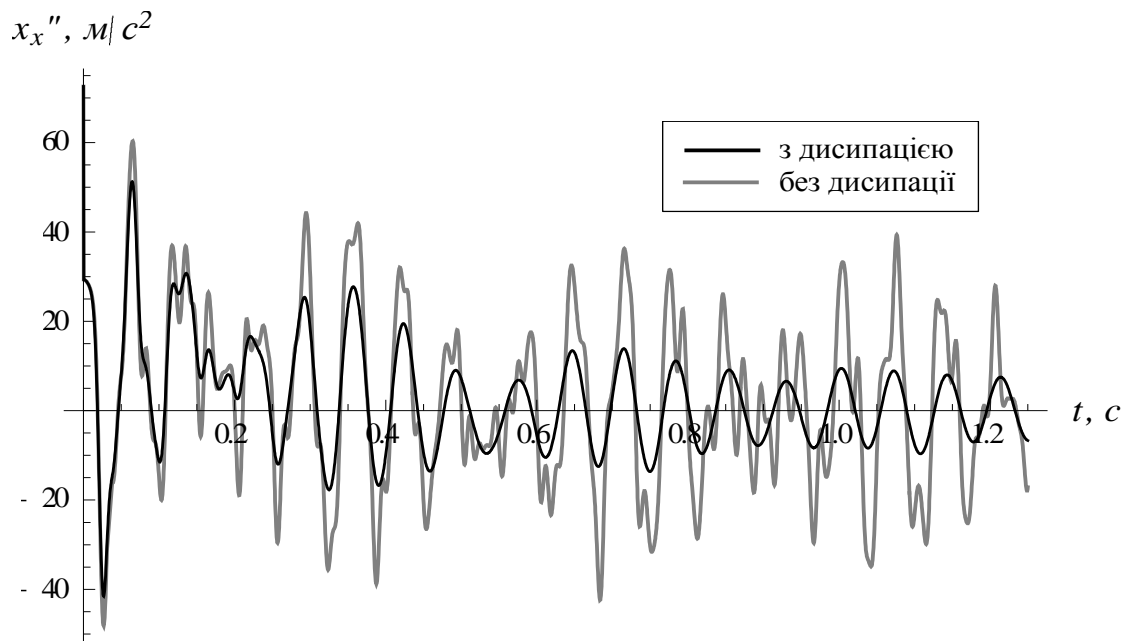


б)

Рис. 5.4. Графіки зміни швидкості (а) та прискорення (б) п'ятої маси на робочій гілці

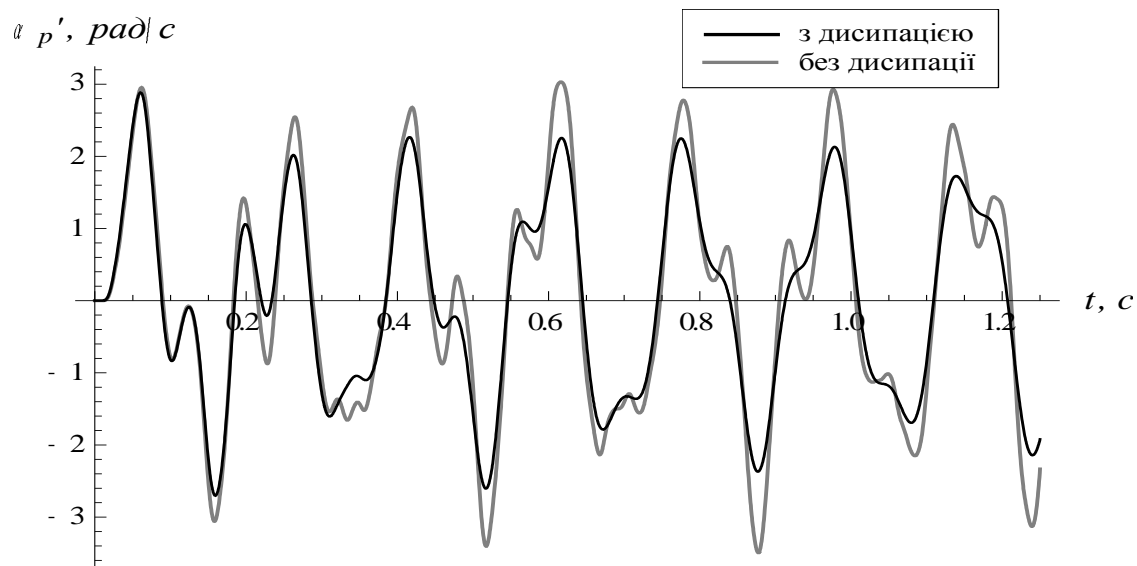


а)

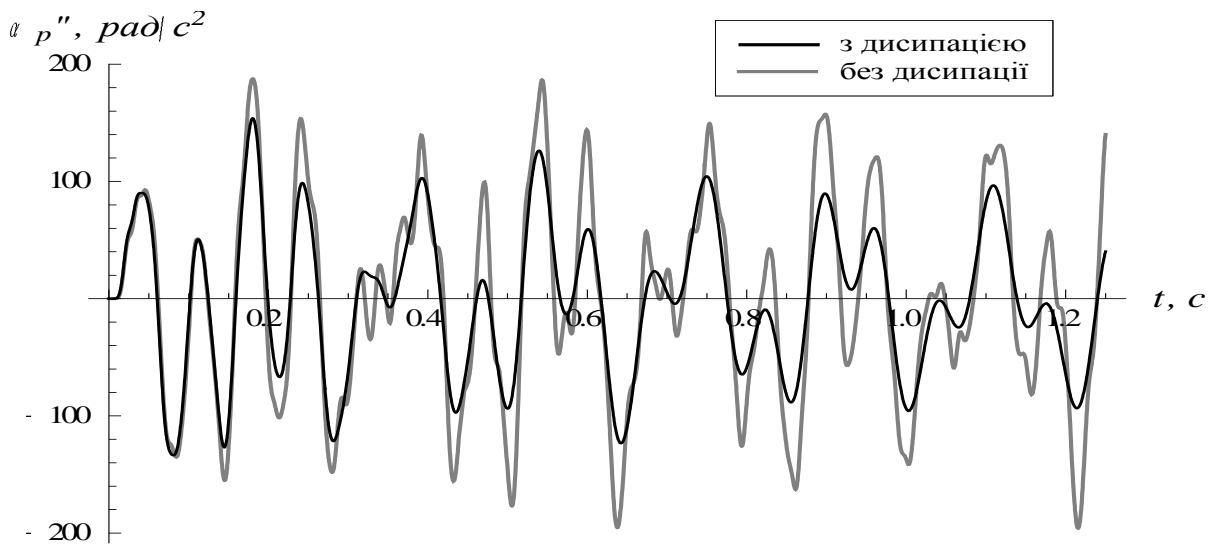


б)

Рис. 5.5. Графіки зміни швидкості (а) та прискорення (б) п'ятої маси на холостій гілці



а)



б)

Рис. 5.6. Графіки зміни кутової швидкості (а) та кутового прискорення (б) ковшів

## 5.2. Дослідження динаміки пуску скребкового конвеєра зі змінним навантаженням

Диференціальні рівняння системи, які описують рух зведених мас скребкового конвеєра, є нелінійними рівняннями другого порядку, тому їх не вдається проінтегрувати аналітично. Для їх розв'язку використовуємо чисельний метод.

З отриманих рівнянь визначаємо характеристики швидкості та прискорення, які представлено на графіках (рис. 5.7-5.11).

Графіки побудовано для таких розрахункових параметрів:  $m_p=86$  кг,  $m_x=22$  кг,  $c_0=7378$  Нм/рад,  $c_p=c_x=1,5 \cdot 10^6$  Н/м,  $I_0=0,8435$  кгм<sup>2</sup>,  $I_1=I_2=0,00171$  кгм<sup>2</sup>,  $R_1=R_2=0,0535$  м,  $\omega_0=157$  рад/с,  $\omega_k=100,2$  рад/с,  $M_k=45$  Нм,  $u_1=2$ ,  $u_2=2,6$ ,  $M_{o2}=4$  Нм,  $F_{o,max,pob}=2400$  Н,  $F_{y,pob}=1240$  Н,  $F_{o,max,xol}=44$  Н,  $F_{y,xol}=22$  Н.



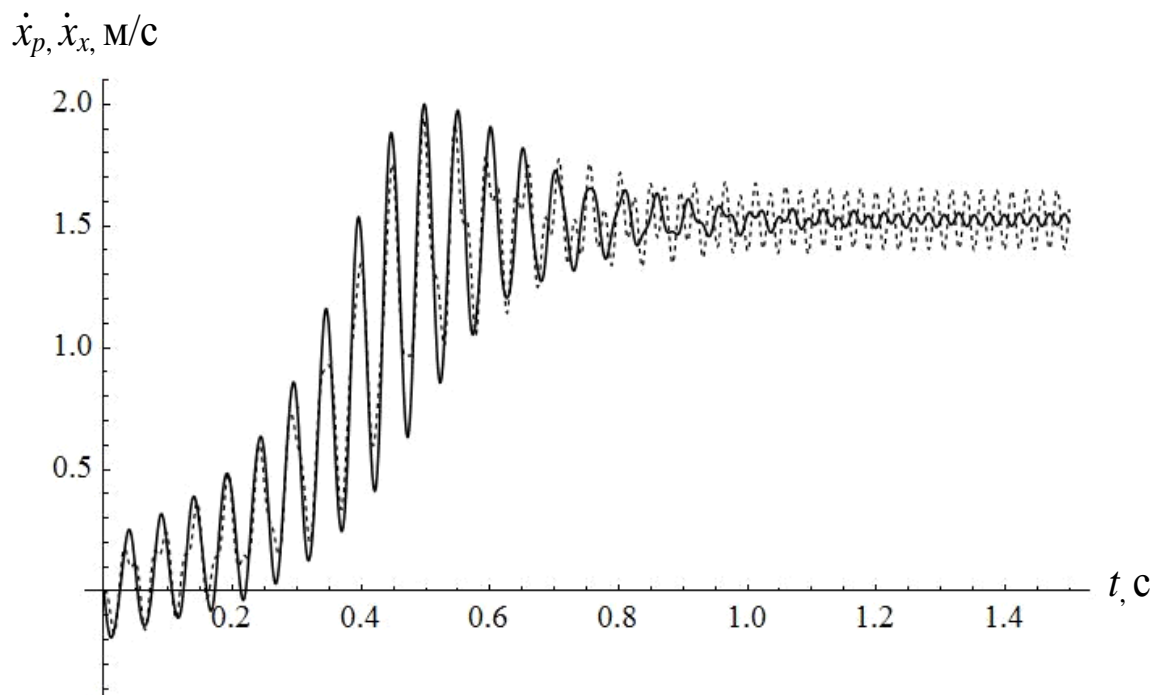


Рис. 5.7. Графіки зміни лінійної швидкості робочої  $\dot{x}_p$  (суцільна лінія) та холостої  $\dot{x}_x$  (штрихова лінія) віток конвеєра

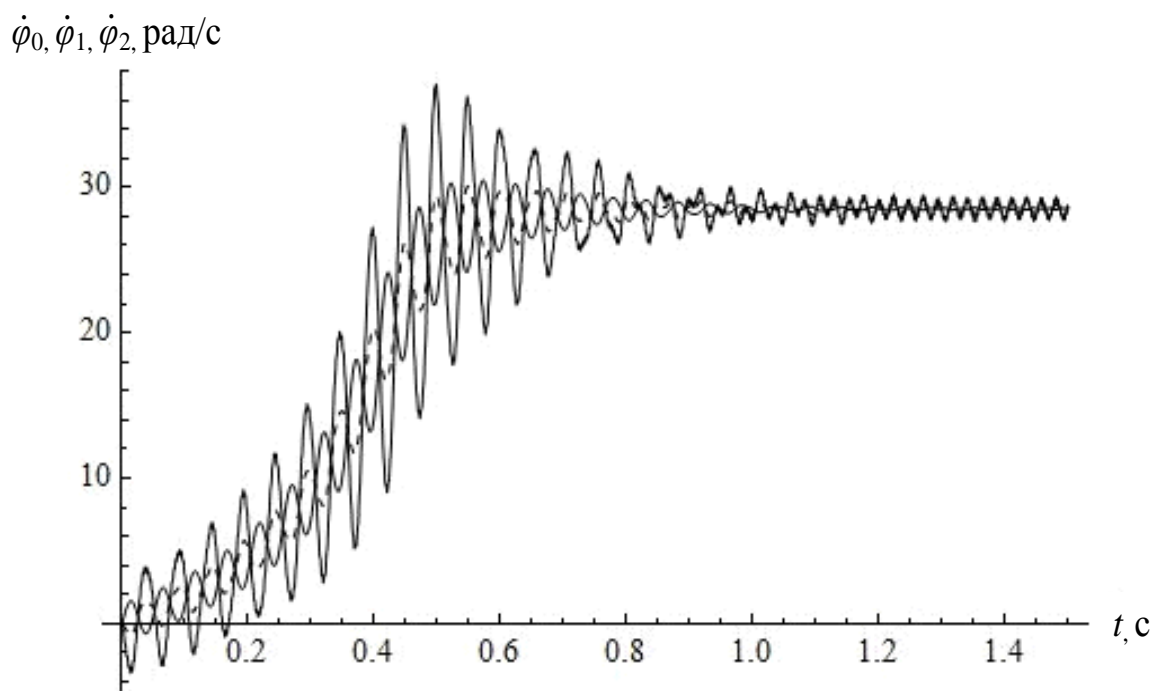


Рис. 5.8. Графіки зміни кутової швидкості приводу  $\dot{\phi}_0$  (суцільна товста лінія), приводної  $\dot{\phi}_1$  (штрихова тонка лінія) та натяжної зірочок  $\dot{\phi}_2$  (суцільна тонка лінія)

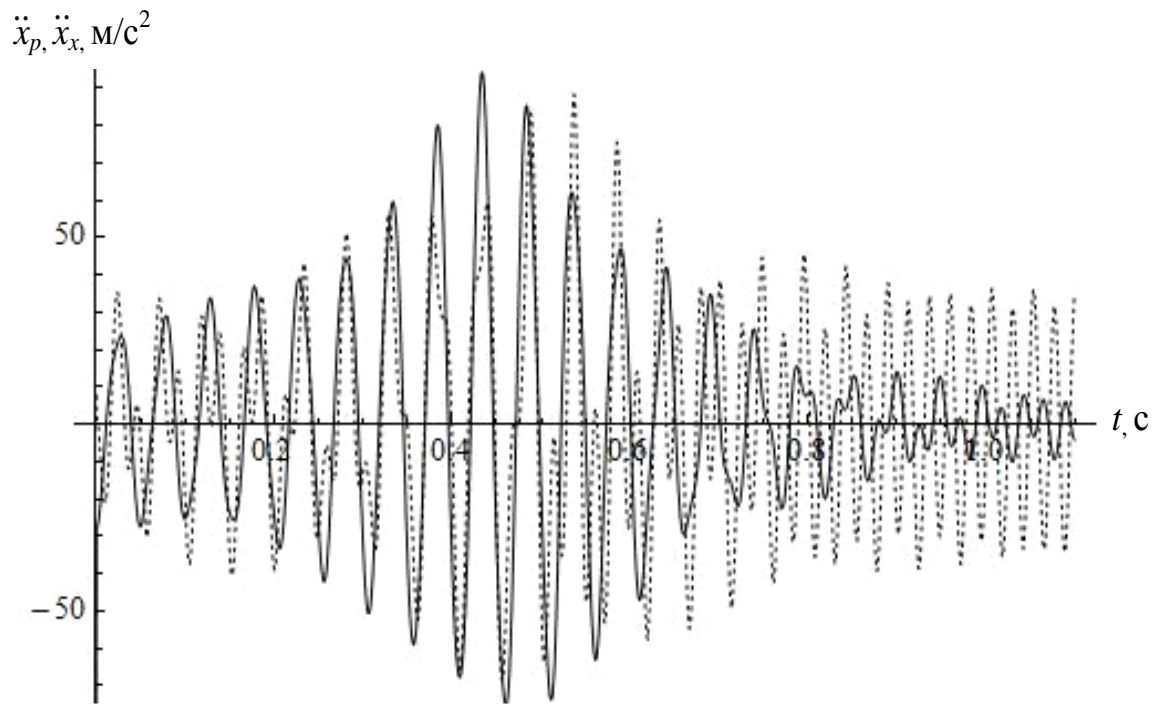


Рис. 5.9. Графіки зміни лінійних прискорень робочої  $\ddot{x}_p$  (суцільна лінія) та холостої  $\ddot{x}_x$  (штрихова лінія) віток конвеєра

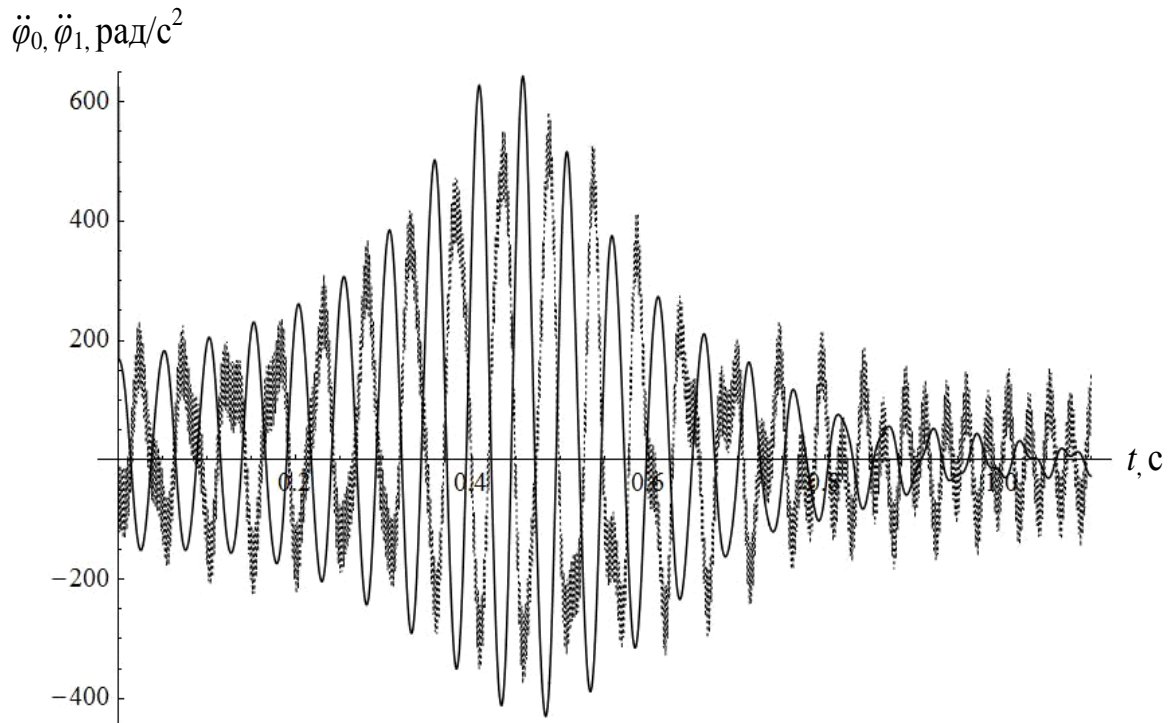


Рис. 5.10. Графіки зміни кутового прискорення приводу  $\ddot{\phi}_0$  (суцільна лінія) та приводної зірочки конвеєра  $\ddot{\phi}_1$  (штрихова лінія)

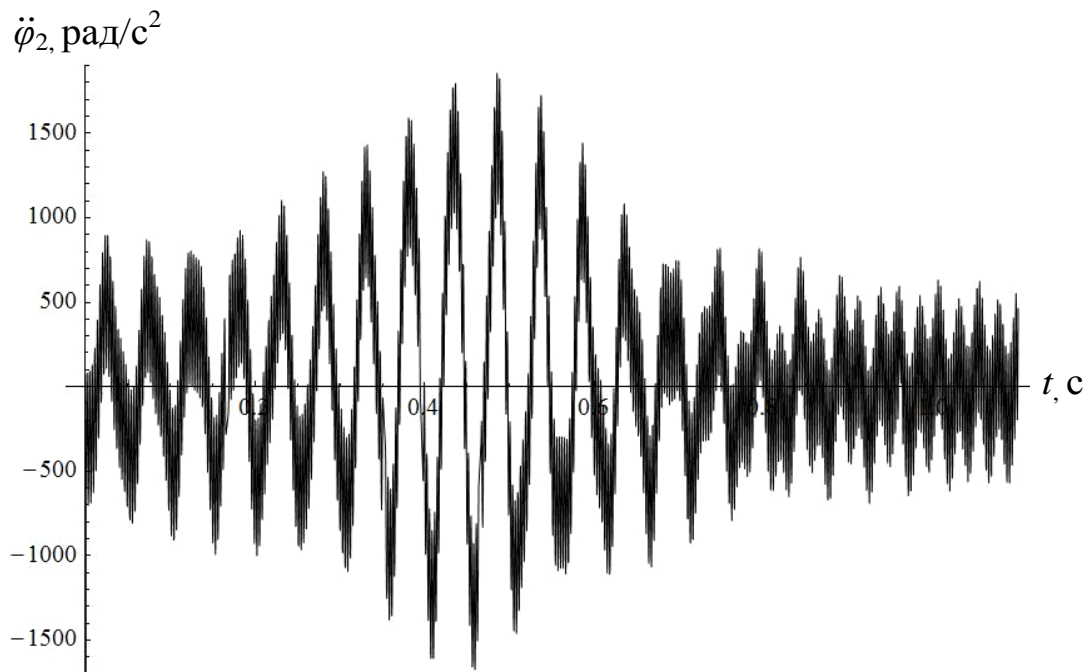


Рис. 5.11. Графік зміни прискорення натяжної зірочки конвеєра  $\ddot{\varphi}_2$

Аналізуючи отримані графіки видно, що в тяговому елементі скребкового конвеєра виникає коливальний процес зі значною зміною швидкості і прискорення. Графіки зміни швидкості (рис 5.7, 5.8) показують, що коливання, які виникають в період пуску конвеєра, після його виходу на усталений режим руху поступово затухають. Аналізуючи графіки зміни прискорення (рис 5.9-5.11) видно, що коливальний процес в тяговому елементі має інтенсивний характер і навіть після виходу конвеєра на усталений режим руху повністю не затухає. Такий коливальний процес спричиняє виникнення суттєвих динамічних навантажень в тяговому органі конвеєра і, як наслідок, – призводить до передчасного руйнування і зниження надійності роботи конструкції [2].

### 5.3. Дослідження динаміки руху гвинтового кормозмішувача

Рушійний момент на валу електродвигуна визначається за формулою Клосса. Підставивши всі одержані значення в систему рівнянь, яка описує рух мас гвинтового конвеєра, отримаємо диференціальні рівняння руху, які

є нелінійними рівняннями другого порядку. Розв'язуємо їх за допомогою чисельного методу Рунге-Кутта.

Для гвинтового кормозмішувача, представленого багатомасовою динамічною моделлю, результати розв'язку системи рівнянь представлені у вигляді графіків на рис. 5.12-5.18 при таких вихідних параметрах:

$$I_0 = 4,44 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = I_6 = 0,32 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad u = 22,5; \quad \eta = 0,73;$$

$$M_k = 32,56 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad C_0 = 108591 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}; \quad C = 32880 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}; \quad \omega_o = 148,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad \omega_K = 105,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$; \quad \beta_0 = 655 \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{рад}}; \quad \beta = 5 \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{рад}}.$$

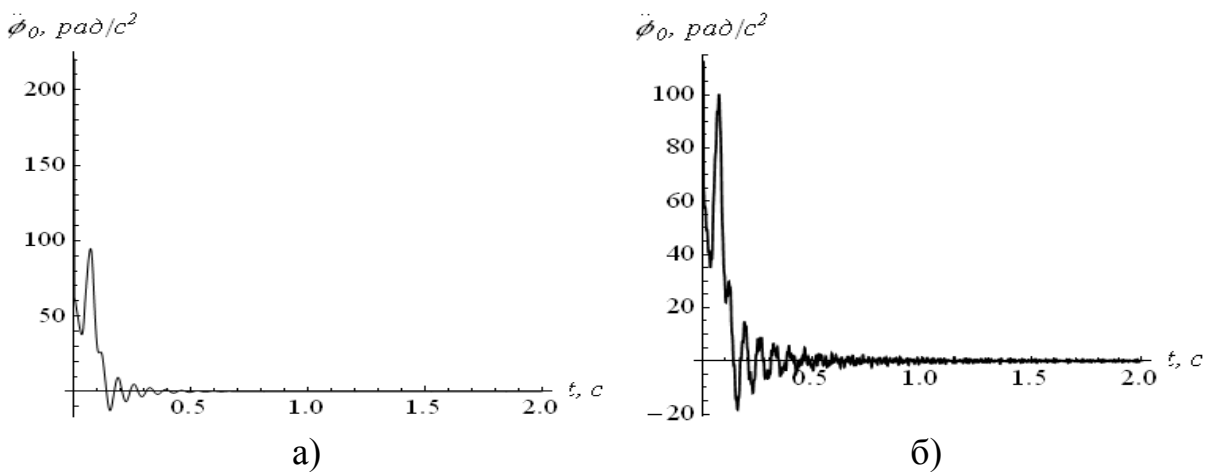


Рис. 5.12. Графіки кутового прискорення  $\ddot{\phi}_0$ : а) з врахуванням дисипації; б) без врахування дисипації

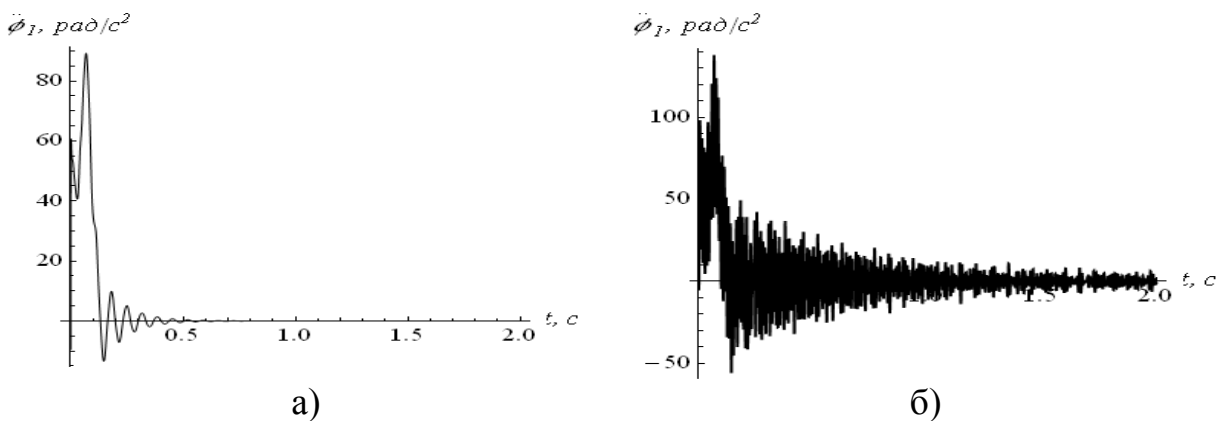
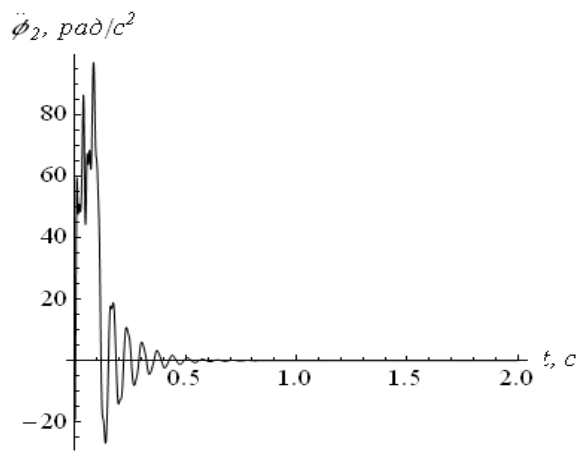
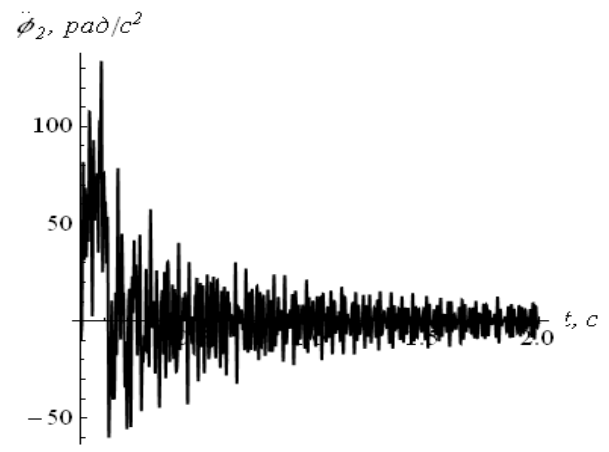


Рис. 5.13. Графіки кутового прискорення  $\ddot{\phi}_1$ : а) з врахуванням дисипації; б) без врахування дисипації

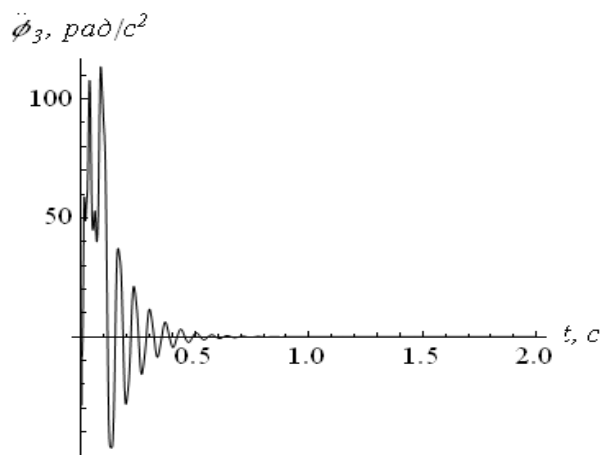


а)

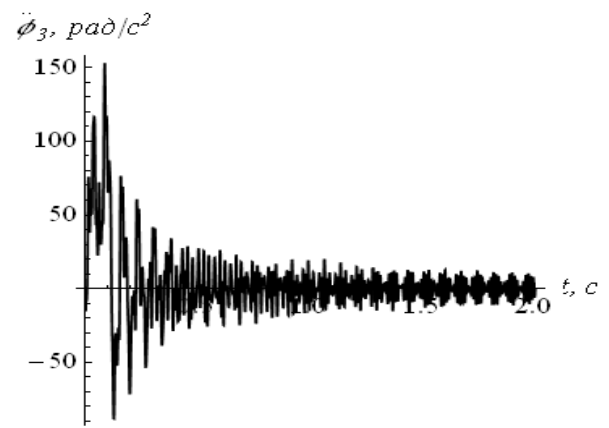


б)

Рис. 5.14. Графіки кутового прискорення  $\ddot{\phi}_2$ : а) з врахуванням дисипації; б) без врахування дисипації

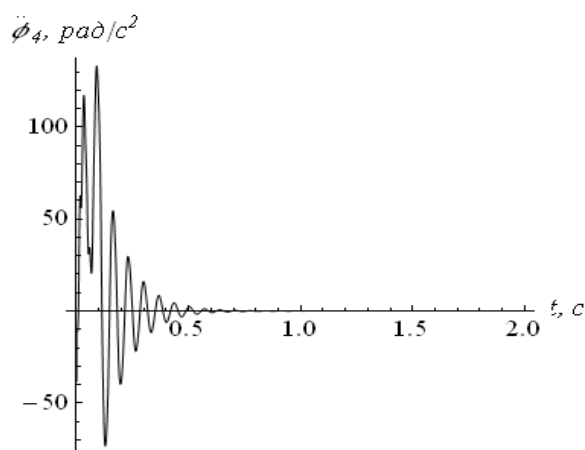


а)

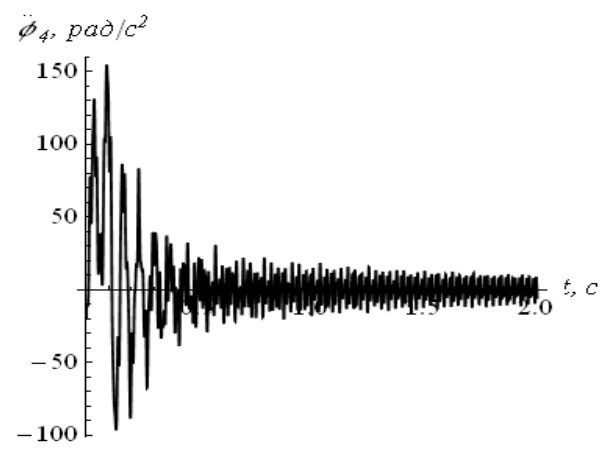


б)

Рис. 5.15. Графіки кутового прискорення  $\ddot{\phi}_3$ : а) з врахуванням дисипації; б) без врахування дисипації



а)



б)

Рис. 5.16. Графіки кутового прискорення  $\ddot{\phi}_4$ : а) з врахуванням дисипації; б) без врахування дисипації

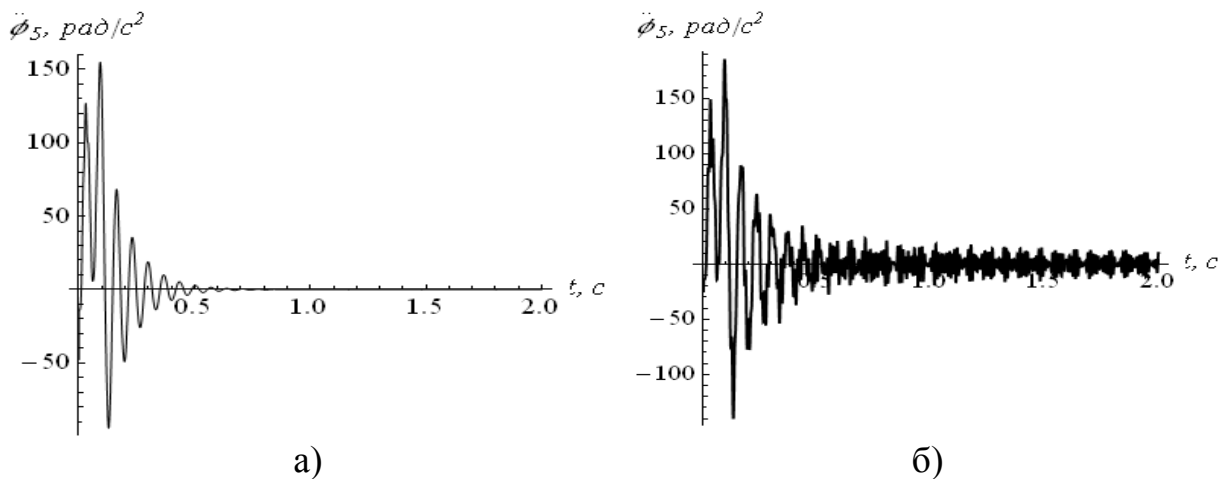


Рис. 5.17. Графіки кутового прискорення  $\ddot{\phi}_5$ : а) з врахуванням дисипації; б) без врахування дисипації

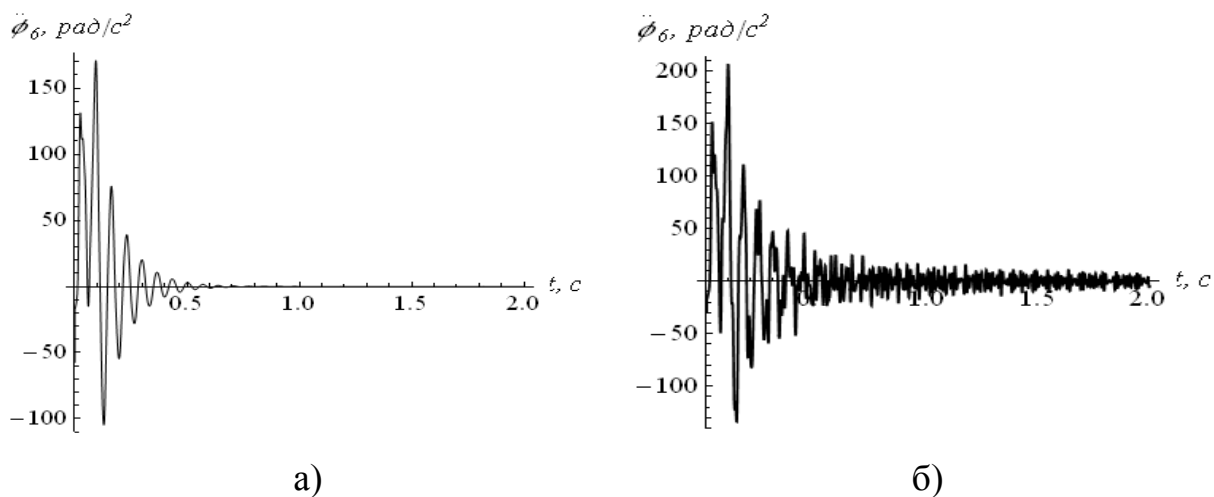


Рис. 5.18. Графіки кутового прискорення  $\ddot{\phi}_6$ : а) з врахуванням дисипації; б) без врахування дисипації

Аналізуючи графіки зміни прискорень, які показані на рис. 5.12-5.18, відмітимо, що коливання при відсутності демпфування мають більш виражений характер, вони зберігаються після досягнення гвинтовим конвеєром номінальної швидкості.

Таким чином, при аналізі динаміки руху гвинтового конвеєра необхідно враховувати дисипативні характеристики його елементів, у тому числі і приводного механізму.

#### 5.4. Оптимізація перехідних режимів руху ківшового елеватора

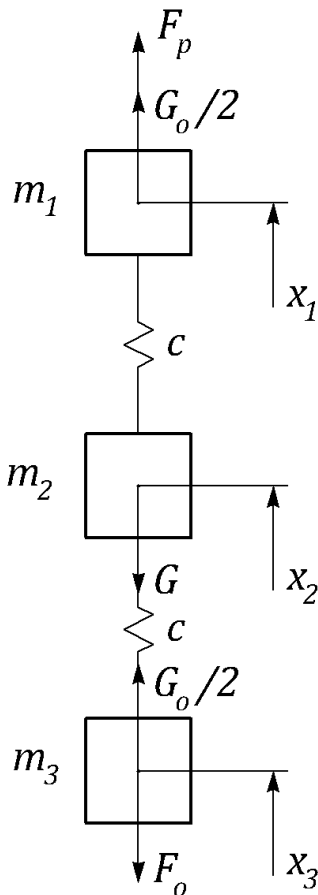


Рис. 5.19. Розрахункова модель ківшового елеватора

координати;  $F_p$  – рушійна сила приводного механізму, зведена до осі тягового органу на робочій гілці конвеєра;  $F_o$  – сила опору зачерпування вантажу, зведена до осі тягового органу на робочій гілці;  $G_o$  – вага незавантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки;  $G$  – вага завантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки;  $c$  – жорсткість половини стрічки на робочій гілці.

Використовуючи для даної динамічної моделі принцип д'Аламбера, отримаємо систему диференціальних рівнянь руху ківшового елеватора

Для оптимізації режиму пуску ківшового елеватора використано тримасову динамічну модель (рис. 5.19). На цьому рисунку прийняті такі позначення:  $m_1$  – зведена до осі тягового органу на робочій гілці конвеєра маса приводного механізму, половина незавантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки та приводного барабана;  $m_2$  – зведена до осі тягового органу маса завантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки;  $m_3$  – зведена до осі тягового органу на робочій гілці конвеєра маса іншої половини незавантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки та натяжного барабана;  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  – координати центрів мас відповідно  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , які прийняті за узагальнені

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 &= F_p + \frac{G_0}{2} - c(x_1 - x_2); \\
m_2 \ddot{x}_2 &= c(x_1 - x_2) - c(x_2 - x_3) - G; \\
m_3 \ddot{x}_3 &= c(x_2 - x_3) + \frac{G_0}{2} - F_o.
\end{aligned}
\tag{5.1}$$

Вважаємо, що сила опору зачерпувнню  $F_o$  змінюється лінійно і визначається залежністю:

$$F_o = \frac{f m_{\text{кл}} R_3}{R_2^2} v_{\text{ном}} \dot{x}_3,
\tag{5.2}$$

де  $f$  – коефіцієнт, який враховує втрати на тертя,  $m_{\text{кл}}$  – маса клина, який виникає перед ковшем при зачерпуванні матеріалу,  $R_2$  – радіус натяжного барабана,  $R_3$  – радіус обертання центра мас ковшів,  $v_{\text{ном}}$  – номінальна швидкість руху стрічки.

З третього рівняння системи (2.2.3.1) виразимо координату центра мас зведених мас ковшів з вантажем через координату  $x_3$ :

$$x_2 = x_3 + \frac{m_3}{c} \ddot{x}_3 + f \frac{m_{\text{кл}} R_3}{c R_2^2} v_{\text{ном}} \dot{x}_3 - \frac{G_o}{2c}.
\tag{5.3}$$

Візьмемо четверту похідну за часом з виразу (5.3), в результаті чого будемо мати:

$${}^{IV}x_2 = {}^{IV}x_3 + \frac{f m_{\text{кл}} R_3}{c R_2^2} v_{\text{ном}} {}^Vx_3 + \frac{m_3}{c} {}^{VI}x_3.
\tag{5.4}$$

За критерій оптимальності руху ківшового елеватора можуть бути використані кінематичні, динамічні, або комплексні інтегральні критерії [3]. У якості кінематичного критерію використаємо середньоквадратичне відхилення похідних четвертого порядку центрів мас зведених мас  $m_2$  та  $m_3$  протягом пуску конвеєра:



$$I_{23} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} (x_2^{IV} - x_3^{IV})^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.5)$$

де  $t_1$  – тривалість процесу пуску,  $\left( x_2^{IV} - x_3^{IV} \right)^2$  – середньоквадратичне відхилення похідних четвертого порядку.

Використовуючи другу залежність системи (5.4) та провівши відповідні перетворення, отримаємо кінцевий вираз критерію (5.5):

$$I_{23} = \left[ \frac{1}{c^2 t_1} \int_0^{t_1} \left[ k x_3^V + x_3^{VI} \right]^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.6)$$

де  $k = \frac{f m_{кл} R_3}{m_3 R_2^2} v_{nom}$ .

Мінімізувати критерій (5.6) можна шляхом мінімізації лише його інтегральної частини, оскільки параметри  $c$  і  $t_1$  за період пуску залишаються постійними величинами.

Умовою мінімуму інтегральної частини критерію (5.6) є рівняння Ейлера-Пуассона, які дають диференціальне рівняння дванадцятого порядку:

$$-2k^2 x_3^X + 2 x_3^{XII} = 0. \quad (5.7)$$

Розв'язати таке рівняння зручно у програмі Mathematica 8.0, яка дозволяє шукати символічні розв'язки диференціальних рівнянь [81]. Для знаходження необхідної функції задамо симетричні крайові умови:

$$\begin{cases} x_3 = 0; \dot{x}_3 = 0; \ddot{x}_3 = 0; \ddot{\ddot{x}}_3 = 0; x_3^{IV} = 0; x_3^V = 0, & \text{при } t = 0; \\ x_3 = s; \dot{x}_3 = v_{nom}; \ddot{x}_3 = 0; \ddot{\ddot{x}}_3 = 0; x_3^{IV} = 0; x_3^V = 0, & \text{при } t = t_1. \end{cases} \quad (5.8)$$

де  $s = \frac{t_1 \cdot v_{nom}}{2}$  – лінійне переміщення зведеної маси  $m_3$ .

Опустимо проміжні перетворення і запишемо функцію, яка є розв'язком рівняння (5.7) при крайових умовах (5.8):

$$\begin{aligned}
 x_3 = & -(v_{nom} (-1680(-1 + e^{kt} - e^{kt_1} + e^{k(-t+t_1)})t_1^5 - 1680(-1 + e^{kt_1}) \times \\
 & \times ktt_1^5 + 840(1 + e^{kt_1})k^2t^2t_1^5 + (-1 + e^{kt_1})k^5t^5t_1^2(5t^3 - 20t^2t_1 + \\
 & + 28tt_1^2 - 14t_1^3) + 10(1 + e^{kt_1})k^4t^4t_1(-3t^4 + 12t^3t_1 - 14t^2t_1^2 + \\
 & + 7t_1^4) + 20(-1 + e^{kt_1})k^3t^3(3t^5 - 12t^4t_1 + 14t^3t_1^2 - 14t_1^5))) / \\
 & / (2kt_1^5(-1680 - kt_1(840 + kt_1(180 + kt_1(20 + kt_1))) + \\
 & e^{kt_1}(1680 + kt_1(-840 + kt_1(180 + kt_1(-20 + kt_1)))))).
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Знайдена функція  $x_3$  описує оптимальний закон руху третьої приведеної маси конвеєра, який відповідає мінімуму середньоквадратичного відхилення похідних четвертого порядку центрів мас другої та третьої приведеної мас.

Використовуючи залежність (5.3) та взявши необхідні похідні по часу з виразу (5.9), знайдемо закон руху другої приведеної маси, який відповідає оптимальному режиму пуску конвеєра за прийнятим вище критерієм:

$$\begin{aligned}
 x_2 = & (kG_0R_2^2t_1^5(1680 + kt_1(840 + kt_1(180 + kt_1(20 + kt_1))) - e^{kt_1} \times \\
 & (1680 + kt_1(-840 + kt_1(180 + kt_1(-20 + kt_1)))))) - v_{nom} \times \\
 & \times (-1680c(-1 + e^{kt} - e^{kt_1} + e^{k(-t+t_1)})R_2^2t_1^5 - 1680kt_1^5(c(-1 + e^{kt_1}) \times \\
 & \times tR_2^2 + (-1 + e^{kt} + e^{kt_1} - e^{k(-t+t_1)})fm_{кл}R_3v_{nom}) + (-1 + e^{kt_1})k^5t^3t_1^2 \times \\
 & \times (R_2^2(280m_3(t - t_1)^3 + ct^2(5t^3 - 20t^2t_1 + 28tt_1^2 - 14t_1^3)) + \\
 & + 2ftm_{кл}R_3(20t^3 - 70t^2t_1 + 84tt_1^2 - 35t_1^3)v_{nom}) + 10(1 + e^{kt_1}) \times \\
 & \times k^4t^2t_1(R_2^2(-84m_3(t - t_1)^2(2t^2 - 2tt_1 - t_1^2) + ct^2(-3t^4 + \\
 & + 12t^3t_1 - 14t^2t_1^2 + 7t_1^4)) + 4ftm_{кл}R_3(-6t^4 + 21t^3t_1 - 21t^2t_1^2 +
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

$$\begin{aligned}
& +7t_1^4)v_{nom}) + 20(-1 + e^{kt_1})k^3t(R_2^2(ct^2(3t^5 - 12t^4t_1 + 14t^3t_1^2 - \\
& - 14t_1^5) + 84m_3(2t^5 - 6t^4t_1 + 5t^3t_1^2 - t_1^5)) + 6ftm_{\kappa l}R_3(4t^5 - \\
& - 14t^4t_1 + 14t^3t_1^2 - 7t_1^5)v_{nom}) - 840k^2t_1^5(2(-1 + e^{kt} - e^{kt_1} + \\
& + e^{k(-t+t_1)})m_3R_2^2 - (1 + e^{kt_1})t(ctR_2^2 + 2fm_{\kappa l}R_3v_{nom})))) / \\
& / (2ckR_2^2t_1^5(-1680 - kt_1(840 + kt_1(180 + kt_1(20 + kt_1)))) + \\
& + e^{kt_1}(1680 + kt_1(-840 + kt_1(180 + kt_1(-20 + kt_1)))))).
\end{aligned}$$

З другого рівняння системи (5.1) з урахуванням залежностей (5.9) і (5.10), відповідно знайшовши потрібні похідні по часу, визначимо оптимальний режим руху першої приведенної маси

$$\begin{aligned}
x_1 = & \frac{1}{c}(G + (c(-1680(-1 + e^{kt} - e^{kt_1} + e^{k(-t+t_1)})t_1^5 - 1680(-1 + e^{kt_1})ktt_1^5 + \\
& + 840(1 + e^{kt_1})k^2t^2t_1^5 + (-1 + e^{kt_1})k^5t^5t_1^2(5t^3 - 20t^2t_1 + 28tt_1^2 - 14t_1^3) + \\
& + 10(1 + e^{kt_1})k^4t^4t_1(-3t^4 + 12t^3t_1 - 14t^2t_1^2 + 7t_1^4) + 20(-1 + e^{kt_1}) \times \\
& \times k^3t^3(3t^5 - 12t^4t_1 + 14t^3t_1^2 - 14t_1^5))v_{nom}) / (2kt_1^5(-1680 - kt_1 \times \\
& \times (840 + kt_1(180 + kt_1(20 + kt_1))) + e^{kt_1}(1680 + kt_1(-840 + kt_1(180 + kt_1 \times \\
& \times (-20 + kt_1)))))) - (140km_2v_{nom}(6c(-1 + e^{kt} - e^{kt_1} + e^{k(-t+t_1)})R_2^2t_1^5 - \\
& - 6k(60(-1 + e^{kt_1})t^2m_3R_2^2(t - t_1)^2 + c(-1 + e^{kt_1})tR_2^2(2t^5 - 6t^4t_1 + 5t^3t_1^2 - \\
& - t_1^5) + fR_3m_{\kappa l}(12(-1 + e^{kt_1})t^5 - 30(-1 + e^{kt_1})t^4t_1 + 20(-1 + e^{kt_1})t^3t_1^2 - \\
& - (-1 + e^{kt} + e^{kt_1} - e^{k(-t+t_1)})t_1^5)v_{nom}) + (-1 + e^{kt_1})k^3tt_1^2(-t + t_1) \times \\
& \times (6m_3R_2^2(5t^2 - 5tt_1 + t_1^2) + t(t - t_1)(ctR_2^2(t - t_1) + 3fR_3m_{\kappa l}(2t - t_1) \times \\
& \times v_{nom})) + 3k^2t_1(2m_3R_2^2(30(1 + e^{kt_1})t^4 - 60(1 + e^{kt_1})t^3t_1 + 30(1 + e^{kt_1})t^2t_1^2 + \\
& + (-1 + e^{kt} - e^{kt_1} + e^{k(-t+t_1)})t_1^4) + (1 + e^{kt_1})t(t - t_1)(ctR_2^2(2t^3 - 4t^2t_1 + \\
& + tt_1^2 + t_1^3) + 2fR_3m_{\kappa l}(6t^3 - 9t^2t_1 + tt_1^2 + t_1^3)v_{nom})))) / (cR_2^2t_1^5(1680 + \\
& + kt_1(840 + kt_1(180 + kt_1(20 + kt_1))) - e^{kt_1}(1680 + kt_1(-840 + kt_1 \times
\end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}
& \times (180 + kt_1(-20 + kt_1)))))) + (kG_0 R_2^2 t_1^5 (1680 + kt_1(840 + kt_1(180 + \\
& + kt_1(20 + kt_1))) - e^{kt_1} (1680 + kt_1(-840 + kt_1(180 + kt_1(-20 + kt_1)))))) - \\
& - v_{nom} (-1680c(-1 + e^{kt} - e^{kt_1} + e^{k(-t+t_1)}) R_2^2 t_1^5 - 1680kt_1^5 (c(-1 + e^{kt_1}) t R_2^2 + \\
& + (-1 + e^{kt} + e^{kt_1} - e^{k(-t+t_1)}) fR_3 m_{кл} v_{nom})) + (-1 + e^{kt_1}) k^5 t^3 t_1^2 (R_2^2 (280m_3 \times \\
& \times (t - t_1)^3 + ct^2 (5t^3 - 20t^2 t_1 + 28tt_1^2 - 14t_1^3)) + 2fR_3 t m_{кл} (20t^3 - \\
& - 70t^2 t_1 + 84tt_1^2 - 35t_1^3) v_{nom})) + 10(1 + e^{kt_1}) k^4 t^2 t_1 (R_2^2 (-84m_3 (t - t_1)^2 \times \\
& \times (2t^2 - 2tt_1 - t_1^2) + ct^2 (-3t^4 + 12t^3 t_1 - 14t^2 t_1^2 + 7t_1^4)) + 4fR_3 t m_{кл} \times \\
& \times (-6t^4 + 21t^3 t_1 - 21t^2 t_1^2 + 7t_1^4) v_{nom})) + 20(-1 + e^{kt_1}) k^3 t (R_2^2 (ct^2 (3t^5 - \\
& - 12t^4 t_1 + 14t^3 t_1^2 - 14t_1^5) + 84m_3 (2t^5 - 6t^4 t_1 + 5t^3 t_1^2 - t_1^5))) + \\
& + 6fR_3 t m_{кл} (4t^5 - 14t^4 t_1 + 14t^3 t_1^2 - 7t_1^5) v_{nom})) - 840k^2 t_1^5 \times (2(-1 + e^{kt} - \\
& - e^{kt_1} + e^{k(-t+t_1)}) m_3 R_2^2 - (1 + e^{kt_1}) t (ctR_2^2 + 2fR_3 m_{кл} v_{nom}))) / (kR_2^2 t_1^5 \times \\
& \times (-1680 - kt_1(840 + kt_1(180 + kt_1(20 + kt_1))) + e^{kt_1} (1680 + kt_1(-840 + \\
& + kt_1(180 + kt_1(-20 + kt_1)))))))).
\end{aligned}$$

З першого рівняння системи (5.1) запишемо вираз для рушійного зусилля приводного механізму:

$$F_p = m_1 \ddot{x}_1 - \frac{G_0}{2} + c(x_1 - x_2). \quad (5.12)$$

З урахуванням залежностей (5.10) і (5.11) та знайшовши похідну по часу від виразу (5.10), визначимо бажаний закон зміни рушійного зусилля приводного механізму в процесі пуску, який забезпечує оптимальний режим руху конвеєра.

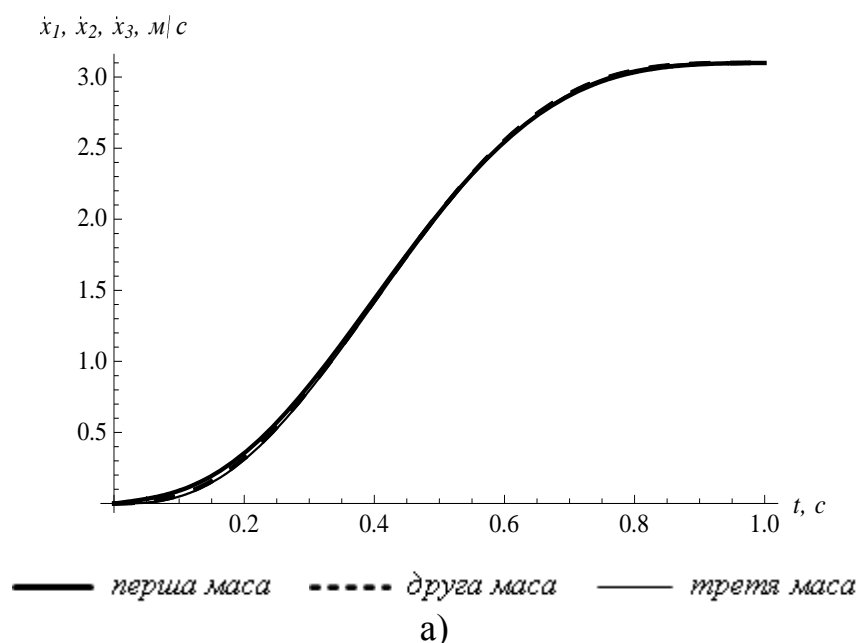
Маючи закон зміни рушійного зусилля в тяговому елементі елеватора, можна визначити необхідний рушійний момент на валу електродвигуна приводного механізму:

$$M_p = \frac{F_p \cdot R_1}{u \cdot \eta}, \quad (5.13)$$

де  $R_1$  – радіус приводного барабана;  $u$  – передаточне число передаточного механізму;  $\eta$  – к.к.д. приводного механізму.

Для ківшового елеватора, що транспортує паливні гранули, за таких умов:  $v=3$  м/с;  $m_1=13,0791$  кг;  $m_2=20,9$  кг;  $m_3=8$  кг;  $m_{кл}=1,406$  кг;  $G_0=117,67$  Н;  $G=204,94$  Н;  $c=20000$  Н/м;  $f=1,1$ ,  $t_1=1$  с – побудовано графіки швидкостей (рис. 5.20) та прискорень (рис. 5.21) центрів мас першої, другої та третьої приведених мас, а також рушійного моменту на валу електродвигуна.

З аналізу графічних залежностей представлених на рис 5.20 – 5.22 видно, що прослідкувати зміну швидкості всіх мас при виході на усталений рух доволі складно, проте графік різниці швидкостей першої та другої мас, а також другої і третьої чітко показує малу різницю в швидкостях мас, що звичайно позитивно впливає на рух конвеєра. Така розбіжність пов'язана, насамперед, з пружними властивостями тягового елемента конвеєра. Аналогічні відмінності можна спостерігати і на графіку різниці прискорень. Рушійне зусилля на валу електродвигуна має плавний характер зміни, проте значно перевищує силу опору, яка виникає під час пуску елеватора.



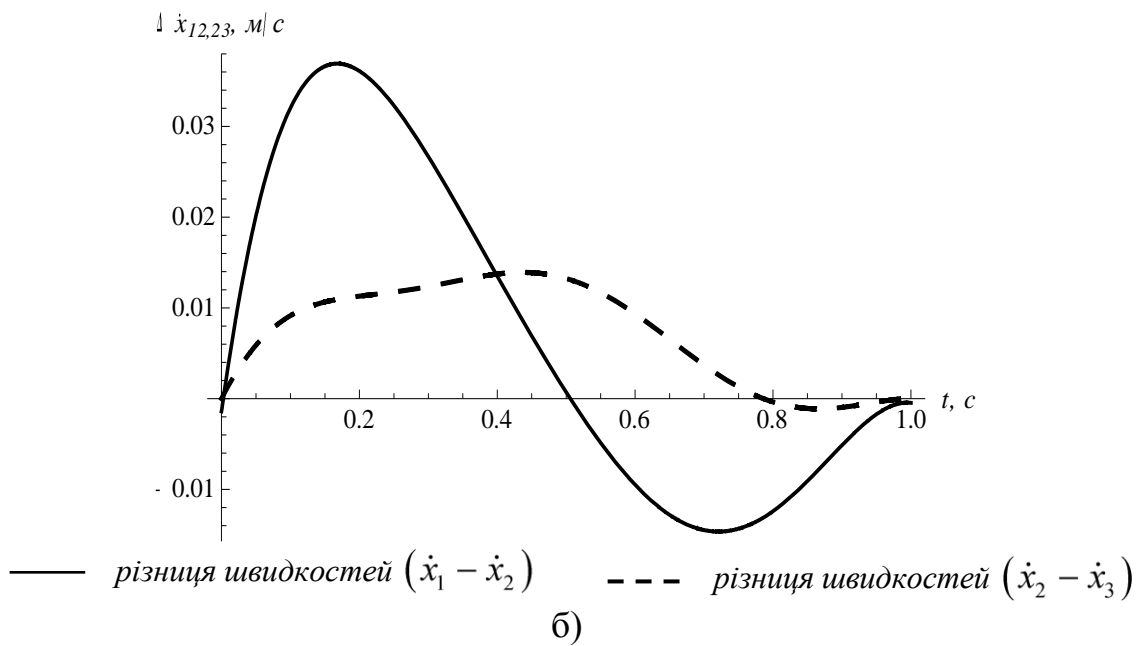


Рис. 5.20. Графіки: а) швидкостей першої, другої та третьої мас протягом пуску, б) різниці швидкостей  $\dot{x}_1 - \dot{x}_2$  та  $\dot{x}_2 - \dot{x}_3$

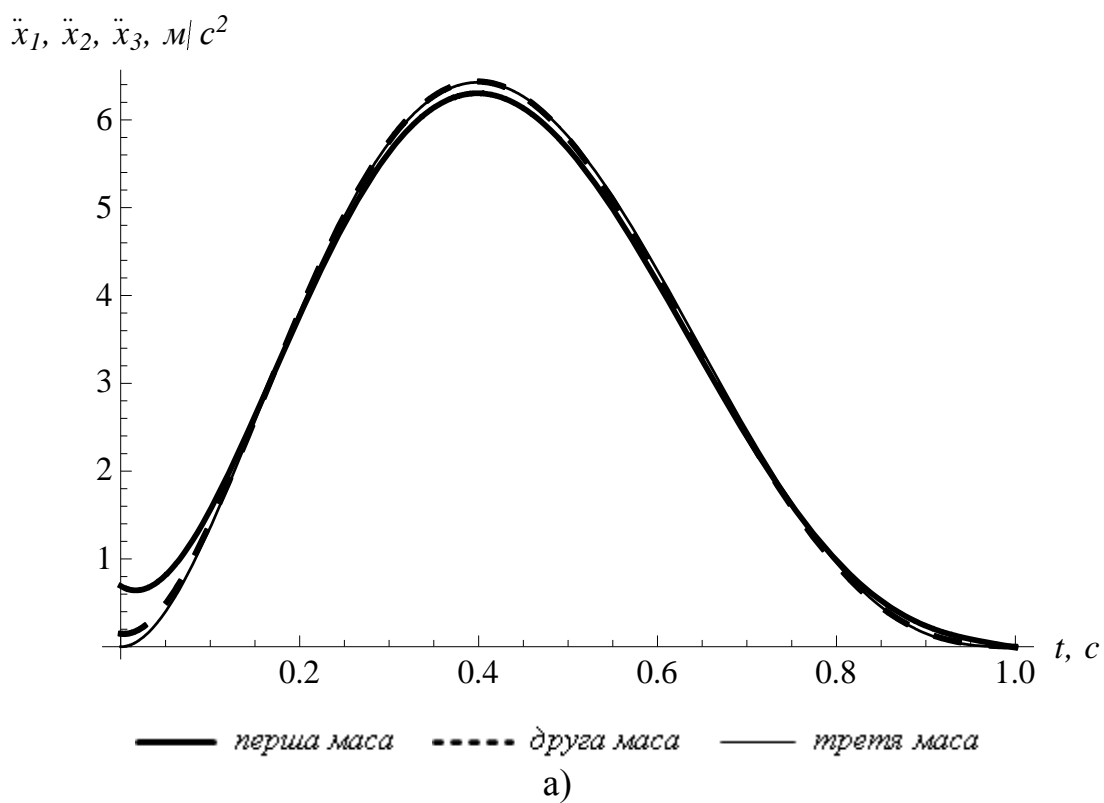


Рис. 5.21. Графіки: а) прискорень першої, другої та третьої мас протягом пуску

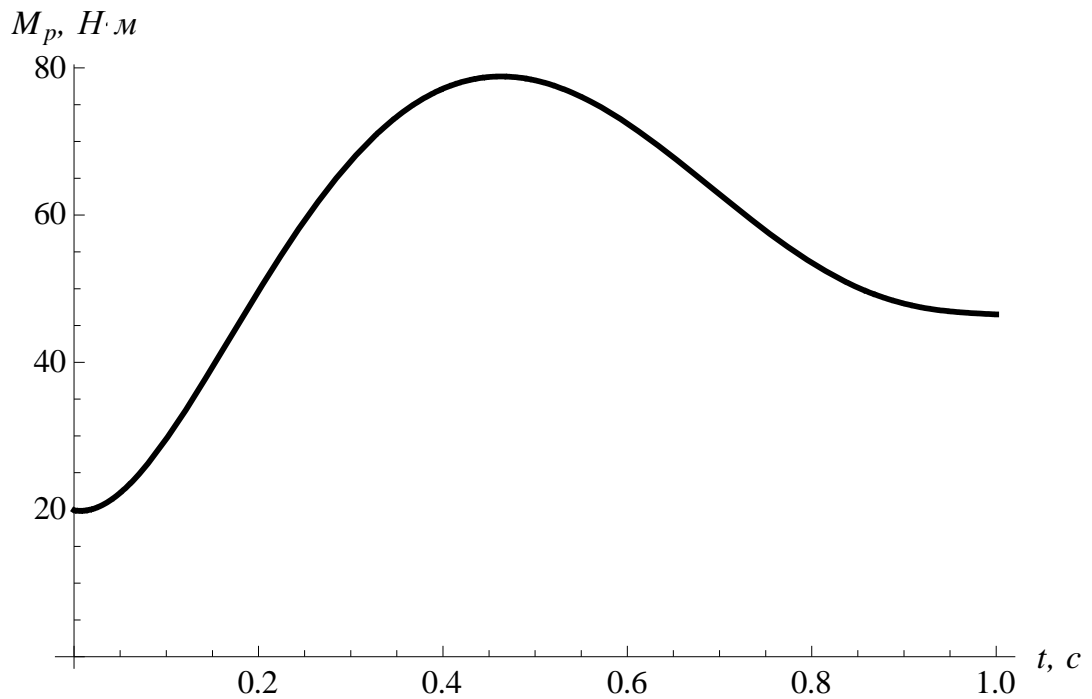


Рис. 5.22. Рушійний момент на валу електродвигуна протягом пуску

Разом з тим отримані закони керування пуском ківшового елеватора мають і певні недоліки, а саме ненульові прискорення першої та другої мас на початку руху, що призводить до додаткових навантажень в елементах приводного механізму. Необхідно також відмітити, що при збільшенні часу виходу на усталений режим руху  $t_l$  втричі – прискорення першої та другої мас наближуються до нуля.

### 5.5. Оптимізація руху скребкового конвеєра

З рівнянь системи, яка описує динаміку руху скребкового конвеєра, виразимо лінійну координату центру мас робочої вітки конвеєра  $x$ , кутові координати повороту приводного механізму  $\varphi_0$ , приводного барабану  $\varphi_1$ , а також рушійний момент  $M_0$ , через кутову координату  $\varphi_2$  та її похідні. При цьому рушійний момент має вигляд:

$$M_0 = mR^2 + I_0 + I_1 + I_2 \ddot{\varphi}_2 + \left\{ \frac{I_0}{c_0} \left[ \frac{c_0}{c} \left( m + \frac{2I_2}{R^2} \right) + mR^2 + I_1 + I_2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{m}{c} \left[ I_1 \left( 1 + \frac{2I_2}{mR^2} \right) + I_2 \right] \right\} \varphi_2^{IV} + \frac{mI_0I_1I_2}{c_0c} \varphi_2^{VIII} + M_2 + F_oR. \quad (5.14)$$

За критерії оцінки режимів руху машин використовують інтегральні функціонали, які залежать від режимів руху механізмів, і відображають їх динаміку з урахуванням побудованої математичної моделі [2]. Оскільки ці критерії відображають небажані властивості механізмів, то їх необхідно мінімізувати.

За критерій оцінки режиму руху скребкового конвеєра на ділянці пуску використано середньоквадратичне відхилення прискорень тягового органу в момент набігання на приводний барабан і центра мас скребоків з тяговим органом і вантажем, який з урахуванням рівнянь системи, яка описує динаміку руху скребкового конвеєра, має вигляд:

$$I_{12} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} f_{12} dt \right]^{1/2}; \quad (5.15)$$

де  $t_1$  – тривалість розгону конвеєра.

$$f_{12} = \ddot{\varphi}_1 R - \ddot{x}^2 = \left( \frac{1}{c} mR^2 + I_2 \varphi_2^{IV} + \frac{mI_2}{c^2} \varphi_2^{VI} \right)^2, \quad (5.16)$$

Умовою мінімуму критерію (5.15) з підінтегральними виразом (5.16) є рівняння Ейлера-Пуассона [4]:

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_{12}}{\partial \dot{\varphi}_2} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f_{12}}{\partial \ddot{\varphi}_2} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial f_{12}}{\partial \ddot{\varphi}_2} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2^{IV}} - \frac{d^5}{dt^5} \frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2^V} + \frac{d^6}{dt^6} \frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2^{VI}} = 0. \quad (5.17)$$



Оскільки функція  $f_{12}$  залежить від  $\varphi_2^{IV}$ ,  $\varphi_2^{VI}$ , то:

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2} = \frac{\partial f_{12}}{\partial \dot{\varphi}_2} = \frac{\partial f_{12}}{\partial \ddot{\varphi}_2} = \frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2^{VI}} = 0, \text{ а}$$

$$\frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2^{IV}} + \frac{d^6}{dt^6} \frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_2^{VI}} = \left( \frac{1}{c} mR^2 + I_2 \varphi_2^{IV} + \frac{mI_2}{c^2} \varphi_2^{VI} \right)^2 = 0. \quad (5.18)$$

Для спрощення розв'язку прийнято такі позначення:

$$\frac{1}{c} mR^2 + I_2 = a, \quad \frac{mI_2}{c^2} = b.$$

Знайшовши частинні похідні і похідні по часу для рівняння (5.17), отримаємо:

$$a \varphi_2^{VIII} + 2ab \varphi_2^X + 2b \varphi_2^{XII} = 0. \quad (5.18)$$

Знаходимо загальний розв'язок рівняння (5.18). Для цього знайдемо корені характеристичного рівняння. Розв'язок рівняння шукаємо у такому вигляді

$$\varphi_2 = e^{\lambda t},$$

де  $\lambda$  – корінь характеристичного рівняння.

З огляду на це, запишемо рівняння (5.18) так:

$$e^{\lambda t} a \lambda^8 + 2ab \lambda^{10} + 2b \lambda^{12} = 0. \quad (5.19)$$

Оскільки  $e^{\lambda t} > 0$ , то  $a \lambda^8 + 2ab \lambda^{10} + 2b \lambda^{12} = 0$ .

В результаті проведених розрахунків для конвеєра з параметрами:

$m = 76 \text{ кг}$ ;  $I_2 = 0,00171 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $R = 0,0535 \text{ м}$ ;  $c = 1,3 \text{ Н/м}$  , знайдено корені характеристичного рівняння:

$$\begin{aligned}\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7 = \lambda_8 &= 0, \\ \lambda_9 &= -27,21 - 27,21i, \\ \lambda_{10} &= -27,21 + 27,21i, \\ \lambda_{11} &= 27,21 - 27,21i, \\ \lambda_{12} &= 27,21 + 27,21i.\end{aligned}$$

Оскільки маємо восьмикратно вироджені та комплексні корені характеристичного рівняння, то розв'язок диференціального рівняння матиме вигляд:

$$\begin{aligned}\varphi_2(t) = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3 + C_5 t^4 + C_6 t^5 + C_7 t^6 + C_8 t^7 + C_9 e^{-27,21t} \sin 27,21t + \\ + C_{10} e^{-27,21t} \cos 27,21t + C_{11} e^{27,21t} \sin 27,21t + C_{12} e^{27,21t} \cos 27,21t\end{aligned}\quad (5.20)$$

де  $C_1, \dots, C_{12}$  - сталі інтегрування, які визначаються з початкових умов.

Для визначення цих сталих необхідно задати крайові умови руху, яких має бути дванадцять.

$$\begin{aligned}\text{при } t = 0 &\Rightarrow \varphi_2 = 0, \dot{\varphi}_2 = 0, \ddot{\varphi}_2 = 0, \overset{IV}{\ddot{\varphi}_2} = 0, \overset{V}{\varphi_2} = 0, \overset{V}{\dot{\varphi}_2} = 0; \\ \text{при } t = t_1 &\Rightarrow \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \ddot{\varphi}_2 = 0, \overset{IV}{\ddot{\varphi}_2} = 0, \overset{IV}{\varphi_2} = 0, \overset{V}{\varphi_2} = 0, \overset{VI}{\varphi_2} = 0.\end{aligned}$$

де  $\omega_y$  – усталена швидкість повороту натяжного вала. З урахуванням крайових умов руху конвеєра на ділянці пуску, визначено сталі  $C_1, \dots, C_{12}$ , підставивши які у вираз (5.20), отримано оптимальний закон руху натяжного барабану.

За допомогою цього режиму, використовуючи рівняння системи

(5.8), отримано оптимальні режими руху приводного механізму та приводного барабану конвеєра.

Зміна швидкості і прискорення цих ланок матимуть такий же характер, як і натяжного барабану. Побудовано графіки кутової швидкості (рис. 5.23) та кутового прискорення (рис. 5.24) натяжного вала оптимального режиму пуску, а також рушійного моменту (рис. 5.25) при таких параметрах динамічної моделі:

$$m = 76 \text{ кг}; I_0 = 0,7435 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_1 = I_2 = 0,00171 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; c_0 = 7378 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{рад}; \\ c = 1,3 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{м}; R = 0,0535 \text{ м}; M_2 = 0,55 \text{ Н} \cdot \text{м}; F_0 = 1350 \text{ Н}; v = 1,5 \text{ м} / \text{с}; t_1 = 1 \text{ с}.$$

Для того, щоб наочно показати вплив оптимізації режиму руху конвеєра на характер руху ланок конвеєра, представлено графіки зміни кутової швидкості і прискорення неоптимального (дійсного) режиму руху при таких же параметрах динамічної моделі.

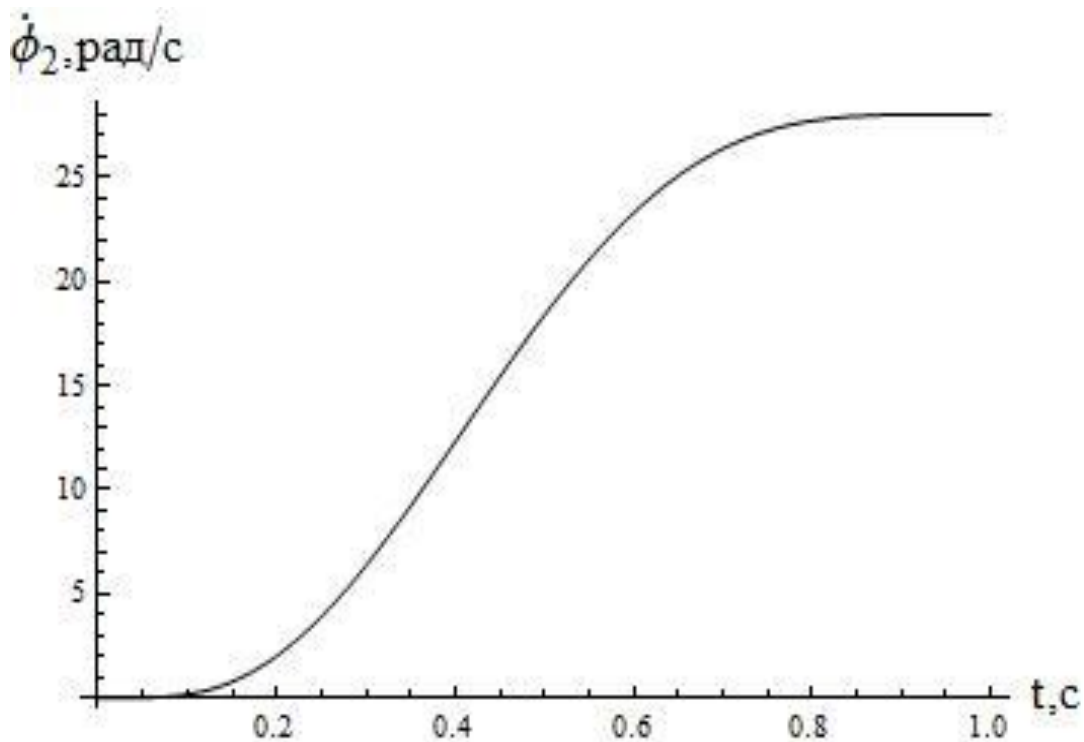


Рис. 5.23. Графік зміни кутової швидкості  $\dot{\phi}_2$

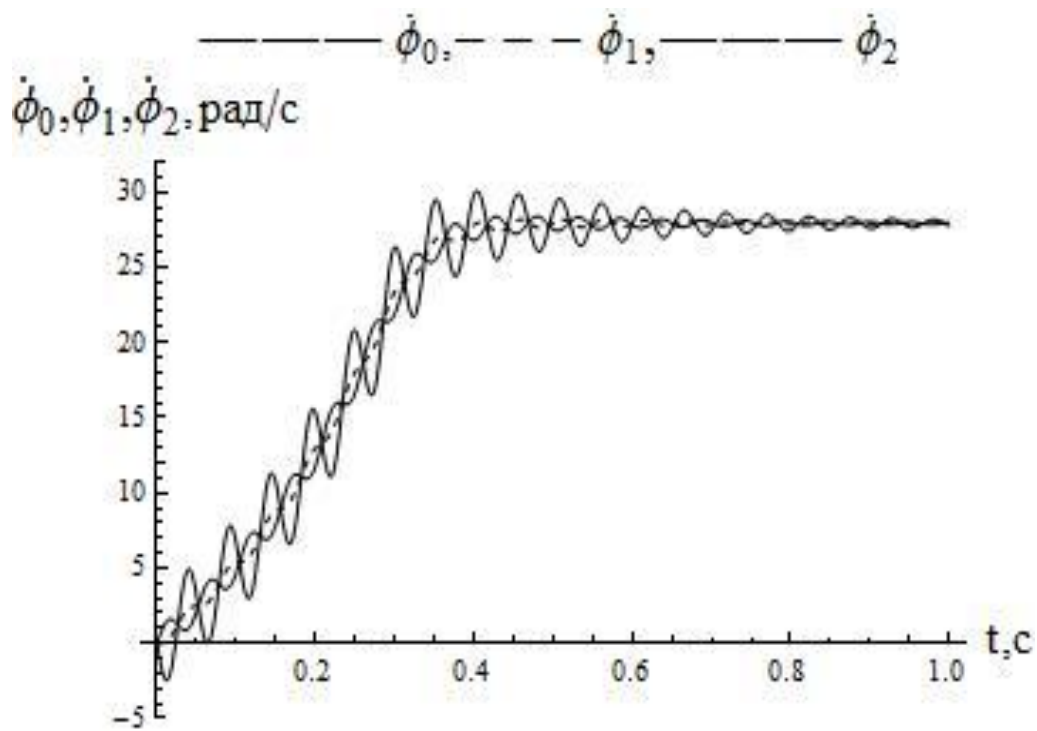


Рис. 5.24. Графік зміни кутових швидкостей  $\dot{\phi}_0$ ,  $\dot{\phi}_1$ ,  $\dot{\phi}_2$  без оптимізації режиму пуску

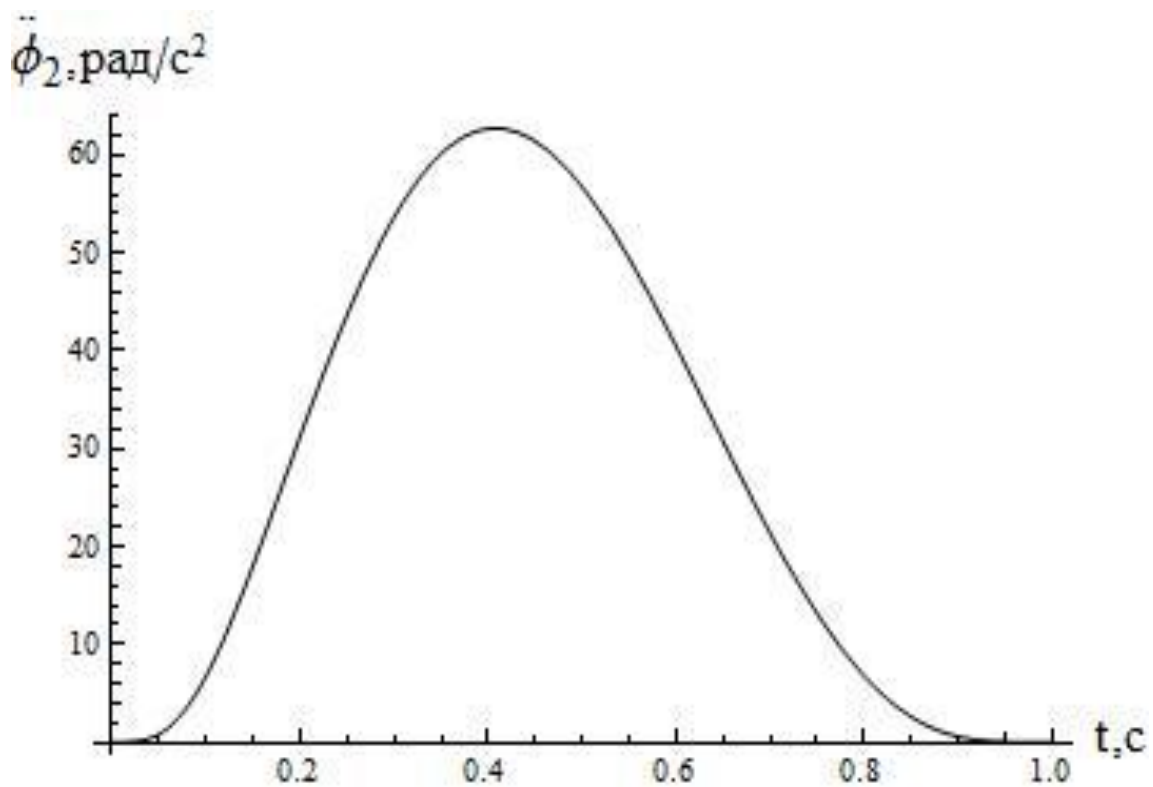


Рис. 5.25. Графік зміни кутового прискорення  $\ddot{\phi}_2$

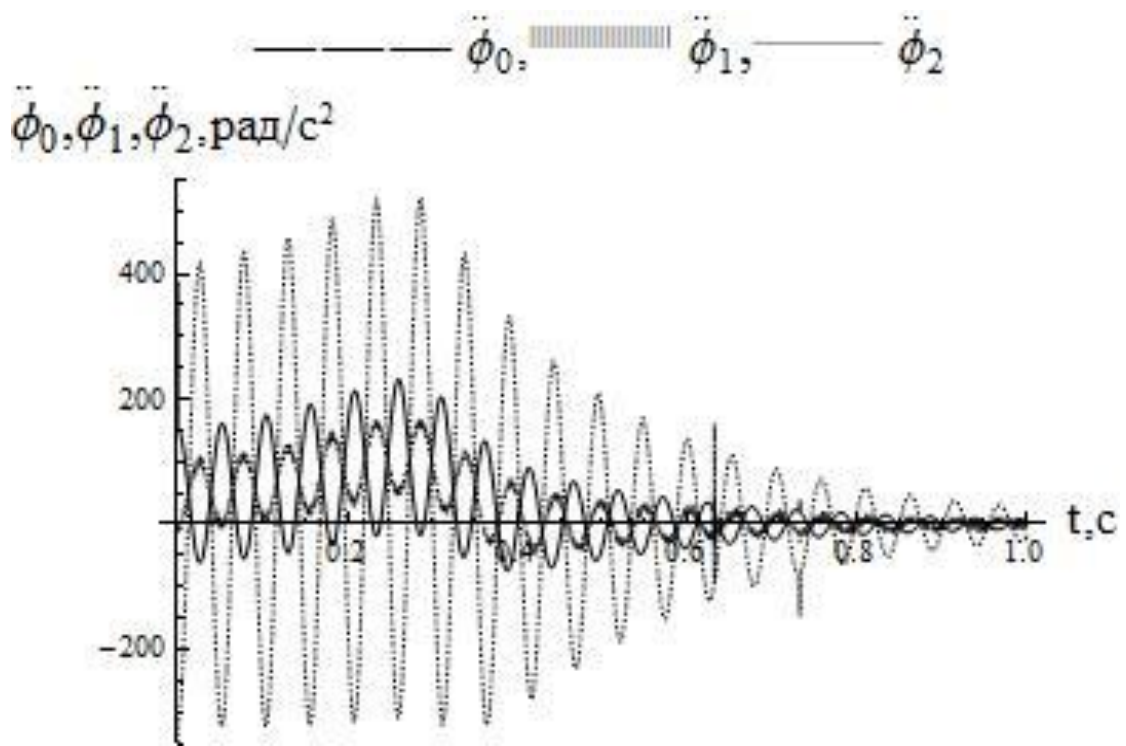


Рис. 5.26. Графік зміни кутових прискорень  $\ddot{\phi}_0$ ,  $\ddot{\phi}_1$ ,  $\ddot{\phi}_2$  без оптимізації режиму пуску

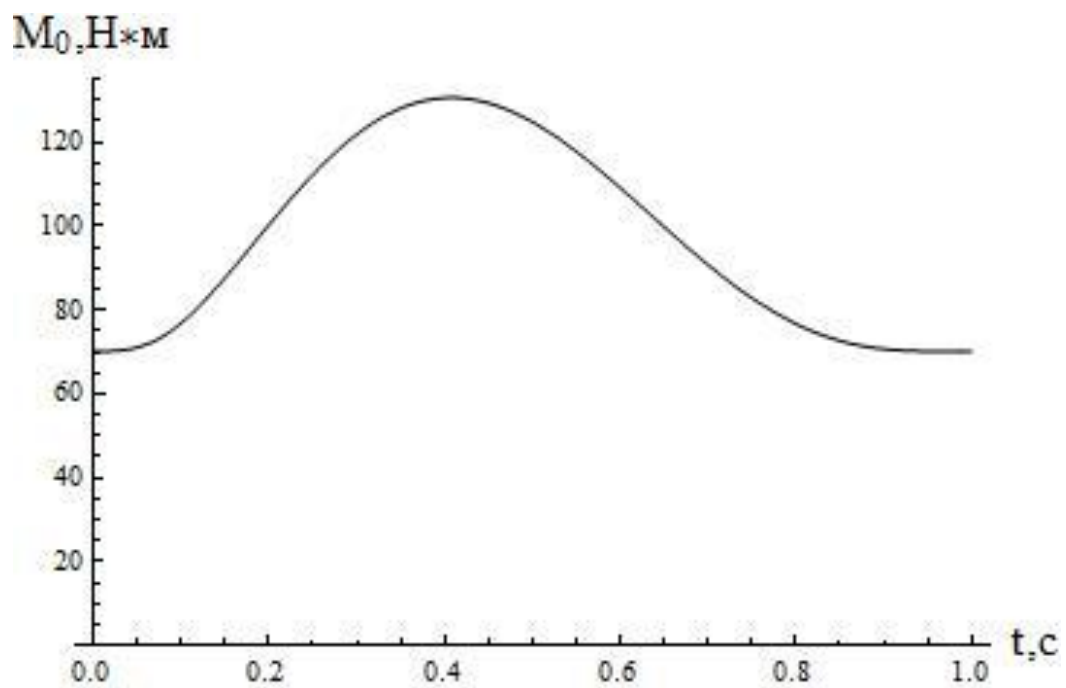


Рис. 5.27. Графік зміни рушійного моменту приводу  $M_0$ .

Аналізуючи проведені дослідження та порівнюючи оптимальні графіки зміни кутової швидкості та кутового прискорення ланок конвеєра з

графіками без оптимізації, можна зробити висновки, що такий режим пуску дав можливість мінімізувати коливання в ланках приводного механізму та гнучкому тяговому органі скребкового конвеєра, спричинені динамічними навантаженнями. При дійсному режимі руху конвеєра коливання кутової швидкості були в межах 10...6 рад/с, а коливання кутового прискорення мали дуже інтенсивний характер (максимальні значення змінювались від -250 до 450 рад/с<sup>2</sup>).

Отже, отриманий оптимальний режим пуску забезпечує плавну зміну кутової швидкості та прискорення ланок скребкового конвеєра, а також рушійного моменту на валу двигуна, зведеного до приводного валу конвеєра

## **5.6. Синтез оптимального керування гвинтовим кормозмішувачем**

Для знаходження оптимального закону керування пропонується використати варіаційні методи. Головна їх перевага полягає в тому, що за допомогою них можна отримати режими руху механізмів із досить плавною зміною кінематичних характеристик (швидкостей, прискорень, ривків тощо) протягом перехідних процесів руху.

Варіаційні методи оптимізації пропонується використовувати тоді, коли перевага надається точності виконання технологічної операції змішування-транспортування вантажу і надійності роботи.

При використанні варіаційних методів головну роль відіграє обраний критерій оптимізації.

Для кожного перехідного процесу можуть бути виділені найбільш характерні критерії якості, які в повній мірі характеризують той чи інший процес.

Оптимальні силові процеси машин – це процеси, яким відповідає екстремальне (мінімальне чи максимальне) значення деякого критерію,

який представлений у вигляді функціоналу (функції, яка залежить від функції).

Зазначимо, що зі збільшенням порядку критерію на одиницю кількість крайових умов для розв'язання рівняння Ейлера-Пуассона збільшиться на дві одиниці. Це означає, що будуть поставлені крайові умови, за якими в околах крайніх точок законів руху (початок та кінець перехідного процесу руху) кінематичні характеристики вищих порядків (прискорення, ривки і т.д.) вантажу будуть рівні нулю. Тобто зі збільшенням порядку критерію оптимальності збільшиться плавність руху вантажу в крайніх точках перехідного процесу руху.

Оскільки режими руху машин є функціональними залежностями переміщень, швидкостей, прискорень тощо ланок механізмів від просторового та часового аргументів протягом усього циклу руху, то критерій повинен мати вигляд інтегрального функціонала.

Проблема оптимізації режимів руху гвинтових кормозмішувачів може бути вирішена шляхом використання варіаційних методів. Для проведення теоретичних досліджень використовуємо чотирьохмасову динамічну модель (рис. 5.28).

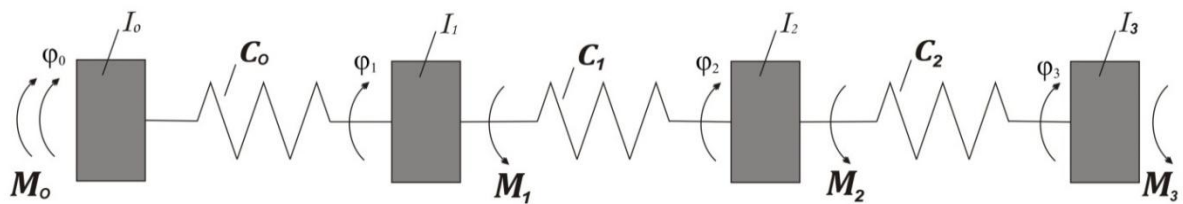


Рис. 5.28. Чотиримасова динамічна модель кормозмішувача

Рух даної динамічної моделі описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} I_0 \ddot{\varphi}_0 = M_0 - C_0 (\varphi_0 - \varphi_1) ; \\ I_1 \ddot{\varphi}_1 = C_0 (\varphi_0 - \varphi_1) - C_1 (\varphi_1 - \varphi_2) - M_1 ; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 = C_1 (\varphi_1 - \varphi_2) - C_2 (\varphi_2 - \varphi_3) - M_2 ; \\ I_3 \ddot{\varphi}_3 = C_2 (\varphi_2 - \varphi_3) - M_3 . \end{cases} \quad (5.21)$$

де  $M_1, M_2, M_3$  – моменти сил опору переміщенню вантажу на ділянках гвинтового вала;  $C_0, C_1, C_2$  – відповідно зведені до осі гвинтового валу жорсткість ланок приводного механізму і жорсткості ділянок гвинтового вала, які представлені відокремленими елементами.

Зауважимо, що моменти сил опору переміщенню вантажу прийmemo як постійні значення  $M_1 = const; M_2 = const; M_3 = const$ .

З рівнянь системи (5.21) знаходимо  $\varphi_3, \varphi_2, \varphi_1, \varphi_0$  та їх похідні, рушійний момент двигуна, зведений до осі гвинтового вала:

$$M_0 = C_0 \varphi_0 - \varphi_1 + I_0 \ddot{\varphi}_0. \quad (5.22)$$

Після деяких перетворень отримаємо кінцевий вираз рушійного моменту, який залежить від  $\varphi_3$  та її похідних.

$$M_0 = C_0 \left( \left[ \varphi_3 + a \cdot \ddot{\varphi}_3 + b \cdot \overset{IV}{\varphi}_3 + k \cdot \overset{VI}{\varphi}_3 + \frac{M_1}{C_0} + M_2 \cdot c + M_3 \cdot d \right] - \left[ \varphi_3 + \left\{ \frac{I_3}{C_2} \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} \right) + \frac{I_2}{C_1} \right\} \ddot{\varphi}_3 + \frac{I_2 I_3}{C_1 C_2} \overset{IV}{\varphi}_3 + \frac{M_2}{C_1} + f \cdot \frac{M_3}{C_2} \right] \right) + I_0 \left( \begin{matrix} \ddot{\varphi}_3 + a \cdot \overset{IV}{\varphi}_3 + \\ + b \cdot \overset{VI}{\varphi}_3 + k \cdot \overset{VIII}{\varphi}_3 \end{matrix} \right); \quad (5.23)$$

де прийняті такі позначення:

$$a = \left\{ \frac{I_1}{C_0} + I_2 \left( \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} \right) + I_3 \left( \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right\}; \quad b = \left\{ \frac{I_1 I_2}{C_0 C_1} + \frac{I_1 I_3}{C_0} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \frac{I_2 I_3}{C_2} \left( \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} \right) \right\};$$

$$c = \left( \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} \right); \quad d = \left( \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right); \quad f = \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} \right); \quad k = \frac{I_1 I_2 I_3}{C_0 C_1 C_2}.$$

У будь-якому технічному пристрої є такі характеристики, кількісні значення яких бажано максимізувати, а є й такі, котрі бажано кількісно мінімізувати. Оптимальний енергетичний режим руху визначається мінімізацією критеріальної дії за Лагранжем.



Як зазначалось вище, для оптимізації режимів руху слід мати кількісну оцінку властивостей кормозмішувача у вигляді критерію або системи критеріїв. Вони відображають основні небажані властивості машин та їх механізмів протягом усього циклу і мають інтегральний характер.

За критерій оцінки режиму руху кормозмішувача на ділянці пуску візьмемо середньоквадратичне відхилення прискорень кутових координат другої та третьої мас.

$$\dot{I}_{232} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} f_{232} dt \right]^{1/2} \rightarrow 0 \quad (5.24)$$

де  $t$  – час;  $t_1$  – кінцевий момент часу закінченого циклу руху чи впливу;  $f_{232}$  – усереднений квадрат різниці прискорень 2-ї та 3-ї мас.

$$f_{232} = \ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_3 \quad ^2 = \left( \ddot{\varphi}_3 + \frac{I_3}{C_2} \varphi_3^{IV} - \ddot{\varphi}_3 \right)^2 = \left( \frac{I_3}{C_2} \varphi_3^{IV} \right)^2.$$

Умовою мінімуму критерію (5.24) є рівняння Ейлера-Пуассона [4]:

$$\frac{\partial f_{232}}{\partial \varphi_3} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_{232}}{\partial \dot{\varphi}_3} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f_{232}}{\partial \ddot{\varphi}_3} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial f_{232}}{\partial \ddot{\varphi}_3} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f_{232}}{\partial \varphi_3^{IV}} = 0. \quad (5.25)$$

Оскільки функція  $f_{232}$  залежить лише від  $\varphi_3^{IV}$ , то рівняння (5.25)

приймає вигляд:  $\frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f_{232}}{\partial \varphi_3^{IV}} = 0.$

$$\frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f_{232}}{\partial \varphi_3} = 2 \cdot \left( \frac{I_3}{C_2} \right)^2 \varphi_3^{VIII} = 0. \quad (5.26)$$

Рівняння (5.26) справедливе, коли

$$\begin{aligned} \varphi_3^{VIII} &= 0; \\ \varphi_3^{VII} &= A_0; \\ \varphi_3^{VI} &= A_0 t + A_1; \\ \varphi_3^V &= \frac{1}{2} A_0 t^2 + A_1 t + A_2; \\ \varphi_3^{IV} &= \frac{1}{6} A_0 t^3 + \frac{1}{2} A_1 t^2 + A_2 t + A_3; \\ \ddot{\varphi}_3 &= \frac{1}{24} A_0 t^4 + \frac{1}{6} A_1 t^3 + \frac{1}{2} A_2 t^2 + A_3 t + A_4; \\ \ddot{\varphi}_3 &= \frac{1}{120} A_0 t^5 + \frac{1}{24} A_1 t^4 + \frac{1}{6} A_2 t^3 + \frac{1}{2} A_3 t^2 + A_4 t + A_5; \\ \dot{\varphi}_3 &= \frac{1}{720} A_0 t^6 + \frac{1}{120} A_1 t^5 + \frac{1}{24} A_2 t^4 + \frac{1}{6} A_3 t^3 + \frac{1}{2} A_4 t^2 + A_5 t + A_6; \\ \varphi_3 &= \frac{1}{5040} A_0 t^7 + \frac{1}{720} A_1 t^6 + \frac{1}{120} A_2 t^5 + \frac{1}{24} A_3 t^4 + \frac{1}{6} A_4 t^3 + \frac{1}{2} A_5 t^2 + A_6 t + A_7. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Оскільки рівняння (5.27) містить вісім невідомих, то для його вирішення необхідно вказати вісім крайових умов.

Крайові умови:

$$\begin{cases} \varphi_3 = 0; & \dot{\varphi}_3 = 0; & \ddot{\varphi}_3 = 0; & \ddot{\varphi}_3 = 0; & \Rightarrow \text{при } t = 0; \\ \dot{\varphi}_3 = \omega_y; & \ddot{\varphi}_3 = 0; & \ddot{\varphi}_3 = 0; & \varphi_3^{IV} = 0; & \Rightarrow \text{при } t = t_1. \end{cases}$$

Знаючи крайові умови, знаходимо постійні коефіцієнти:

$$A_0 = -\frac{7200\omega_y}{t_1^6}; A_1 = \frac{4320\omega_y}{t_1^5}; A_2 = -\frac{1080\omega_y}{t_1^4}; A_3 = \frac{120\omega_y}{t_1^3}; A_4 = 0; A_5 = 0; A_6 = 0; A_7 = 0.$$

Для залежностей (5.27) з урахуванням отриманих коефіцієнтів побудовано графіки (рис. 5.29 –5.30) за таких вихідних параметрів:

$$C_0 = 108591 \frac{H \cdot m}{rad}; C = 131520 \frac{H \cdot m}{rad}; \omega_o = 157 \frac{rad}{c}; \omega_k = 105,5 \frac{rad}{c}.$$

$$I_0 = 4,44 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_1 = I_2 = I_3 = 0,48 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, u = 22,5; \eta = 0,74;$$

$$M_k = 32,56 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega_u = 6,6 \frac{rad}{c}; M_1 = M_2 = M_3 = 89 \text{ Н} \cdot \text{м}; t_1 = 1 \text{ с};$$

$$A_0 = \frac{72\omega_y}{t_1^4}; A_1 = -\frac{48\omega_y}{t_1^3}; A_2 = 12 \frac{\omega_y}{t_1^2}; A_3 = A_4 = A_5 = 0.$$

Отриманий оптимальний режим пуску кормозмішувача підставляємо у диференційне рівняння руху системи і визначаємо з цієї системи бажаний закон руху.

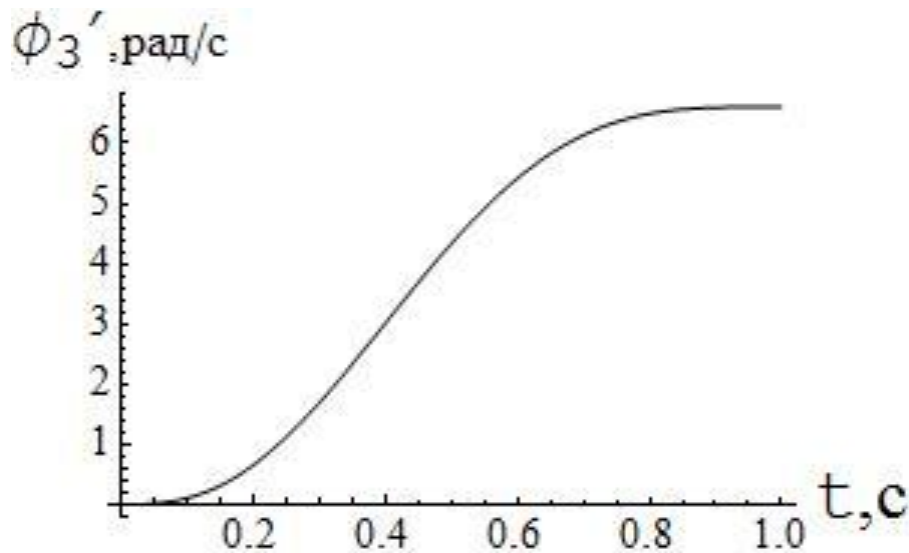


Рис. 5.29. Графік швидкості  $\phi_3$  під час пуску

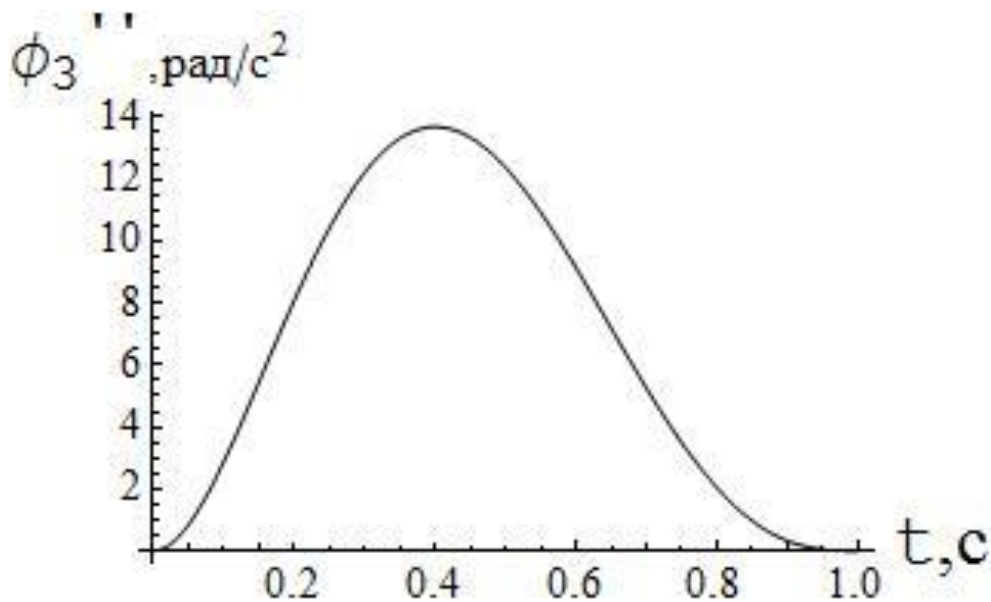


Рис. 5.30. Графік прискорення  $\ddot{\phi}_3$  під час пуску

Аналізуючи графіки бажаного оптимального режиму руху, бачимо, що в початковий момент запуску змішувача момент зрушення вантажу супроводжується збільшенням швидкості від нуля до номінального значення (рис. 5.29). Номінальна швидкість досягається за 1с.

Графік (рис. 5.30) наочно показує, що спочатку прискорення зростає, а потім зменшується. При цьому в крайніх точках прискорення дорівнює нулю, що забезпечує плавний рух з місця і точну зупинку в кінці руху.

### **Висновки до п'ятого розділу:**

6. На основі побудованої математичної моделі динаміки руху скребкового конвеєра було проведено оптимізацію руху конвеєра на ділянці пуску за критерієм середньоквадратичного відхилення прискорень тягового органу в момент набігання на приводний барабан і центра мас скребоків з тяговим органом і вантажем.
7. Проведено оптимізацію перехідних режимів руху гвинтового транспортера, що дозволило усунути небажані коливання його елементів та знизити динамічні навантаження під час його пуску.
8. За допомогою варіаційних методів оптимізації синтезовано закон зміни приводного зусилля, за якого коливання рухомих елементів ківшового елеватора із завантаженою робочою гілкою до кінця періоду розгону усуваються.

### Список літератури до п'ятого розділу:

42. Ловейкін В.С. Математична модель динаміки руху стрічкового ківшового елеватора з одностороннім зв'язком тягового органа / В.С. Ловейкін, В.А. Бортун // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2012. – Том 65. – № 1. – С.83-89. – (машинобудування, автоматизація виробництва та процеси механічної обробки).
43. Ловейкін В.С. Дослідження динаміки пуску скребкового конвеєра зі змінним навантаженням у процесі пуску / В.С. Ловейкін, О.Ю. Костина // Motrol. Том 13 В. 2011. - Lublin. – С. 42-49.
44. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / Ловейкин В. С. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
45. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Эльсгольц Л.Э. – М.: Наука, 1969. – 424 с.

## РОЗДІЛ 6. АПАРАТНЕ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РЕЖИМІВ РУХУ ТРАНСПОРТУЮЧИХ МАШИН

### 6.1. Розробка експериментальної моделі ківшового елеватора

За натурний об'єкт для експериментального дослідження була вибрана конструкція вертикального стрічкового ковшового елеватора Норія І – 5/3 ДЕРЖСТАНДАРТ 10190 – 70, схема й зовнішній вигляд якого зображені на рис. 6.1.

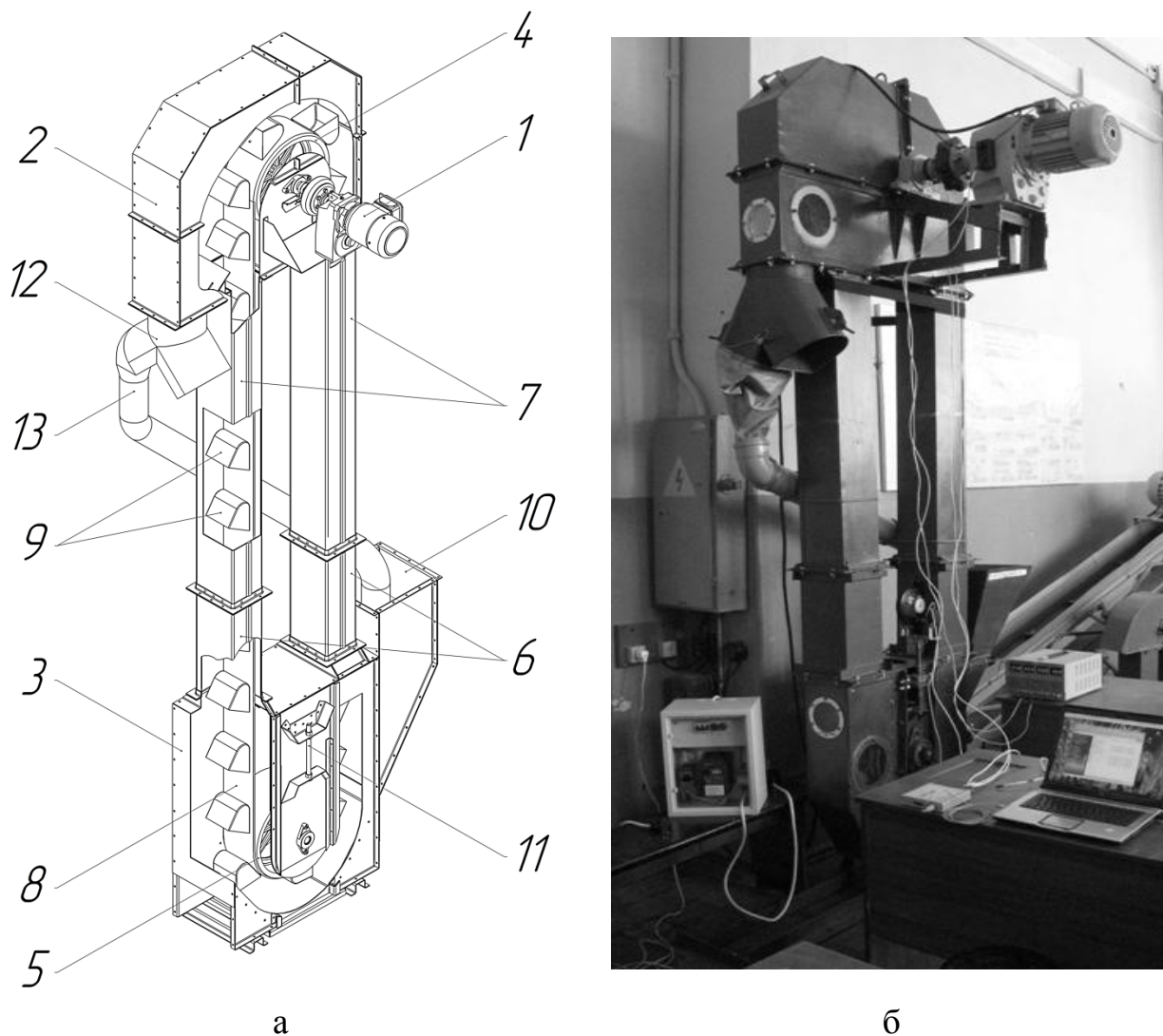


Рис. 6.1. Схема (а) і зовнішній вигляд вертикального стрічкового ковшового елеватора

Таким чином, елеватор, представлений на рис. 6.1 складається з мотор-редуктора 1, норійної головки 2 і черевика 3, приводного 4 і натяжного 5 барабанів, норійних труб 6, 7, стрічки 8 із закріпленими на ній ковшами 9, завантажувального лотка 10, гвинтового натяжного пристрою 11, розподільника потоків 12 і труби зворотного завантаження 13. Технічні параметри зазначеного конвеєра наведені в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1. Технічні параметри конвеєра І – 5/3  
(ДЕРЖСТАНДАРТ 10190 – 70)

Номінальна продуктивність по зерну <sup>1</sup> , <i>т/год</i>	5
Висота ковшового елеватора, <i>м</i>	3
Діаметр барабана головки / черевика, <i>мм</i>	400/ 400
Довжина барабана головки й черевика, <i>мм</i>	170
Ширина стрічки, <i>мм</i>	150
Ширина×Виліт×Висота ковша, <i>мм</i>	125×125×150
Тип ковша	Середній
Швидкість стрічки, <i>м/с</i>	1,2
Розмір поперечного переріза норійних труб, <i>мм</i>	197×197
Товщина стінок кожуха головки й черевика, <i>мм</i>	1,6
Товщина стінок норійних труб, <i>мм</i>	1,2
Мотор-редуктор	МЦ2С – 100
Електродвигун	4А100S4Р3

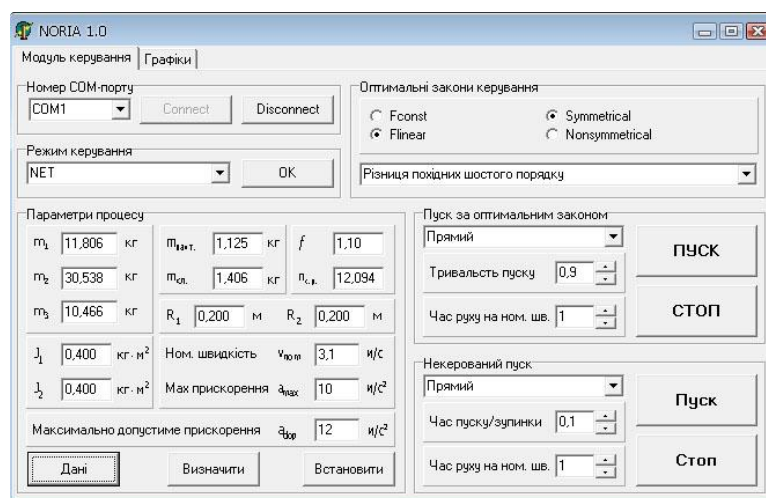
<sup>1</sup>Продуктивність норії зазначена по зерну пшениці об'ємною масою 750 *кг/м<sup>3</sup>* і вологістю до 17%.

Даний вертикальний стрічковий ковшовий елеватор працює в такий спосіб: після подачі живлення на мотор-редуктор 1, крутний момент передається на приводний барабан 4, а через стрічку 8 і на натяжний барабан 5. У результаті ковші 9, які закріплені на стрічці, починають зачерпувати зерновий матеріал із черевика норії 3 і транспортують його до



головки норії 2 де відбувається розвантаження. Зерновий матеріал по розподільникові потоків 12 попадає в трубопровід 13 і вертається в завантажувальний лоток 10, після чого процес повторюється. Таким чином, побудований елеватор є замкненою системою з постійною продуктивністю й постійно завантаженою робочою галузями, що є необхідною умовою для проведення експерименту. Принципова схема живлення ковшового елеватора (рис. 6.2.) дозволяє здійснювати як звичайний, так і керований пуск-зупинку конвеєра.

Отримані, у результаті теоретичних досліджень, закони оптимального пуску реалізуються безпосереднім впливом на швидкість обертання вихідного вала електродвигуна за допомогою частотного перетворювача Mitsubishi FR – D740-080-EC [1, 2]. Для цього із ПК hp Pavilion dv6955er за допомогою кабель-конвертора інтерфейсів RS232-RS485 на частотний перетворювач відправлялися дискретні значення вихідної частоти, які відповідають дискретним значенням швидкостей обчислених за оптимальними законами. За формування масиву дискретних швидкостей відповідає розроблене програмне забезпечення NORIA 1.0, яке працює в середовищі Windows XP. Інтерфейс програми являє собою головне вікно «NORIA 1.0» із двома вкладками «Модуль керування» і «Графіки» (рис. 6.3, а, б) і допоміжне вікно для введення даних «Дані» (рис. 6.3, в).



а

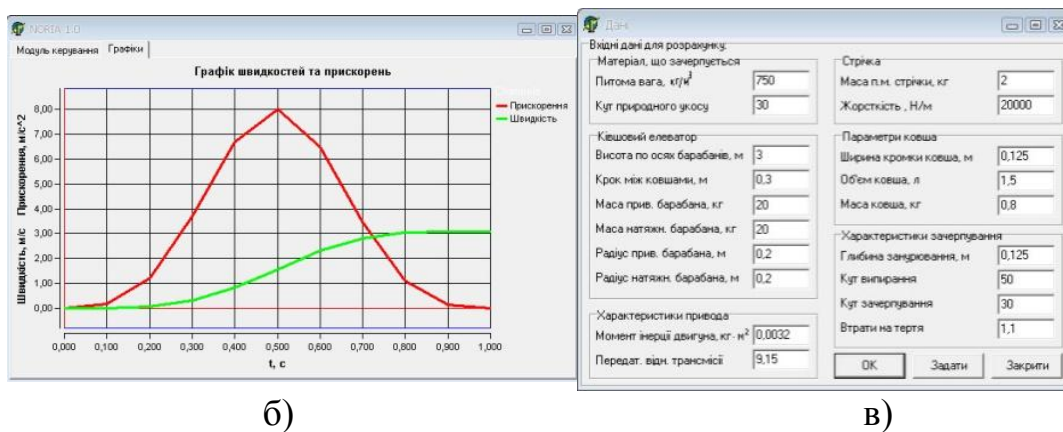


Рис. 6.3. Інтерфейс програми керування вертикальним стрічковим ковшовим елеватором NORIA 1.0

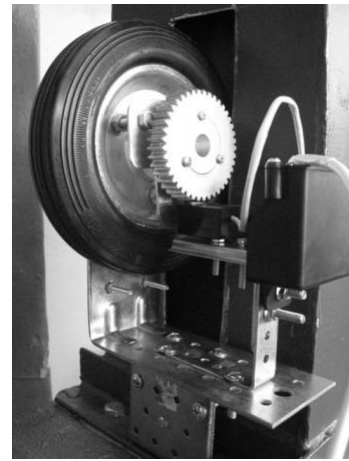
## 6.2. Підбір датчиків для фіксації основних кінематичних та динамічних характеристик руху ківшового елеватора

Оскільки, оптимальні закони являють собою плавні функції зміни швидкості, то за базові величини, які підлягають реєстрації й подальшій обробці й аналізу, обрані швидкості обертання приводного й натяжного барабанів, а також лінійна швидкість стрічки. Додатково для визначення й зіставлення моментів часу початку процесу пуску обрані показники струму живлення асинхронного електродвигуна.

Для виміру швидкостей обертання приводного й натяжного барабанів використані магниторезистивные датчики кутової швидкості Philips КМІ 16/1 [3] (рис. 6.4, а, г). Лінійна швидкість стрічки вимірялася за допомогою колієвимірального колеса (рис. 6.4, б), сконструйованого на базі датчика кутової швидкості КМІ 16/1. Величина струму живлення вимірялася датчиком струму відкритого типу Honeywell CSLA1CD [4] (рис. 6.4, в). Живлення комплексу датчиків здійснювалося від блоку живлення Nuelec MR3003M-2. Сигнали від датчиків збиралися за допомогою аналогово-цифрового перетворювача ADA-1406 [5] і передавалися на ПК hp Pavilion dv6955er.



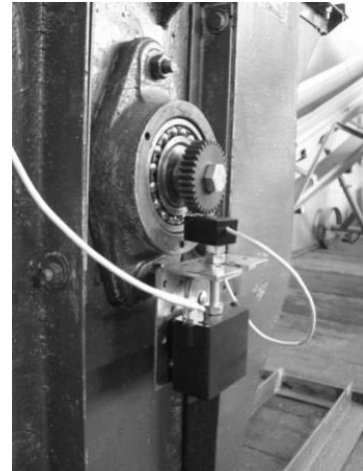
а)



б)



в)



г)

Рис. 6.4. Датчики кутової швидкості встановлені на приводному (а) і натяжному (г) барабанах, стрічці (б) і датчик струму (в)

Експериментальні дослідження проводилися в три етапи з п'ятикратною повторюваністю кожного досліду.

Перший етап передбачав зняття параметрів руху вертикального стрічкового ковшового елеватора при звичайному пуску, який здійснювався із кнопочового поста.

Другий етап – передбачав пуск ковшового елеватора при керуванні наближеному до ручного. При цьому час виходу конвеєра на стійку швидкість після пуску становив 1 з, рух на стійкій швидкості – 5 з, а час гальмування був дорівнює часу пуску.

Третій етап полягав у зборі параметрів руху стрічкового ковшового

елеватора при комп'ютерному керуванні за кожним з 15-ти режимів руху, що визначаються відповідними оптимальними законами пуску конвеєра. Для даного етапу час пуску ковшового елеватора становив 1 з, а час руху на стійкій швидкості 5 с.

### 6.3. Вибір аналого-цифрового перетворювача

Для збору даних використовується 8-канальний АЦП ADA-1406 (рис. 6.5), технічні характеристики якого наведені у таблиці 6.2 [5].

Таблиця 6.2. Технічні характеристики АЦП ADA-1406

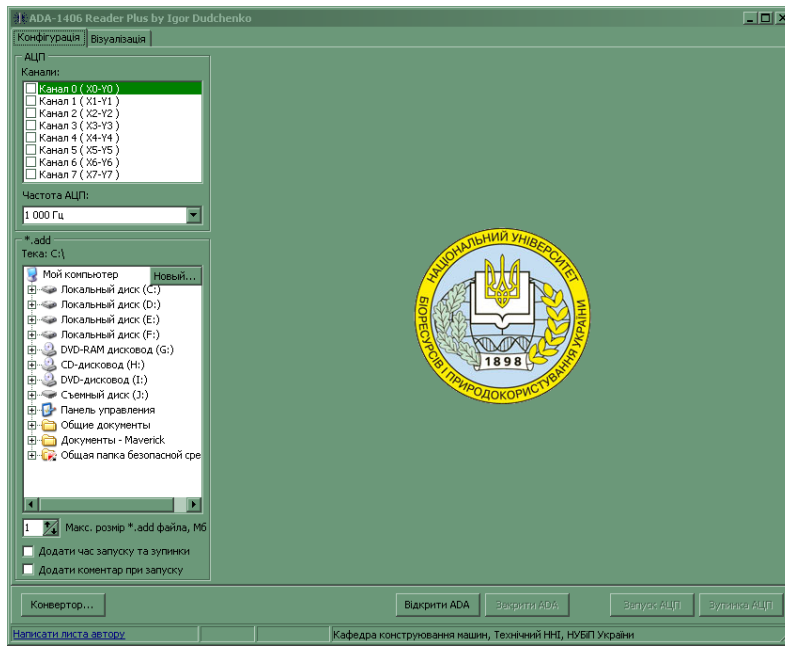
Параметр	Значення параметру
1	2
Кількість аналогових каналів	8 диференціальних каналів або 16 однопровідних каналів
Вхідний діапазон сигналів, В	$\pm 10$ ; $\pm 5$ ; $\pm 2,5$ ; $\pm 1,25$
Гранична вхідна напруга відносно AGND, В: - при включеному інтерфейсі USB - при відключеному інтерфейсі USB	$\pm 35$ $\pm 10$
Розрядність АЦП, біт	14
Максимальна диференціальна нелінійність перетворення, МЗР	-1...+1,5
Максимальна інтегральна нелінійність перетворення, МЗР	$\pm 1,5$
Максимальна частота перетворення, кГц	350
Напруга живлення	живлення від шини USB

1	2
Максимальний споживаний струм, мА: - в момент вмикання - в активному режимі	460 260
Габаритні розміри, мм	140x140x35
Маса, кг	0,35

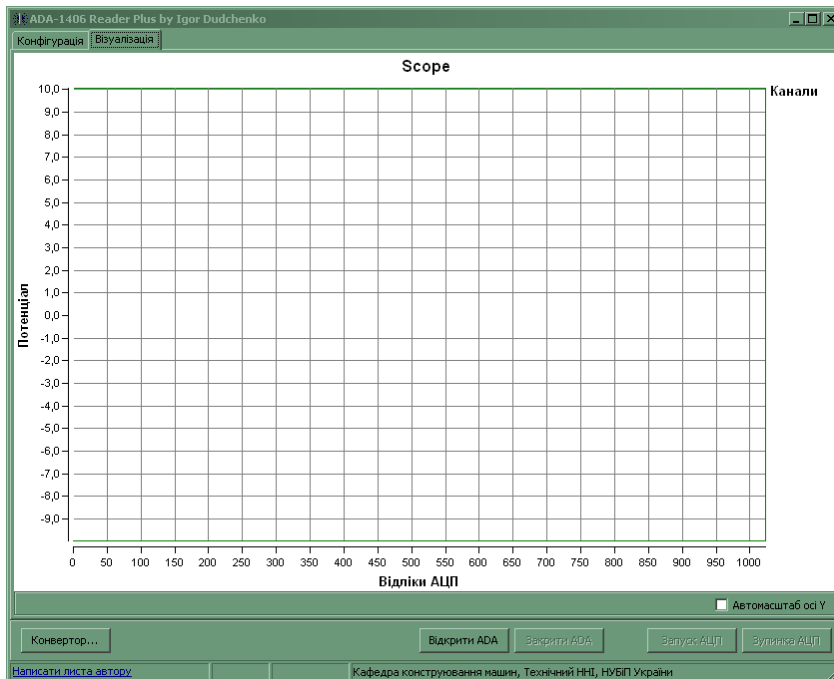


Рис. 6.5. Зовнішній вигляд АЦП ADA-1406

Керування роботою АЦП виконується за допомогою програми ADA-1406 Reader Plus інтерфейс якої зображено на рис. 6.6.



а)



б)

Рис. 6.5. Інтерфейс програми ADA-1406 Reader Plus: а) вікно „конфігурація”; б) вікно „візуалізація”

Для налаштування опитування датчиків спочатку відмічають канали, які задіяні в АЦП. Надалі встановлюють частоту опитування каналів. Вона може приймати такі значення: 1кГц, 10кГц, 25кГц. Вибір частоти опитування є дуже важливим етапом. Встановлення великої частоти

опитування може призвести до значного об'єму даних, що у свою чергу призведе до уповільнення обробки всього масиву даних. Мала частота опитування каналів АЦП може викликати втрату корисної інформації про досліджуваний процес. Загалом, при налаштуванні цього параметру необхідно приймати до уваги теорему Котельникова-Шеннона [6], що вимагає хоча б орієнтовної оцінки верхньої частоти із усього спектру коливань вимірюваного параметру (струму, напруги, прискорення тощо).

#### **6.4. Розробка програмного забезпечення для керування частотним перетворювачем**

##### **6.4.1. Скребковий конвеєр**

Для реалізації на практиці отриманих в розділі 3 оптимальних законів пуску скребкового конвеєра необхідний безпосередній вплив частотного перетворювача Mitsubishi FR – D740-080-EC на швидкість обертання вихідного валу електродвигуна. Для цього необхідно організувати взаємодію між частотним перетворювачем та персональним комп'ютером, що стало можливим завдяки розробленому програмному забезпеченню «КОНВЕЄР», яке керує роботою частотного перетворювача, підключеного до електродвигуна скребкового конвеєра.

Взаємодія між програмою та частотним перетворювачем на технічному рівні відбувається за допомогою послідовного порту COM. По порту передаються керуючі пакети даних від комп'ютера до частотного перетворювача. Апаратна частина реалізації зв'язку здійснюється за допомогою послідовного порта RS485, який має частотний перетворювач.

Користувач має змогу керувати конвеєром у двох режимах: при заданих параметрах тривалості часу пуску та гальмування, тривалість руху на номінальній швидкості, але без усунення коливань елементів скребкового конвеєра та при зміні швидкості за оптимальними законами.

Керування рухом скребкового конвеєра за оптимальними законами здійснюється так: з персонального комп'ютера на частотний перетворювач надходять дискретні значення вихідної частоти напруги живлення двигуна конвеєра. У відповідності з цими сигналами частотний перетворювач змінює вихідну частоту і електродвигун змінює швидкість обертання вала, що, в результаті, розганяє або гальмує конвеєр за певними законами руху. Протягом усталеного руху частотний перетворювач підтримує постійну частоту, яка відповідає номінальній швидкості руху.

Вихідними даними для визначення кінематичних характеристик руху скребкового конвеєра є дискретні значення напруги від датчика кутової швидкості обертання приводного вала конвеєра та датчика струму. Ці дані формують одновимірний масив, що генерується програмним забезпеченням АЦП у вигляді txt файлу. Показники струму живлення електродвигуна потрібні для визначення і співставлення моменту часу початку процесу пуску конвеєра. В результаті обробки даних, отриманих з датчиків, в програмі Mathematica 8.0, сформовані дискретні масиви експериментальних кутових швидкостей приводного вала скребкового конвеєра. За формування масиву дискретних швидкостей відповідає розроблене програмне забезпечення «КОНВЕЄР», яке працює в середовищі Windows XP.

Після натиснення кнопки «ПУСК» від комп'ютера до частотного перетворювача надходить команда пуску і він починає розганяти двигун до першого дискретного значення кутової швидкості конвеєра. Через 0,1 с відправляється наступне дискретне значення швидкості і частотний перетворювач збільшує частоту. І так повторюється до тих пір, поки не буде відправлене останнє дискретне значення швидкості, яке рівне номінальній швидкості руху скребкового конвеєра. Під час усталеного руху програма підтримує постійну частоту. Коли заданий час усталеного руху закінчено, програма починає відправляти на частотний перетворювач дискретні значення швидкості із масиву, але у зворотній послідовності,



дотримуючись інтервалу відправки дискретних значень швидкості 0,1 с. Після відправки останнього значення швидкості відправляється команда зупинки і частотний перетворювач гальмує двигун.

Функціональна схема керування рухом скребкового конвеєра представлена на рис. 6.6.

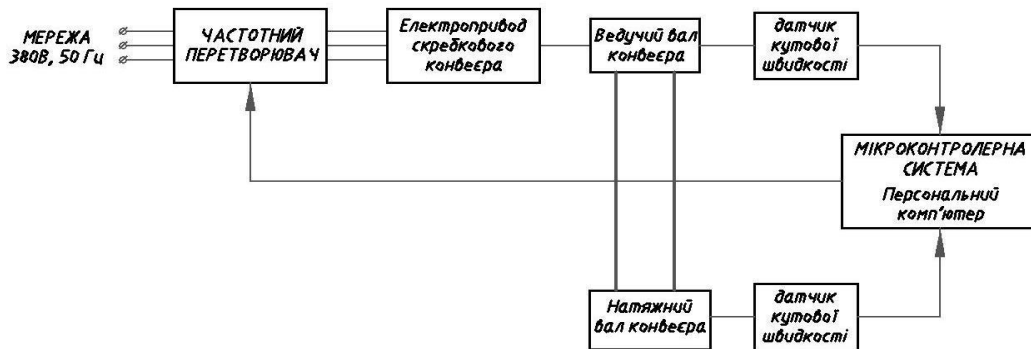


Рис. 6.6. Функціональна схема керування рухом скребкового конвеєра

Отже, розроблена програма дозволяє керувати рухом скребкового конвеєра за оптимальними законами, що дозволить: отримати плавну зміну кутової швидкості та прискорення ланок скребкового конвеєра, а також рушійного моменту на валу двигуна, зведеного до приводного валу конвеєра; здійснити керовану плавну зупинку конвеєра без механічних ударів; мінімізувати коливання в ланках приводного механізму та гнучкому тяговому органі скребкового конвеєра; зменшити динамічні навантаженнями в елементах конструкції конвеєра; зменшити ударні навантаження приводного механізму шляхом зниження пускових струмів; підвищити термін служби тягового органу та приводного механізму

#### 6.4.2. Гвинтовий конвеєр

Для підтвердження позитивного впливу на режим пуску гвинтового кормозмішувача оптимальних режимів руху спроектовано та розроблено установку для дослідження гвинтових змішувачів із підключенням до

перетворювача частоти та персонального комп'ютера, який дозволяє керувати гвинтовим кормозмішувачем у автоматичному режимі за допомогою розроблених керуючих програм. Таке керування дає змогу розганяти та гальмувати обертання гвинтового вала шнеку за оптимальними законами, які отримані у другому розділі, з врахуванням всіх змінних: довжини транспортування, маси вантажу, що транспортується, номінальної швидкості переміщення суміші, часу перехідних процесів руху тощо. Отже, під комп'ютерним керуванням слід розуміти наступне: з ПК hp Pavilion dv6955er за допомогою кабель-конвертора інтерфейсів RS232-RS485 на частотний перетворювач відправлялись дискретні значення вихідної частоти, які відповідають дискретним значенням швидкостей, що розраховані за оптимальними законами. Відповідно до цих сигналів частотний перетворювач змінює вихідну частоту і електродвигун змішувача змінює швидкість обертання вала. У підсумку двигун конвеєра-змішувача розганяє або гальмує обертання шнека за певними законами руху. Під час усталеного руху частотний перетворювач підтримує постійну частоту, яка відповідає номінальній швидкості руху.

Оптимізація режимів руху гвинтового кормозмішувача дозволяє:

- зменшити нестабільні перехідні процеси при переході від тихохідного до швидкохідного транспортування;
- зменшити підвищені навантаження на робочий орган шнека при пуску із заповненим жолобом;
- забезпечити плавну зміну пускового моменту гвинтового кормозмішувача із заповненим жолобом для початкового зрушення матеріалу;
- стабілізувати режими змішування та транспортування кормосуміші за рахунок автоматизації процесу;
- зменшити ударні перевантаження приводного механізму

кормозмішувача шляхом зниження пускових струмів;

- знизити ймовірність перегріву електродвигуна;
- здійснити керовану плавну зупинку кормозмішувача без ударів;
- збільшити термін служби механічних деталей кормозмішувача та самого двигуна.

Технічна реалізація зв'язку частотного перетворювача та ПК здійснюється за допомогою послідовного порту COM. Апаратна частина реалізації зв'язку здійснюється за допомогою послідовного порта RS485, який має частотний перетворювач.

Вихідними даними для визначення кінематичних характеристик руху гвинтового конвеєра-змішувача при різних оптимальних режимах руху слугують дискретні напруги від датчика швидкості обертання та датчика струму, які формують один двовимірний масив, що генерується програмним забезпеченням АЦП у вигляді txt файлу. В результаті обробки, в програмі Mathematica 8.0, отримано час початку процесу руху для кожного оптимального режиму, після чого сформовані дискретні масиви експериментальних кутових швидкостей приводного вала. За формування масиву дискретних швидкостей відповідає розроблене програмне забезпечення NORIA 1.0, яке працює в середовищі Windows XP.

Експериментальні дані є дискретними величинами, тобто такими, які визначаються в конкретні моменти часу, тому опитування датчиків проводилось з конкретною частотою дискретизації, яка визначається програмою і характеристиками АЦП, а теоретичні дані досліджень представлені неперервними функціями. Отже, керування частотним перетворювачем за допомогою розробленої програми (програмна частина) та послідовного протоколу зв'язку COM (апаратна частина) дозволяє здійснювати рух шнека за оптимальними законами, які дозволяють усунути його коливання до кінця перехідних режимів руху.

### **Висновки до шостого розділу:**

1. Розроблена конструкція й виготовлений натурний об'єкт вертикального стрічкового ківшового елеватора для лабораторного дослідження характеристик перехідних режимів його руху.
2. Для збору експериментальних даних підібрано й виготовлено вимірювальне-реєструюче обладнання. Розроблене програмне забезпечення для реалізації оптимальних законів керування рухом стрічкового ківшового елеватора за допомогою частотного перетворювача.

## Список літератури до шостого розділу:

1. FR – D700. Перетворювач частоти. Посібник з установки [Електронний ресурс]. - режим доступу до документа: [https://my.mitsubishi-automation.com/downloads/view/doc\\_loc/5747/213455.pdf?id=5747&saveAs=0&form\\_submit=%D0%9F%D0%BE%D0%BA%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%82%D1%8C+%D1%81%D0%B5%D0%B9%D1%87%D0%B0%D1%81+](https://my.mitsubishi-automation.com/downloads/view/doc_loc/5747/213455.pdf?id=5747&saveAs=0&form_submit=%D0%9F%D0%BE%D0%BA%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%82%D1%8C+%D1%81%D0%B5%D0%B9%D1%87%D0%B0%D1%81+).
2. FR – D700. Перетворювач частоти. Посібник з експлуатації [Електронний ресурс]. - режим доступу до документа: [https://my.mitsubishi-automation.com/downloads/view/doc\\_loc/6324/218004.pdf?id=6324&saveAs=0&form\\_submit=%D0%9F%D0%BE%D0%BA%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%82%D1%8C+%D1%81%D0%B5%D0%B9%D1%87%D0%B0%D1%81+](https://my.mitsubishi-automation.com/downloads/view/doc_loc/6324/218004.pdf?id=6324&saveAs=0&form_submit=%D0%9F%D0%BE%D0%BA%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%82%D1%8C+%D1%81%D0%B5%D0%B9%D1%87%D0%B0%D1%81+).
3. Phttpsskmi16/1. Датчик швидкості обертання [Електронний ресурс]. - режим доступу до документа: [http://www.nxp.com/documents/data\\_sheet/KMI16\\_1.pdf](http://www.nxp.com/documents/data_sheet/KMI16_1.pdf).
4. Honeywell CSLA1CD. Датчик струму [Електронний ресурс]. - режим доступу до документа: [http://sensing.honeywell.com/index.php?ci\\_id=3108&la\\_id=1&pr\\_id=4762](http://sensing.honeywell.com/index.php?ci_id=3108&la_id=1&pr_id=4762)
5. ADA – 1406. Аналогово-цифровий перетворювач [Електронний ресурс]. - режим доступу до документа: <http://www.holit.ua/ru/products/comp/ind/expansion/adc/vneshnie/2442.html>.
6. Басараб М. А. Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уиттекера-Котельникова-Шеннона / М.А. Басараб, Е.Г.Зелкин, В.Ф. Кравченко, В.П. Яковлев. – М.: Радиотехника, 2004. – 72 с.

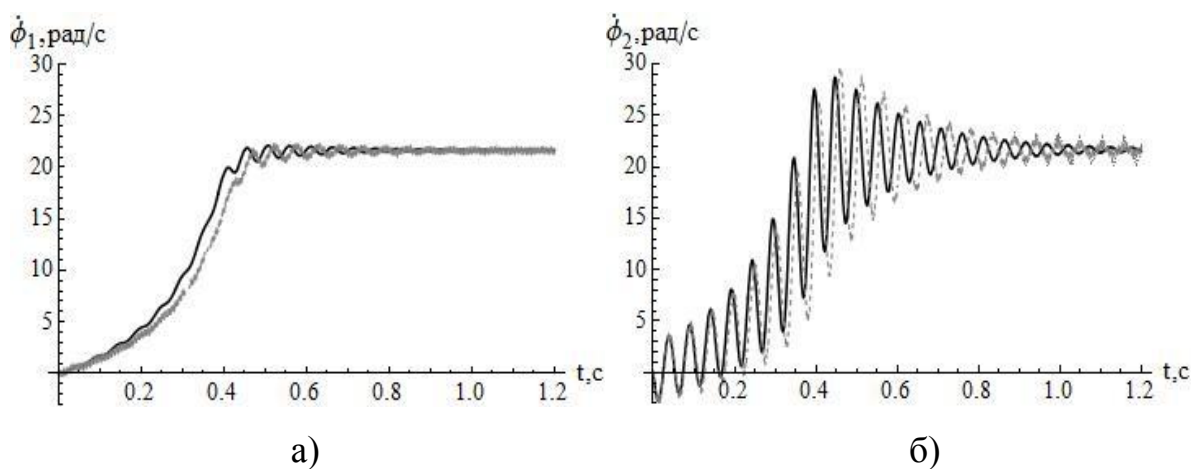
## РОЗДІЛ 7. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РЕЖИМІВ РУХУ ТРАНСПОРТУЮЧИХ МАШИН

### 7.1. Аналіз руху скребкового конвеєра

#### 7.1.1. Природна механічна характеристика електродвигуна

Для підтвердження адекватності отриманих в другому розділі теоретичних даних динаміки руху скребкового конвеєра проведено експериментальні дослідження за умови роботи електродвигуна на природній механічній характеристиці (реальний режим роботи конвеєра). Для порівняння експериментальних даних з теоретичними побудовано графіки кутової швидкості та прискорення приводного та натяжного валів скребкового конвеєра. Суцільна чорна лінія відображає кінематичні функції отримані теоретичним шляхом, сіра – відповідні кінематичні функції отримані експериментально.

Порівняння статистичних показників відхилення теоретичних та експериментальних даних наведено в таблиці 7.1. На основі аналізу розрахованих статистичних показників можна зробити висновок про адекватність обраної математичної моделі динаміки руху скребкового конвеєра.



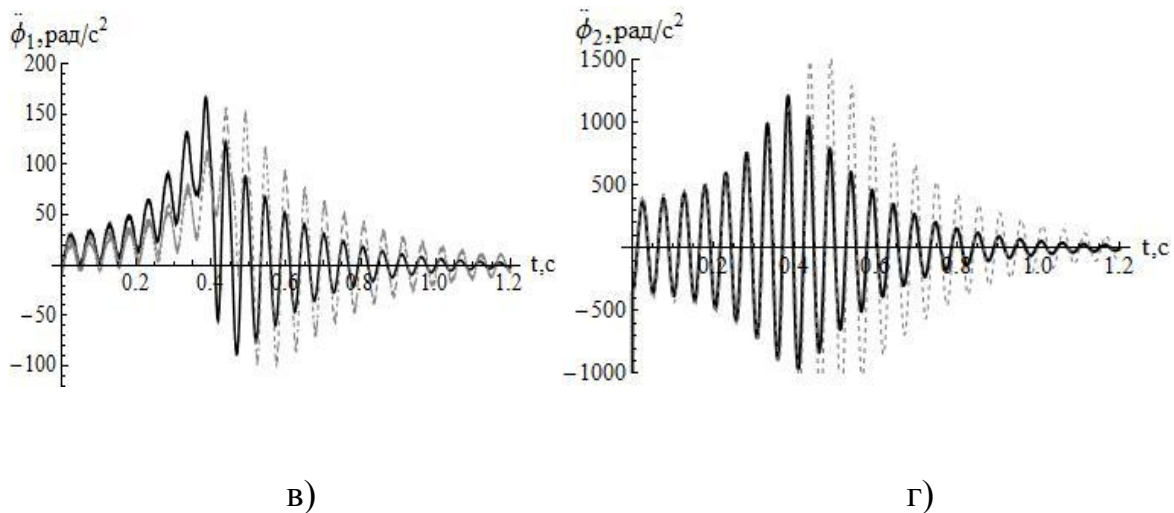


Рис. 7.1. Графіки порівняння теоретичних та експериментальних даних: а) кутової швидкості  $\dot{\phi}_1$  приводного валу; б) кутової швидкості  $\dot{\phi}_2$  натяжного валу конвеєра; в) кутового прискорення  $\ddot{\phi}_1$  приводного валу; г) кутового прискорення  $\ddot{\phi}_2$  натяжного валу конвеєра

Таблиця 7.1. Статистичні показники відхилення теоретичних та експериментальних даних для руху скребкового конвеєра

Кінематичні функції	Дисперсія	Середнє квадратичне відхилення	Коефіцієнт варіації, %
$\dot{\phi}_1$	0,095	0,31	2,74
$\dot{\phi}_2$	1,89	1,38	9,6
$\ddot{\phi}_1$	9,46	3,08	13,06
$\ddot{\phi}_2$	6806	82,5	18,14

Аналізуючи графіки порівняння кінематичних функцій скребкового конвеєра отриманих теоретичним шляхом та експериментально (рис. 7.1) видно, що вихід конвеєра на усталену швидкість відбувається за однаковим законом, але за експериментальним законом час виходу на усталену швидкість на 0,03с більший, ніж за теоретичним.

На графіках кутової швидкості (рис. 7.1, б) та прискорення (рис. 7.1,

г) натяжного валу після досягнення конвеєром усталеної швидкості за експериментальними даними спостерігаються деякі залишкові коливання. Це може бути обумовлено тим, що математична модель скребкового конвеєра враховує не всі фактори, що впливають на динаміку руху конвеєра.

Однак значення коефіцієнтів варіації для всіх досліджуваних кінематичних функцій не перевищують 18%, що підтверджує адекватність обраної математичної моделі динаміки руху скребкового конвеєра.

Також експериментальними дослідженнями встановлено, що характер зміни швидкості та прискорення приводного і натяжного валів має виражений коливальний характер, що підтверджує необхідність проведення оптимізації режиму пуску скребкового конвеєра для мінімізації таких коливань.

### **7.1.2. Оптимальний закон руху**

Наведемо графіки порівняння законів зміни кутової швидкості приводного валу скребкового конвеєра за оптимальними законами, які отримані теоретичним шляхом та експериментально. На рис. 7.2 лінія чорного кольору відображає теоретично отриманий оптимальний закон руху, а лінія сірого – експериментально.

Для аналізу отриманих результатів наведемо таблицю статистичних показників відхилення теоретичних та експериментальних даних (табл. 7.2). Аналізуючи отримані графіки можна зробити висновок, що реалізація оптимального режиму руху скребкового конвеєра за допомогою частотного перетворювача відбувається досить точно. Найкраще співпадіння теоретичних та експериментальних даних дав критерій оптимізації середньоквадратичного значення швидкості зміни зусилля в робочій вітці конвеєра між вантажем та натяжною зірочкою (рис. 7.3, а), коефіцієнт варіації складає 4,97%.



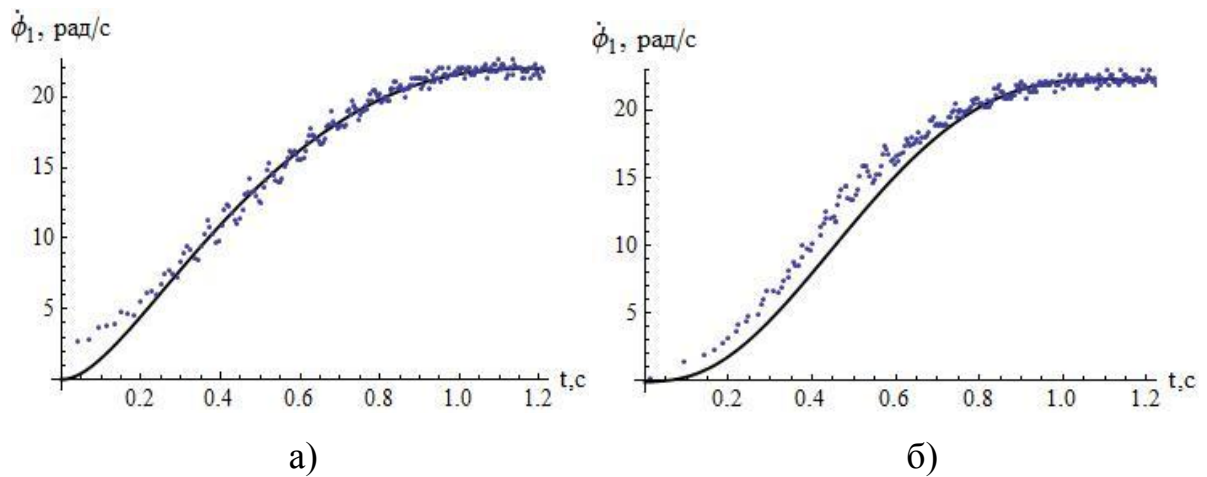


Рис. 7.3 Графіки порівняння теоретичних та експериментальних даних зміни кутової швидкості приводного валу скребкового конвеєра за критеріями оптимізації середньоквадратичного значення: а) швидкості зміни зусилля; б) прискорення зміни зусилля в робочій вітці конвеєра між вантажем та натяжною зірочкою

Таблиця 7.2. Статистичні показники відхилення теоретичних та експериментальних даних для руху скребкового конвеєра за оптимальним законом

Критерій	Дисперсія	Середнє квадратичне відхилення	Коефіцієнт варіації, %
Швидкість зміни зусилля	0,14	0,38	4,97
Прискорення зміни зусилля	0,53	0,73	11,83

Зазначимо, що закон зміни кутової швидкості натяжної зірочки за оптимальним законом матиме ідентичний характер, що й для приводної, тому ці графіки не наводимо.

З графіків рис. 7.3 видно, що оптимізація режиму пуску дозволяє значно зменшити амплітуду коливань в ланках конвеєра.

Порівнюючи графіки на рис. 7.3 видно, що при реальному режимі

руху конвеєр виходить на усталену швидкість за 0,4с, в той час як при оптимальному – за 1с. Такий плавний процес дозволяє зменшити амплітуду коливань, особливо це помітно для натяжного валу. Максимальна кутова швидкість при реальному режимі складає 29 рад/с, а при оптимальному – 21,5 рад/с. Це свідчить про те, що оптимізація режиму пуску дозволяє зменшити коливальний характер руху конвеєра на 25%, а значить і динамічні навантаження.

### **7.1.3. Результати експериментальних досліджень продуктивності скребкового конвеєра**

Згідно методики проведення експериментів для дослідження удосконаленої конструкції скребкового конвеєра встановимо залежність продуктивності скребкового конвеєра  $Q$  (т/год) від швидкості руху тягового органу  $v$  (м/с), кута нахилу конвеєра до горизонту  $\beta$  (град.), від коефіцієнту опору руху вантажу по жолобу з врахуванням форми скребка  $\omega_{on}$  (вантаж, що транспортується – кукурудза). Експерименти проведено за планом Бокса-Бенкена.

Скребкові конвеєри типу ТС-40 можуть бути як горизонтальними так і похилими (до  $52^\circ$ ). Однак, при максимальному куті нахилу значно падає продуктивність, що обумовлено зменшенням коефіцієнту заповнення міжскребкового простору. Тому для дослідження оберемо середній діапазон значень кута нахилу конвеєра до горизонту  $\beta$  від  $10^\circ$  до  $30^\circ$ . Лінійна швидкість конвеєра  $v$  варіюється в межах 0,7 – 1,5 м/с. Для коефіцієнту опору руху вантажу (кукурудза) по жолобу з урахуванням форми скребків та матеріалу жолоба і скребків використано такі значення:

- для контактної поверхні сталь-сталь  $\omega_{on} = 0,6$ ;
- для контактної поверхні пластик-пластик (прямі скребки)  $\omega_{on} = 0,52$ ;

- для контактної поверхні пластик-пластик (ввігнуті скребки)

$$\omega_{on} = 0,44.$$

Запишемо кодування:

$$x_1 = \frac{\beta - 20}{10}; x_2 = \frac{\nu - 1}{0,3}; x_3 = \frac{\omega_{on} - 0,52}{0,08}. \quad (7.1)$$

Наведемо результати кодування факторів в таблиці 7.2.

Таблиця 7.3. Результати кодування факторів

Найменування факторів	Рівні і значення факторів			Інтервали варіювання
	-1	0	1	
Кут нахилу конвеєра $\beta$ , град ( $x_1$ )	10	20	30	10
Усталена швидкість транспортування $\nu$ , м/с ( $x_2$ )	0,7	1	1,3	0,3
Коефіцієнт опору руху вантажу по жолобу ( $x_3$ )	0,44	0,52	0,6	0,08

План-матрицю експерименту та результати дослідів наведено в таблиці 7.3.

Таблиця 7.4. План-матриця дробленого факторного експерименту

№ досліду	Значення кодованих факторів			Середнє арифметичне значення вихідного параметру (продуктивність $Q$ , т/год)
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	
1	2	3	4	5
1	1	1	0	50,9
2	1	-1	0	30,6
3	-1	1	0	54,2

Продовження таблиці 7.4

1	2	3	4	5
4	-1	-1	0	32,7
5	1	0	1	40,5
6	1	0	-1	47,6
7	-1	0	1	43,1
8	-1	0	-1	50,7
9	0	1	1	49,6
10	0	1	-1	58,4
11	0	-1	1	29,9
12	0	-1	-1	35,2
13	0	0	0	44,3
14	0	0	0	43,1
15	0	0	0	43,6

Розрахунки і значення коефіцієнтів регресії показані в таблиці 7.5.

Таблиця 7.5. Значення коефіцієнтів регресії

	Значення	Дисперсія	Середнє квадратичне відхилення	Критичне значення критерію Стюдента $t_{кр}$	Довірчий інтервал	Висновок
1	2	3	4	5	6	7
$b_0$	43,667	0,1211	0,34801	2,62	0,9118	значущий
$b_1$	-1,387	0,0454	0,21311	2,92	0,6223	значущий
$b_2$	10,587	0,0454	0,21311	2,92	0,6223	значущий
$b_3$	-3,6	0,0454	0,21311	2,92	0, 6223	значущий
$b_{12}$	-0,3	0,0859	0,293	2,92	0,8556	незначущий
$b_{13}$	0,125	0,0859	0,293	2,92	0,8556	незначущий

Продовження таблиці 7.5.

1	2	3	4	5	6	7
b <sub>23</sub>	-0,875	0,0859	0,293	2,92	0,8556	значущий
b <sub>11</sub>	0,317	0,2406	0,4812	2,92	1,4051	незначущий
b <sub>22</sub>	-1,883	0,2406	0,4812	2,92	1,4051	значущий
b <sub>33</sub>	1,429	0,2406	0,4812	2,92	1,4051	значущий

Статистичне оцінювання експериментальних даних включало перевірку на однорідність дисперсії за критерієм Кохрена. Значущість коефіцієнтів регресії перевіряли за критерієм Стюдента. Розрахунки показали, що сім коефіцієнтів з десяти є статистично значимі з 90% – ю ймовірністю.

Математична залежність взаємодії факторних ознак має такий вигляд:

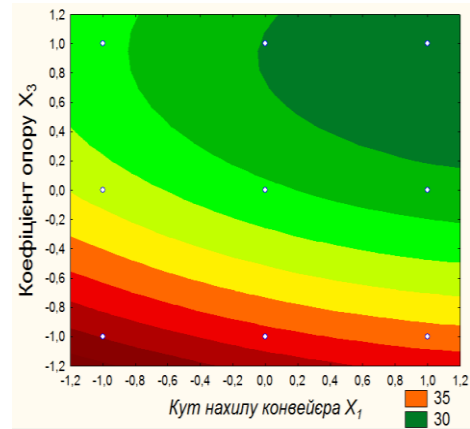
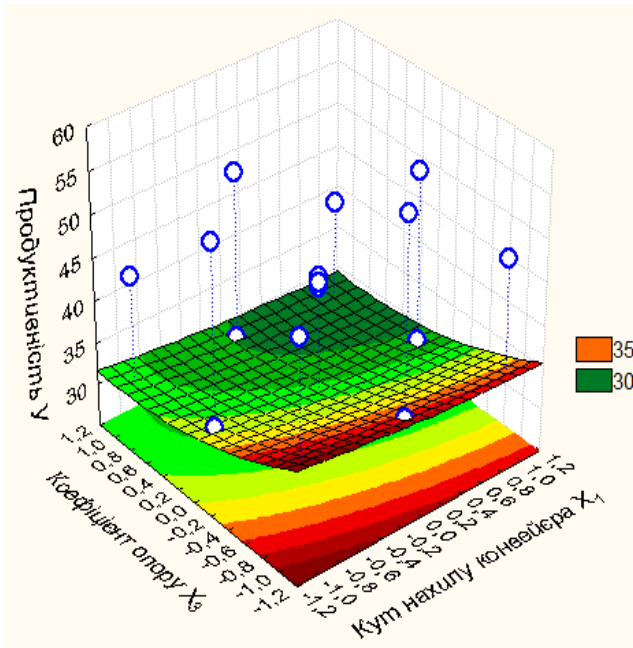
$$y = 43,667 - 1,387x_1 + 10,587x_2 - 3,6x_3 - 0,875x_2x_3 - 1,883x_2^2 + 1,492x_3^2. \quad (7.2)$$

Адекватність одержаної моделі перевіряли за допомогою критерію Фішера, значення якого склало 9,790929, що не перевищує табличного значення 19,38483, тому рівняння є адекватним.

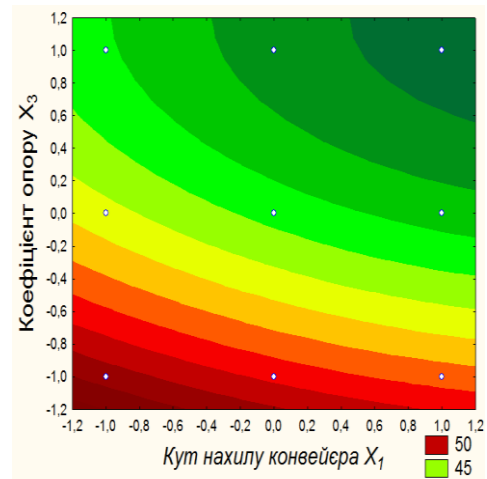
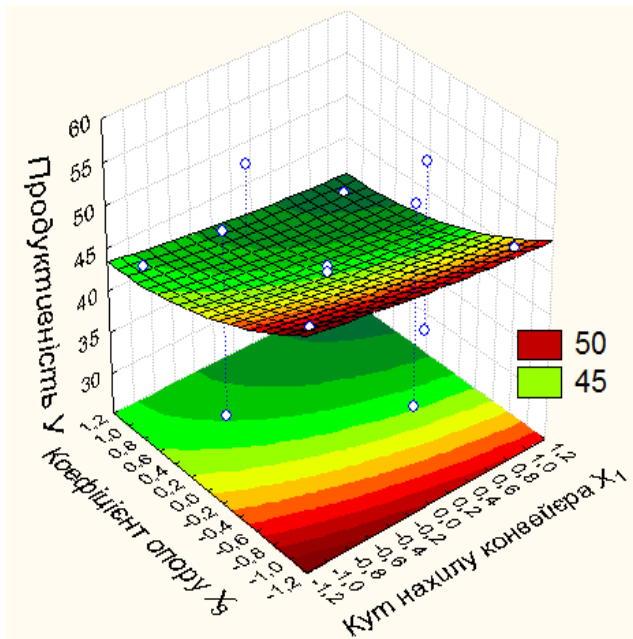
Використавши рівняння (7.1), перейдемо від рівняння у кодованому вигляді (7.2) до регресійного рівняння з факторами у натуральному виді, тобто замінимо  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  на відповідні їм значення натуральних факторів. Отже, запишемо рівняння регресії залежності продуктивності  $Q$  скребкового конвеєра від кута нахилу  $\beta$ , град, коефіцієнту опору руху  $\omega_{on}$  та швидкості транспортування:

$$Q = 37,6 - 0,139\beta - 99,33\omega_{on} + 58,176\nu + 36,458\omega_{on}\nu - 20,92\nu^2 + 17,19\omega_{on}^2. \quad (7.3)$$

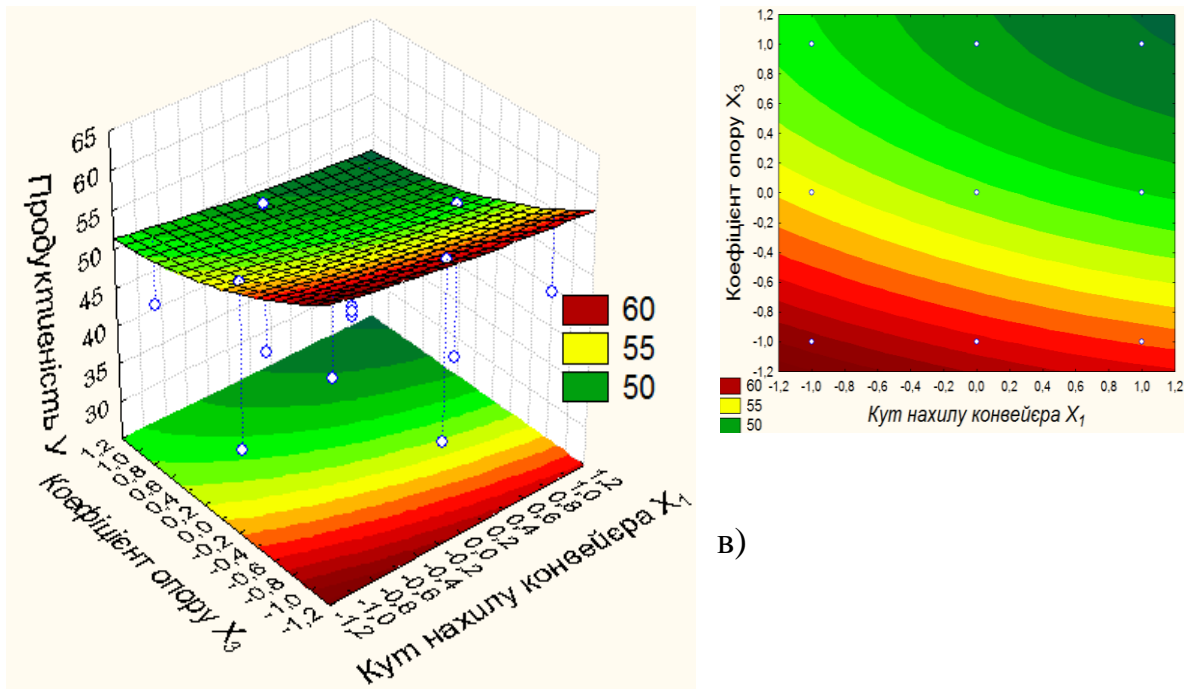
Результати проведених досліджень показано на рис. 7.4, 7.5, 7.6, на яких представлено поверхні відгуку впливу змінних закодованих факторів на продуктивність.



a)



б)



$$y = 43,667 - 1,387x_1 - 3,6x_3 + 1,492x_3^2 - 0,875(1)x_3$$

Рис. 7.4. Залежність продуктивності скребкового конвеєра від коефіцієнту опору руху і кута нахилу при швидкості транспортування:

а)  $v = 0,7 \text{ м/с}$ ; б)  $v = 1 \text{ м/с}$ ; в)  $v = 1,3 \text{ м/с}$

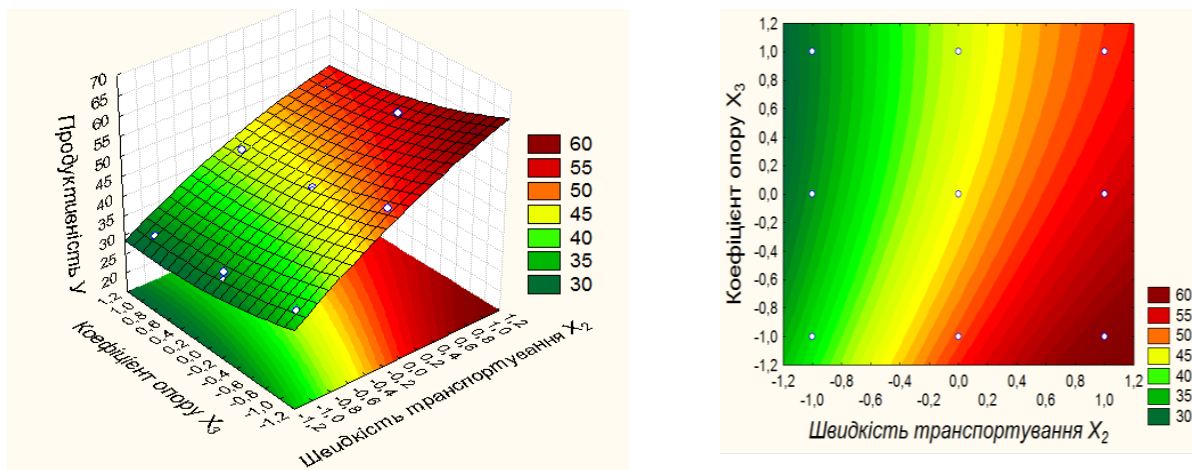
З аналізу графіків (рис. 7.4) видно, що швидкість транспортування значно впливає на продуктивність скребкового конвеєра.

Так, наприклад, при швидкості  $0,7 \text{ м/с}$  продуктивність складає  $30 \text{ т/год}$ , зі збільшенням швидкості до  $1,3 \text{ м/с}$  продуктивність зростає до  $60 \text{ т/год}$ .

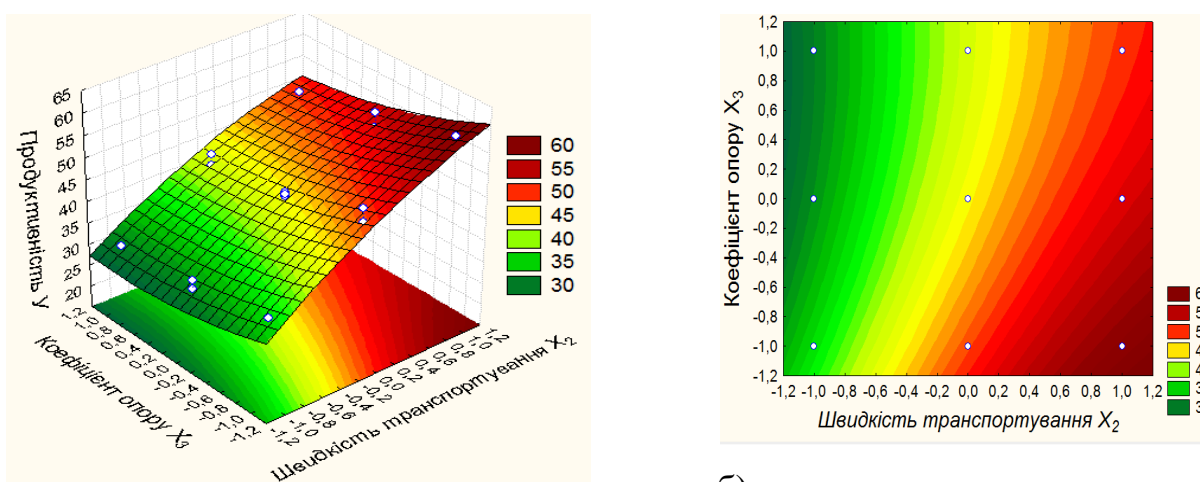
Аналіз взаємного впливу коефіцієнту опору та кута нахилу показує, що максимальне значення продуктивності складає  $60 \text{ т/год}$  і досягається при куті нахилу конвеєра до горизонту  $10^\circ$  та при мінімальному коефіцієнті опору, що відповідає контактній поверхні пластик-пластик та ввігнутій формі скребка.

З графіків рис. 7.5 видно, що при зміні кута нахилу конвеєра від  $10^\circ$  до  $30^\circ$  продуктивність конвеєра зменшується до  $3 \text{ т/год}$ . Такий незначний вплив пояснюється тим, що при збільшенні кута нахилу конвеєра до  $30^\circ$

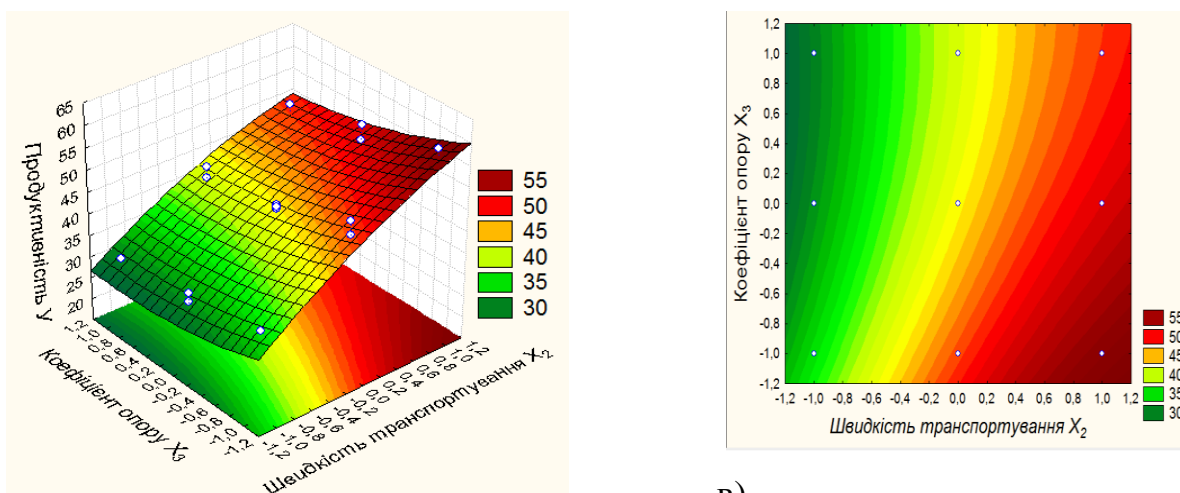
коефіцієнт заповнення міжскребкового простору зміниться досить мало.



а)



б)



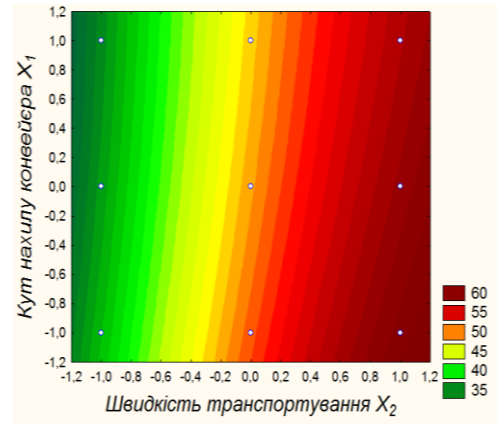
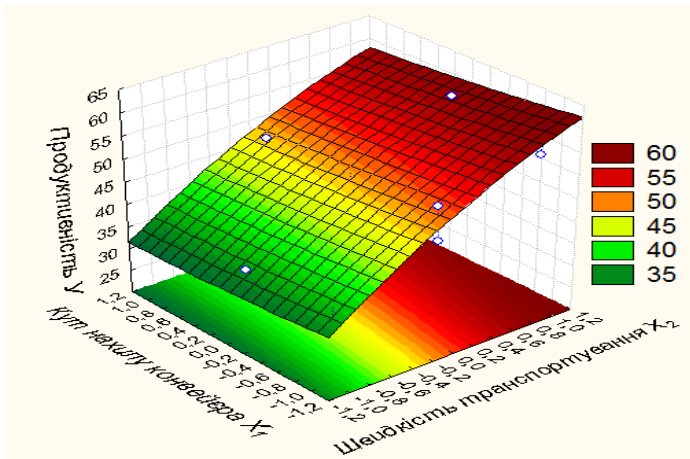
в)

$$y = 43,667 - 10,587x_2 + 1,883x_2^2 - 3,6x_3 + 1,492x_3^2 - 0,875x_2x_3$$

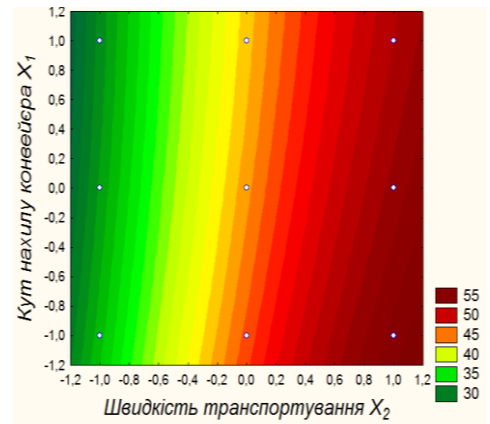
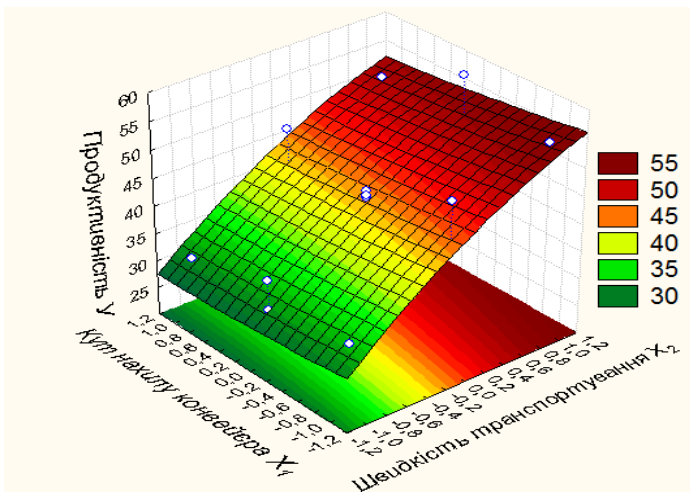
Рис. 7.5 Залежність продуктивності скребкового конвеєра від швидкості транспортування та коефіцієнту опору руху при куті нахилу:

а)  $\beta = 10^\circ$ ; б)  $\beta = 20^\circ$ ; в)  $\beta = 30^\circ$

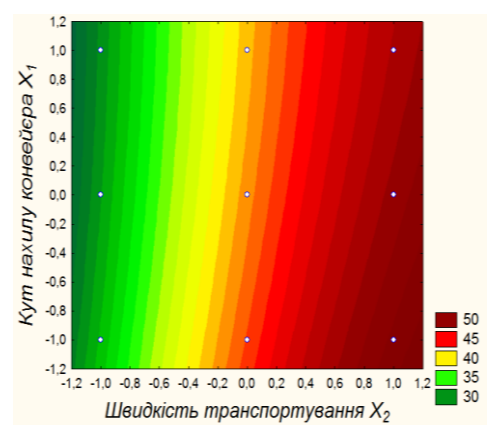
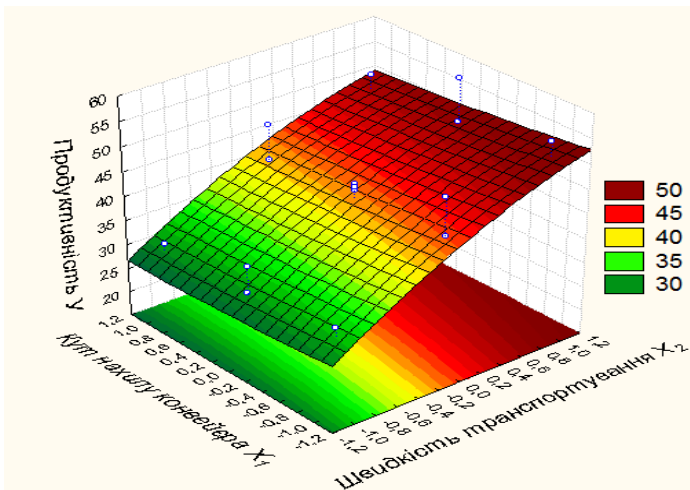




а)



б)



в)

$$y = 43,667 - 1,387x_1 + 10,587x_2 - 1,883x_2^2 - 0,875(1)x_2$$

Рис. 7.6 Залежність продуктивності скребкового конвеєра від кута нахилу та швидкості транспортування та при коефіцієнті опору руху:

а)  $\omega_{on} = 0,44$ ; б)  $\omega_{on} = 0,52$ ; в)  $\omega_{on} = 0,6$

Аналізуючи рис. 7.6 зазначимо, що зменшення коефіцієнту опору руху скребкового конвеєра дозволяє збільшити продуктивність на 5 т/год. Найкраща продуктивність досягається при  $\omega_{on} = 0,44$ , що відповідає ввігнутий формі скребка. Це пояснюється тим, що така форма скребка забезпечує більший коефіцієнт заповнення міжскребкового простору.

На основі проведених досліджень встановлено залежність продуктивності від змінних факторів. Виявлено, що найбільший вплив на продуктивність має швидкість транспортування вантажу, при цьому кут нахилу конвеєра впливає мало. Заміна поверхні жолоба на високоміцний поліетилен та встановлення скребків ввігнутої форми дозволяє підвищити продуктивність на 5 т/год. Загалом найбільше значення продуктивності складає 60т/год і досягається при швидкості транспортування  $v = 1,3 м/с$ , коефіцієнту опору руху  $\omega_{on} = 0,44$  та куті нахилу конвеєра до горизонту  $\beta = 10^\circ$ .

#### **7.1.4. Результати експериментальних досліджень потужності скребкового конвеєра**

Дослідження потужності, споживаної електродвигуном скребкового конвеєра при транспортуванні зерна (на прикладі кукурудзи), проводилось при таких же змінних факторах, як і для продуктивності, а саме: кута нахилу конвеєра до горизонту  $\beta$ , град ( $X_1$ ), швидкості руху тягового органу  $v$ , м/с ( $X_2$ ), коефіцієнту опору руху вантажу по жолобу з врахуванням форми скребка  $\omega_{on}$  ( $X_3$ ). Експерименти проведено за планом Бокса-Бенкена.

Наведемо план-матрицю експерименту та результати дослідів (табл. 7.6), які отримано в результаті проведення 15 експериментів.

Таблиця 7.6. План-матриця дробленого факторного експерименту

№ досліду	Значення кодованих факторів			Середнє арифметичне значення вихідного параметру (потужність $P$ , кВт)
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	
1	1	1	0	2,1
2	1	-1	0	1,68
3	-1	1	0	1,9
4	-1	-1	0	1,65
5	1	0	1	2,05
6	1	0	-1	1,7
7	-1	0	1	1,9
8	-1	0	-1	1,6
9	0	1	1	2,18
10	0	1	-1	1,83
11	0	-1	1	1,75
12	0	-1	-1	1,58
13	0	0	0	1,9
14	0	0	0	1,83
15	0	0	0	1,86

Після реалізації всіх дослідів, обчислено коефіцієнти рівняння регресії та перевірено їх значимість за критерієм Стюдента. В таблиці 7.7 наведено значення дисперсії, середніх квадратичних відхилень і довірчих інтервалів оцінок коефіцієнтів регресії.

В результаті розрахунків коефіцієнтів регресії (вісім коефіцієнтів з десяти є статистично значимі з 90%–ю ймовірністю) було отримано таку математичну модель взаємодії факторних ознак другого порядку:

$$y = 1,863 + 0,06x_1 + 0,1687x_2 + 0,1462x_3 + 0,0425x_1x_2 + 0,045x_2x_3 - 0,0267x_1^2 - 0,024x_3^2 \quad (7.4)$$

Таблиця 7.7. Значення коефіцієнтів регресійного рівняння

	Значення	Дисперсія	Середнє квадратичне відхилення	Критичне значення критерію Стьюдента $t_{кр}$	Довірчий інтервал	Висновок
$b_0$	1,863	0,000411	0,0202758	2,62	0,0531260	значущий
$b_1$	0,06	0,000154	0,0124163	2,92	0,0362557	значущий
$b_2$	0,1687	0,000154	0,0124163	2,92	0,0362557	значущий
$b_3$	0,1462	0,000154	0,0124163	2,92	0,0362557	значущий
$b_{12}$	0,0425	0,000195	0,0139555	2,92	0,04057	значущий
$b_{13}$	0,0125	0,000195	0,0139555	2,92	0,04057	незначущий
$b_{23}$	0,045	0,000195	0,0139555	2,92	0,04057	значущий
$b_{11}$	-0,0267	0,000067	0,0081854	2,92	0,0238	значущий
$b_{22}$	-0,0041	0,000067	0,0081854	2,92	0,0238	незначущий
$b_{33}$	-0,0242	0,000067	0,0081854	2,92	0,0238	значущий

Адекватність одержаної моделі перевіряли за допомогою критерію Фішера, значення якого склало 9,493, що не перевищує табличного значення 19,38483, тому рівняння є адекватним. Отже, гіпотеза про адекватність рівняння регресії підтверджено і його можна використовувати для опису процесу.

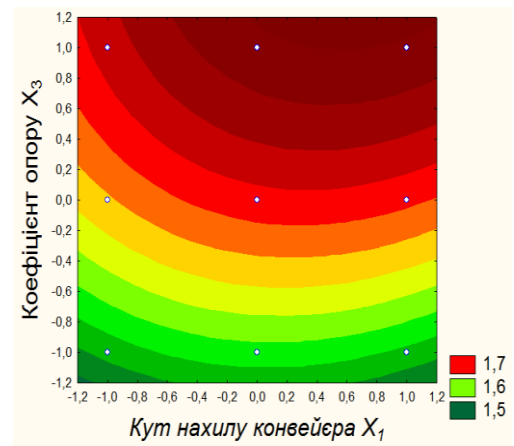
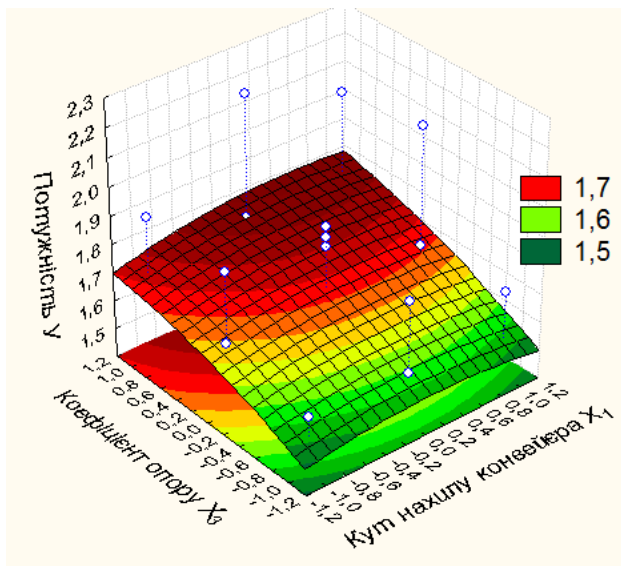
Перейдемо від рівняння у кодованому вигляді до регресійного рівняння з факторами у натуральному виді. Запишемо рівняння регресії залежності споживаної потужності  $P$  скребкового конвеєра від кута нахилу  $\beta$ , град, коефіцієнту опору руху  $\omega_{on}$  та швидкості

транспортування  $v, м/с$ :

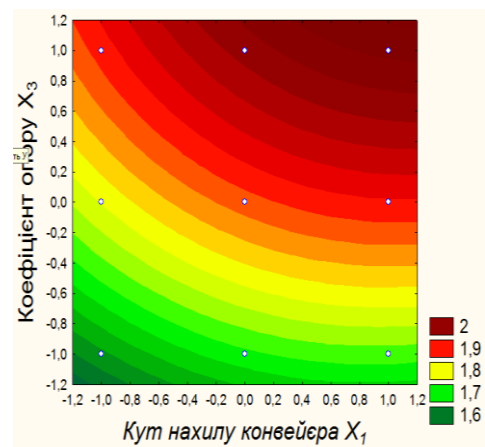
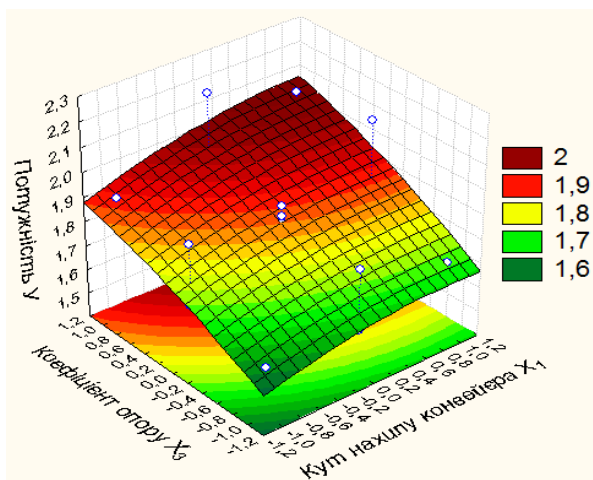
$$P = 0,485 - 0,0056\beta - 0,605v + 3,54\omega_{on} + 1,875\omega_{on}v + 0,014\beta v - 0,000267\beta^2 - 3,75\omega_{on}^2. \quad (7.5)$$

Результати проведених досліджень показано на рис. 7.7-7.8, на яких представлено поверхні відгуку впливу змінних закодованих факторів на споживану потужність скребкового конвеєра.

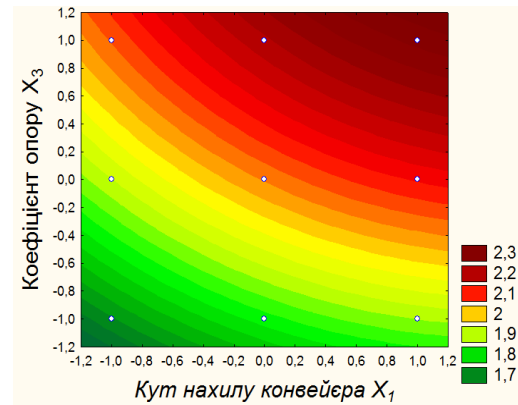
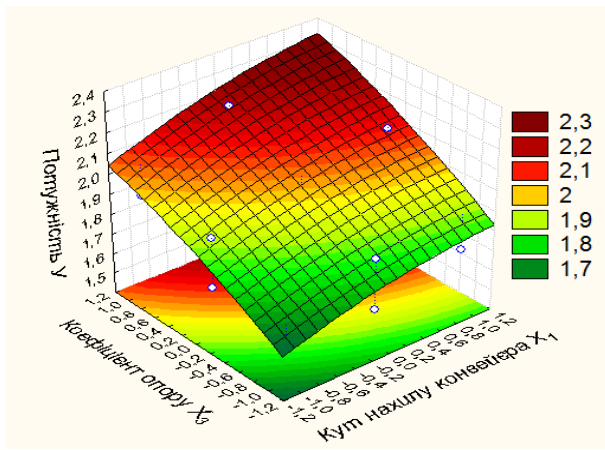
Аналізуючи графіки на рис. 7.7 видно, що збільшення швидкості транспортування призводить до значного збільшення споживаної потужності (на 0,35 кВт).



а)



б)

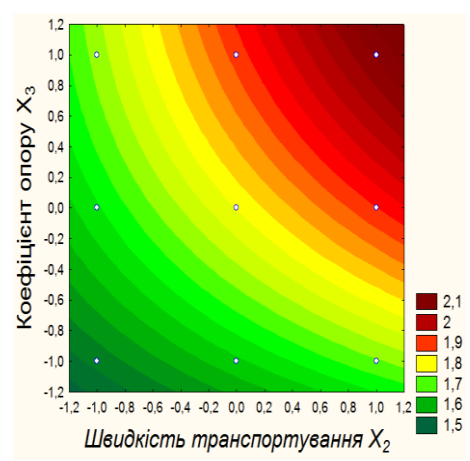
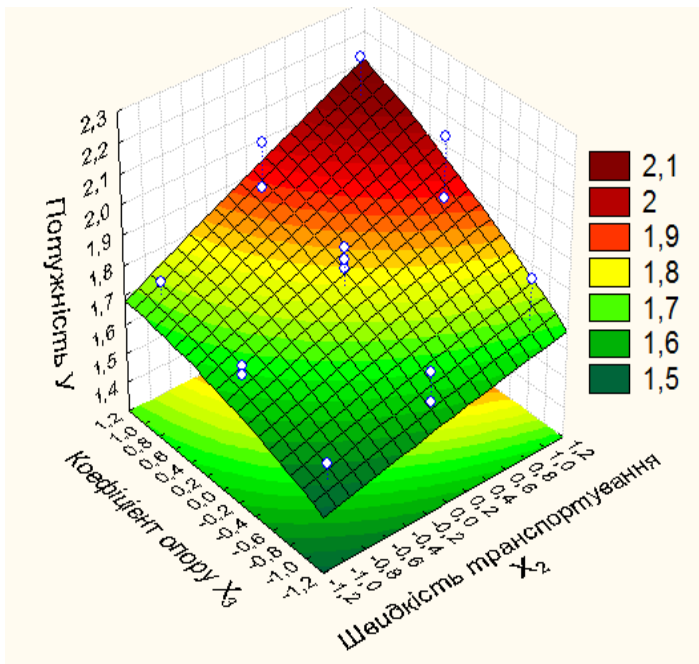


в)

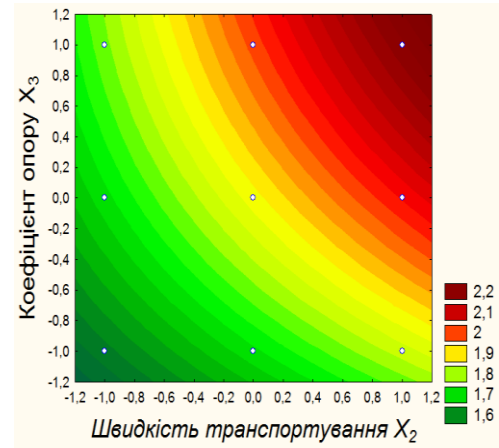
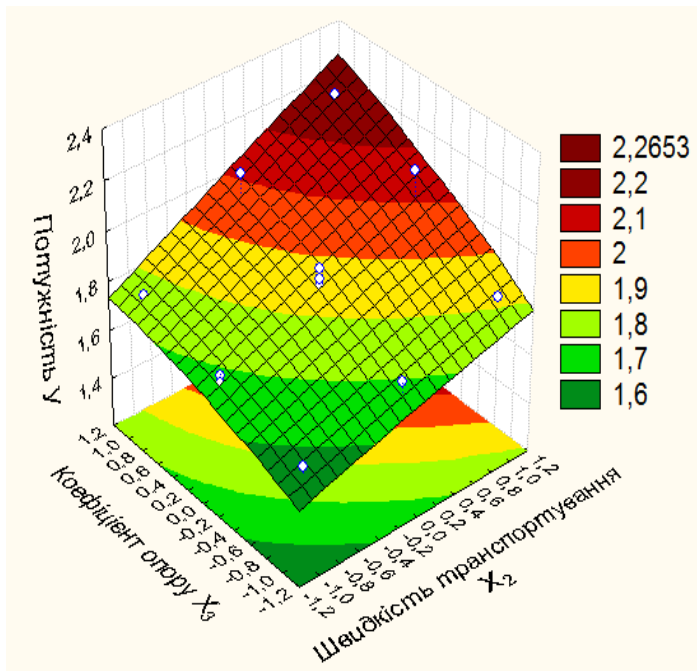
$$y = 1,863 + 0,06x_1 - 0,0267x_1^2 + 0,1462x_3 - 0,024x_3^2 + 0,0425(1)x_{13} + 0,045(1)x_3$$

Рис. 7.7. Залежність споживаної потужності скребкового конвеєра від коефіцієнту опору руху і кута нахилу при швидкості транспортування: а)  $v = 0,7 \text{ м/с}$ ; б)  $v = 1 \text{ м/с}$ ; в)  $v = 1,3 \text{ м/с}$

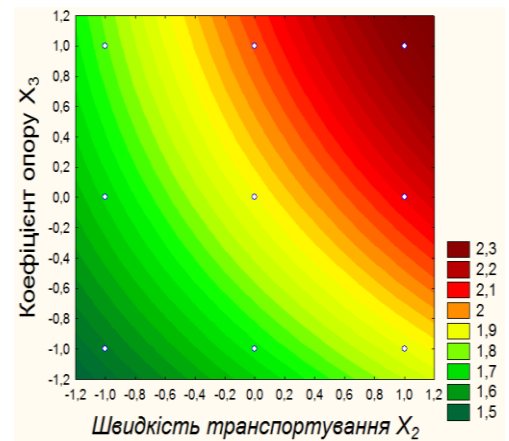
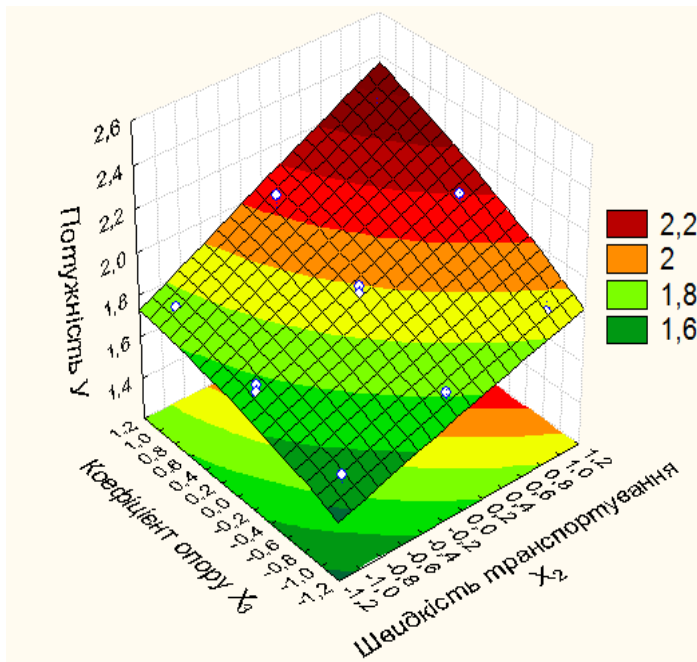
Так при  $v = 0,7 \text{ м/с}$  потужність змінюється в межах  $1,5 - 1,7 \text{ кВт}$ , при цьому менше значення відповідає куту нахилу конвеєра  $\beta = 10^\circ$  та коефіцієнту опору  $\omega_{on} = 0,44$ . Зі збільшенням значення цих факторів витрати потужності зростають на 13%.



а)



б)



в)

$$y = 1,863 + 0,1687x_2 + 0,1462x_3 - 0,024x_3^2 + 0,0425(1)x_2 + 0,045x_2x_3$$

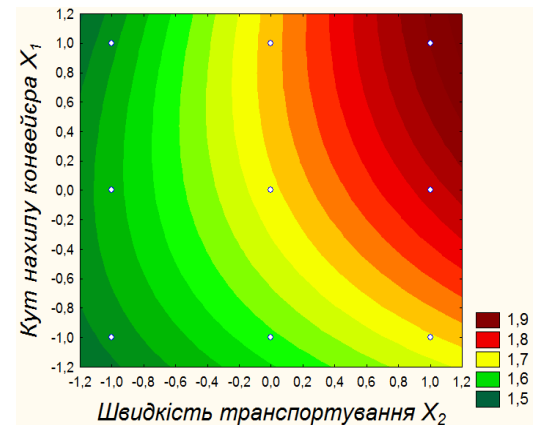
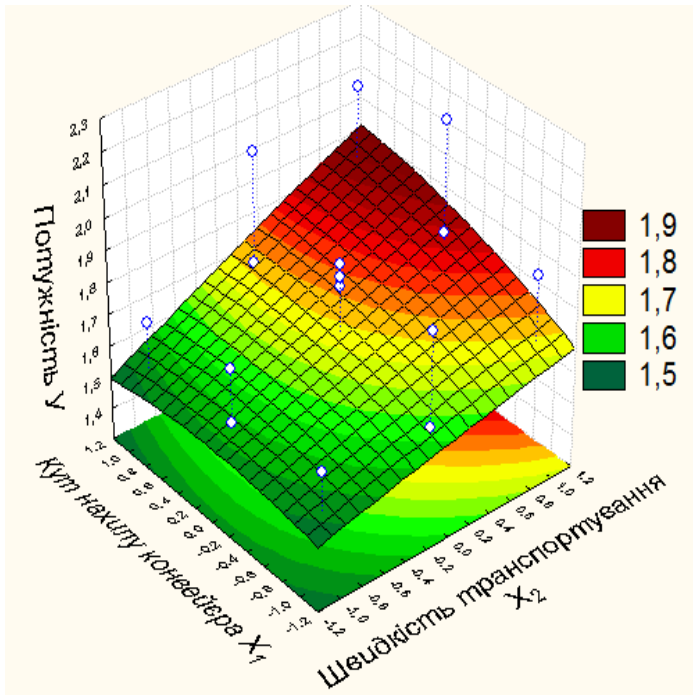
Рис. 7.8 Залежність продуктивності скребкового конвеєра від швидкості транспортування та коефіцієнту опору руху при куті нахилу:

а)  $\beta = 10^\circ$ ; б)  $\beta = 20^\circ$ ; в)  $\beta = 30^\circ$

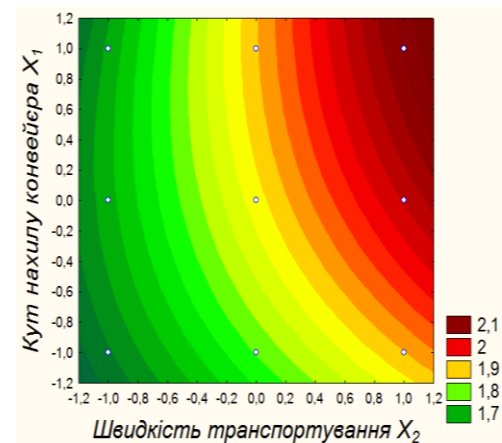
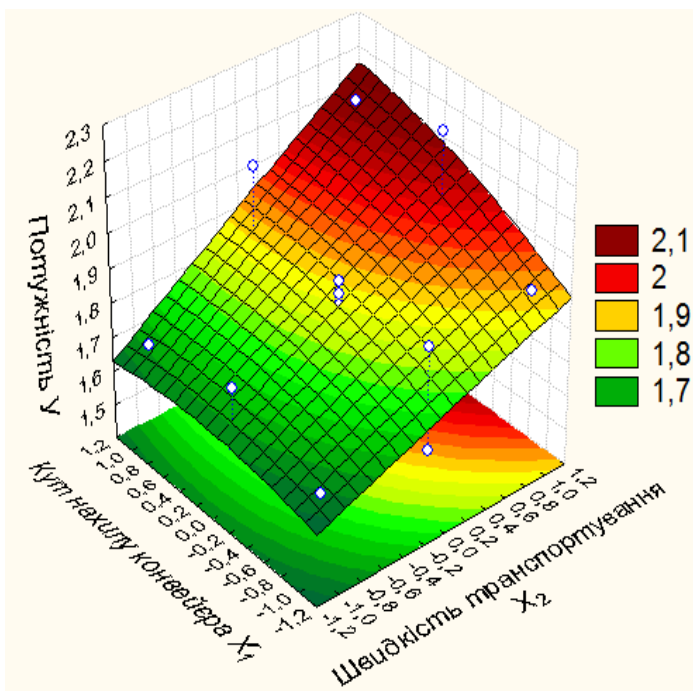
При збільшенні швидкості транспортування до  $v = 1,3 \text{ м/с}$  витрати потужності зростають і коливаються в межах 1,7 – 2,3 кВт залежно від значення кута нахилу та коефіцієнту опору. Максимальні витрати

споживаної потужності досягаються при  $\beta = 30^\circ$  та  $\omega_{on} = 0,6$ .

Аналізуючи графіки на рис. 7.8 видно, що зміна нахилу скребкового конвеєра від  $10^\circ$  до  $30^\circ$  збільшує споживану потужність до 12%. Також встановлено, що зі збільшенням швидкості транспортування та коефіцієнту опору значно зростає споживана потужність.

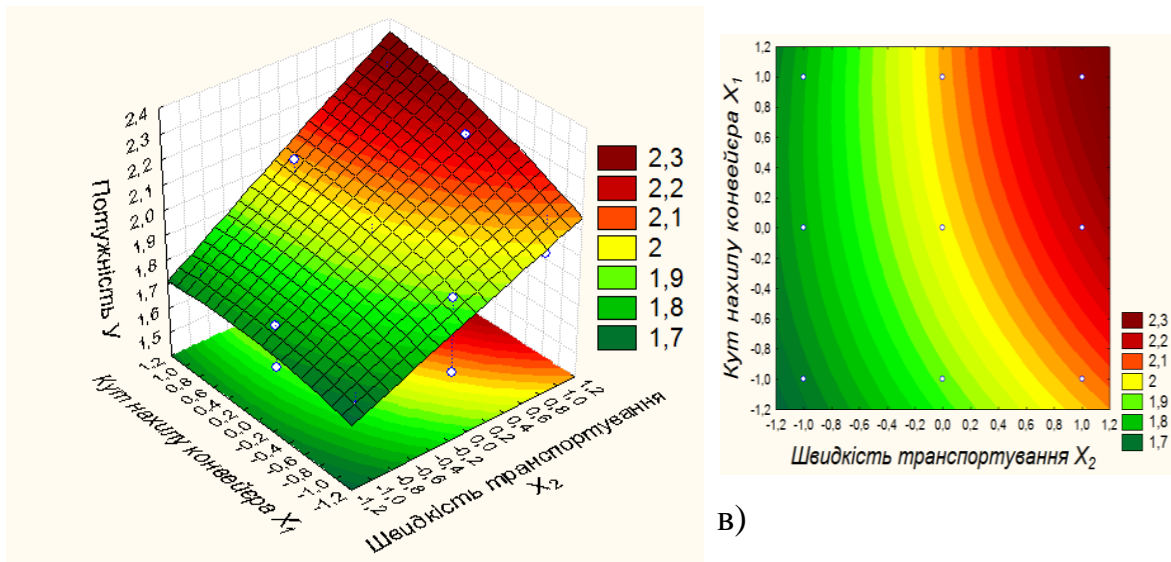


а)



б)





$$y = 1,863 + 0,06x_1 - 0,0267x_1^2 + 0,1687x_2 + 0,0425x_1x_2 + 0,045(1)x_2$$

Рис. 7.9 Залежність продуктивності скребкового конвеєра від кута нахилу та швидкості транспортування при коефіцієнті опору руху:

а)  $\omega_{on} = 0,44$ ; б)  $\omega_{on} = 0,52$ ; в)  $\omega_{on} = 0,6$

Аналізуючи графіки на рис. 7.9 встановлено, що суттєвому зниженню енерговитрат (до 20%) сприяє зменшення коефіцієнту опору руху до  $\omega_{on} = 0,44$ , що досягається завдяки виготовленню поверхні жолоба з високоміцного поліетилену та застосуванню ввігнутої форми скребка.

### 7.1.5. Енергоємність транспортування сільськогосподарських вантажів скребковим конвеєром

Встановимо вплив таких змінних факторів: кута нахилу конвеєра до горизонту  $\beta$ , град ( $X_1$ ), швидкості руху тягового органу  $v$ , м/с ( $X_2$ ), коефіцієнту опору руху вантажу по жолобу з врахуванням форми скребка  $\omega_{on}$  ( $X_3$ ) на питому енергоємність транспортування зерна (на прикладі кукурудзи).

Для розрахунку питомої енергоємності використано експериментальні дані з таблиці 7.8 та 7.9.

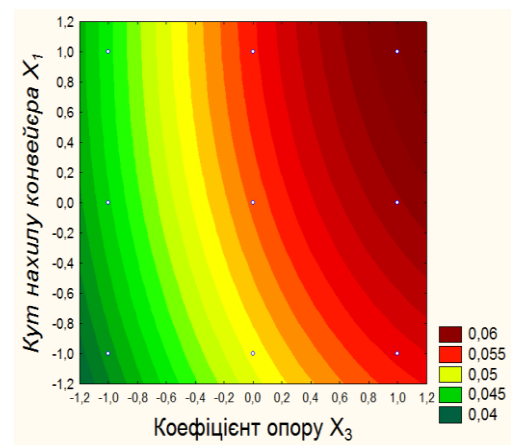
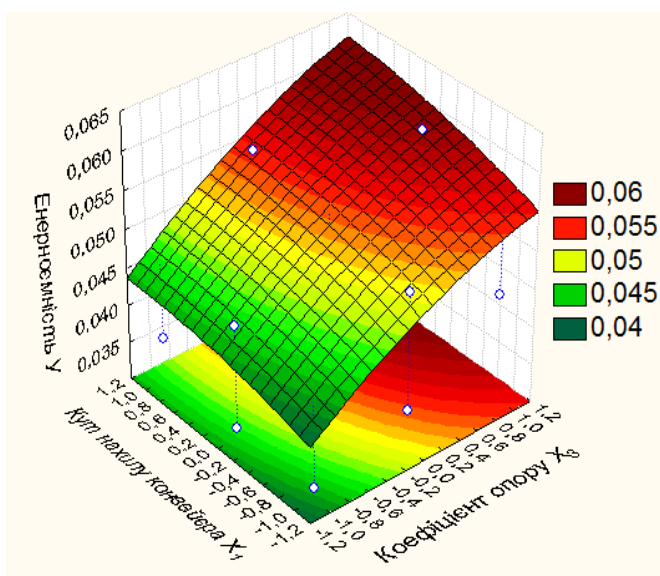
Математична модель взаємодії факторних ознак має вигляд:

$$y = 0,0427 + 0,0027x_1 - 0,007x_2 + 0,0067x_3 + 0,00048x_1x_2 + \\ + 0,0006x_1x_3 - 0,0007x_1^2 + 0,0035x_2^2 - 0,0014x_3^2 \quad (7.6)$$

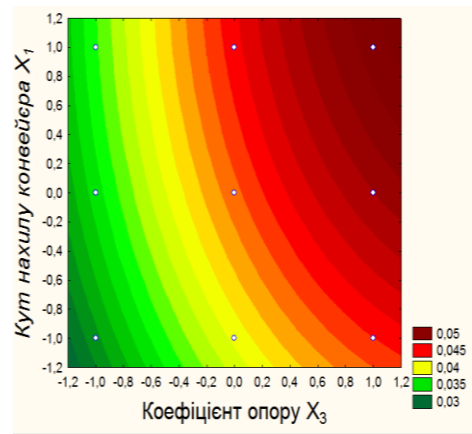
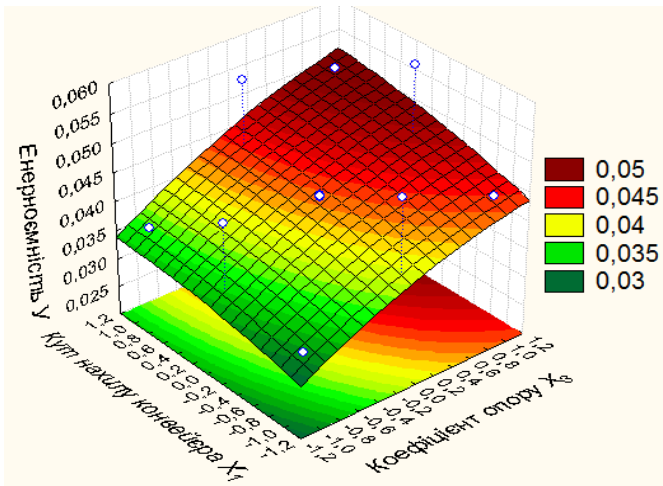
Наведемо рівняння регресії залежності питомої енергоємності  $E$  від кута нахилу  $\beta$ , град, коефіцієнту опору руху  $\omega_{on}$  та швидкості транспортування  $v$ , м/с у розкодованому вигляді:

$$E = 0,001 + 2,7 \cdot 10^{-20} \beta - 0,1v + 0,31\omega_{on} + 0,00075\omega_{on}\beta + \\ + 0,00016\beta v - 7 \cdot 10^{-6} \beta^2 - 0,22\omega_{on}^2 + 0,04v^2. \quad (7.7)$$

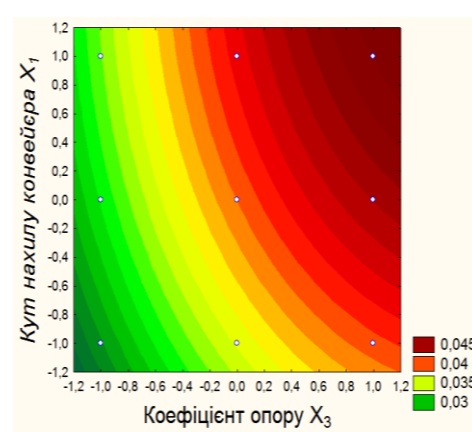
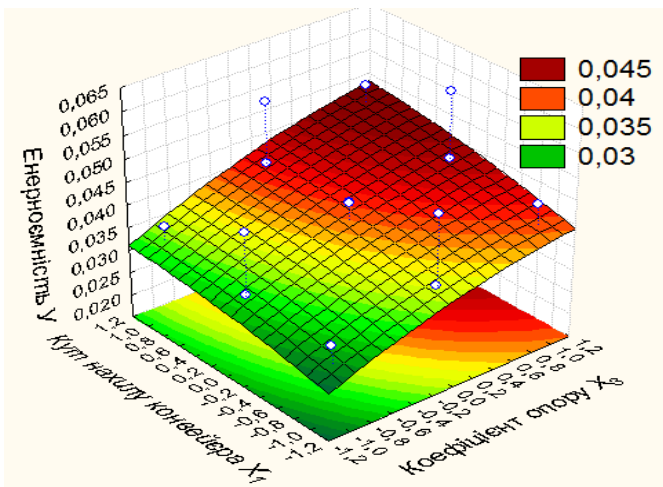
Аналіз взаємного впливу кута нахилу  $\beta$  та коефіцієнту опору руху  $\omega_{on}$  (рис. 7.10) показав, що мінімальне значення питомої енергоємності транспортування зерна знаходиться в межах 0,3–0,4 кВт·год/т в залежності від швидкості транспортування і досягається при коефіцієнті опору  $\omega_{on} = 0,44$ , при цьому кут нахилу конвеєра до горизонту впливає незначно.



а)



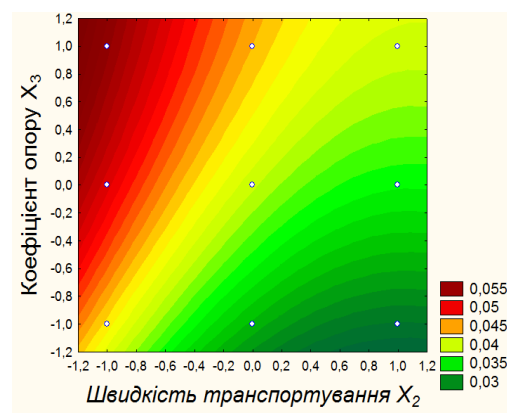
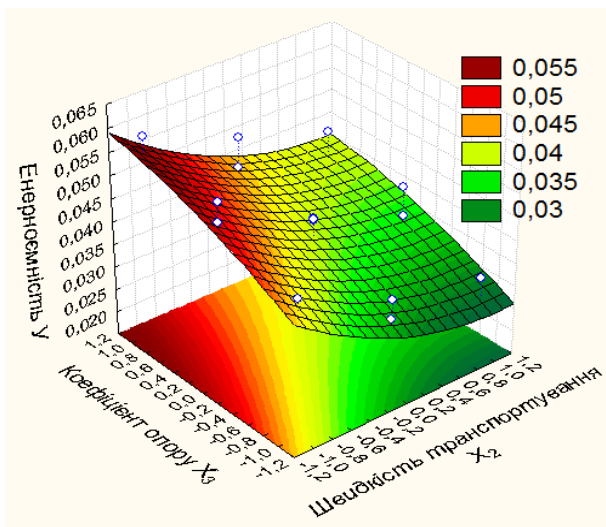
б)



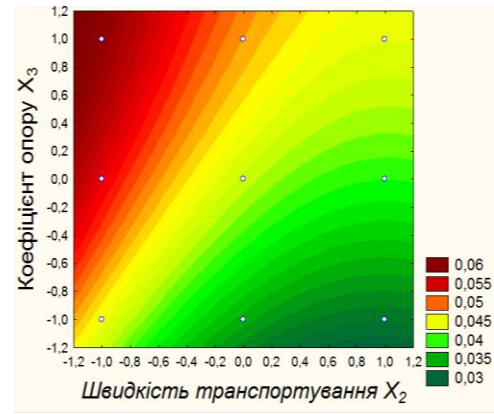
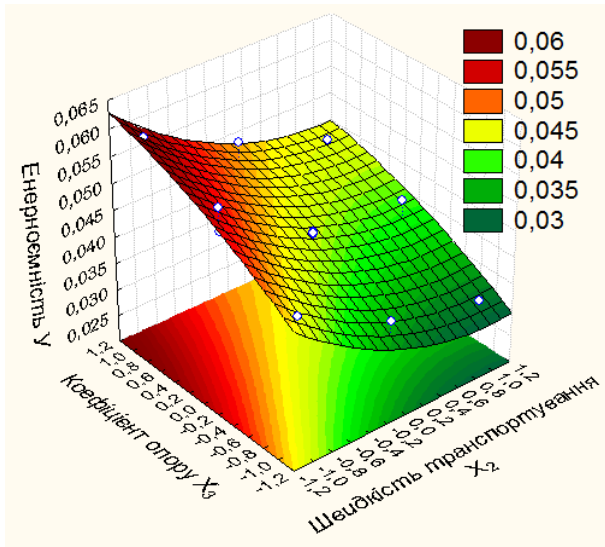
в)

$$y = 0,0427 + 0,0027x_1 - 0,0007x_1^2 + 0,0067x_3 - 0,0014x_3^2 + 0,00048(1)x_1 + 0,0006x_1x_3$$

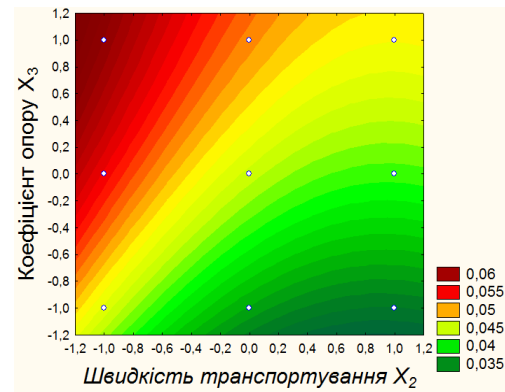
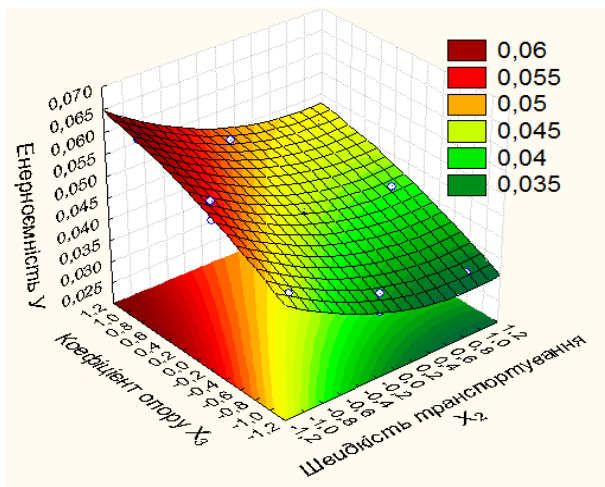
Рис. 7.10. Залежність енергоємності транспортування зерна скребковим конвеєром від коефіцієнту опору руху і кута нахилу при швидкості транспортування: а)  $v = 0,7 \text{ м/с}$ ; б)  $v = 1 \text{ м/с}$ ; в)  $v = 1,3 \text{ м/с}$



а)



б)



в)

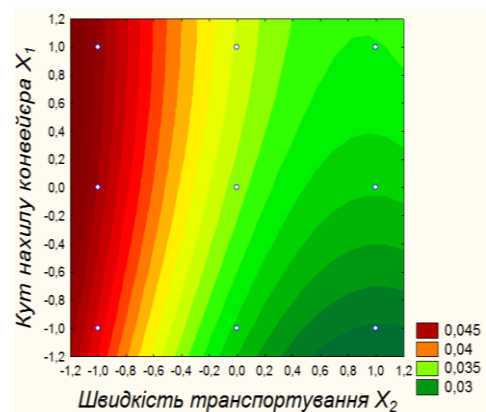
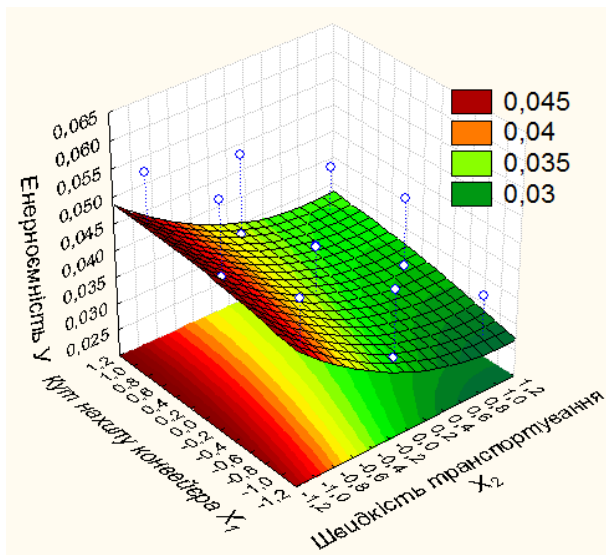
$$y = 0,0427 - 0,007x_2 + 0,0035x_2^2 + 0,0067x_3 - 0,0014x_3^2 + 0,00048(1)x_2 + 0,0006(1)x_3$$

Рис. 7.11. Залежність енергоємності транспортування зерна скребковим конвеєром від коефіцієнту опору руху і швидкості транспортування при куті нахилу: а)  $\beta = 10^\circ$ ; б)  $\beta = 20^\circ$ ; в)  $\beta = 30^\circ$

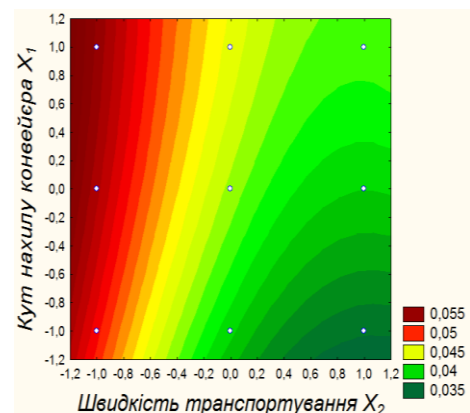
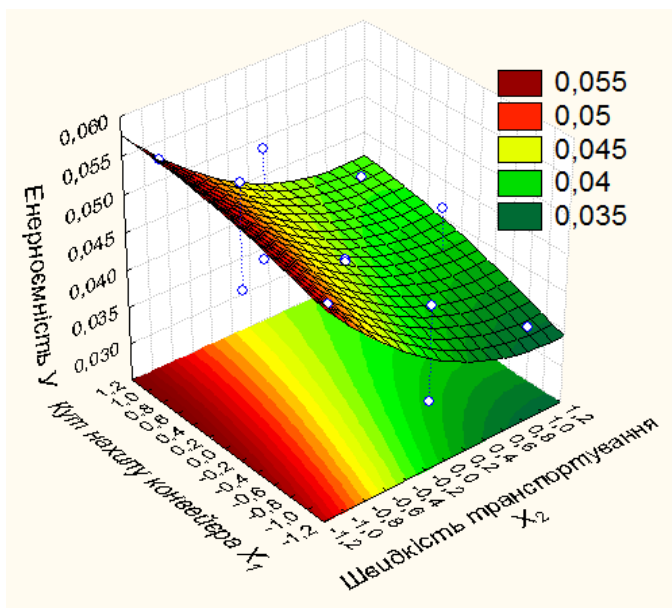
З графіків на рис. 7.11 встановлено, що швидкість транспортування та коефіцієнт опору руху мають значний вплив на питому енергоємність. Так максимальне значення енергоємності складає 0,065 кВт·год/т при коефіцієнті опору  $\omega_{on} = 0,6$ . Застосування скребка розробленої форми з високоміцного поліетилену з коефіцієнтом опору руху  $\omega_{on} = 0,44$  дозволяє зменшити енергоємність транспортування на 30%. Зі збільшенням швидкості транспортування збільшується продуктивність, а отже

енергоємність зменшується, тому мінімальне її значення знаходиться в межах 0,03–0,035 кВт·год/т при  $v = 1,3 \text{ м/с}$ .

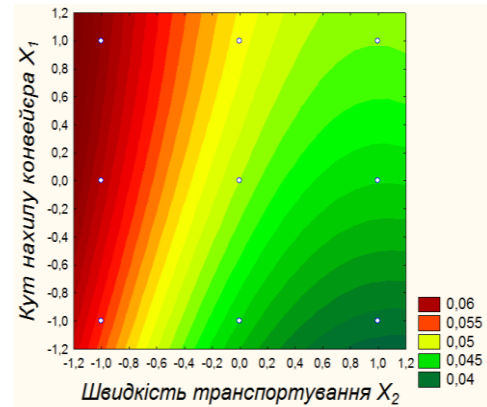
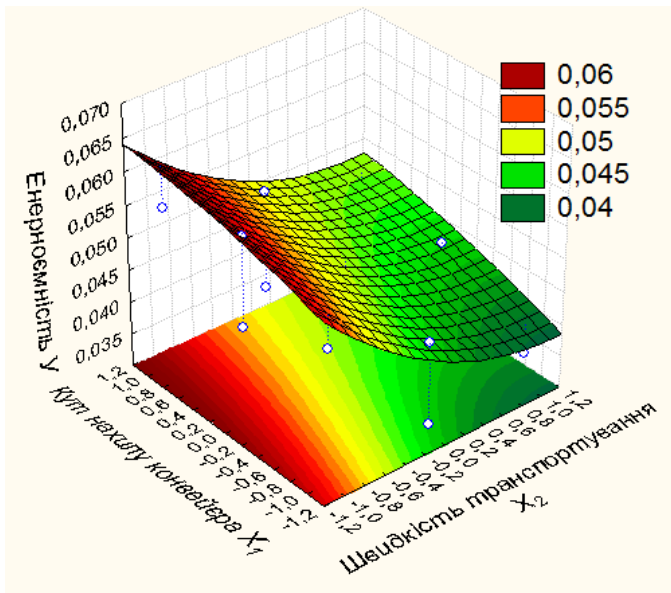
Аналіз взаємного впливу кута нахилу конвеєра та швидкості транспортування (рис. 7.12) на питому енергоємність показав, що зі збільшенням швидкості від 0,7 до 1,3 м/с значення енергоємності транспортування зменшується від 0,045 до 0,03 кВт·год/т при  $\omega_{on} = 0,44$ . Зі збільшенням коефіцієнту опору руху до  $\omega_{on} = 0,6$  мінімальне значення енергоємності зростає в межах 0,055–0,04 кВт·год/т при зміні швидкості транспортування від 0,7 до 1,3 м/с. Зміна кута нахилу конвеєра до горизонту від  $10^\circ$  до  $30^\circ$  збільшує енергоємність транспортування на 5%.



а)



б)



В)

$$y = 0,0427 + 0,0027x_1 - 0,0007x_1^2 - 0,007x_2 + 0,0035x_2^2 + 0,00048x_1x_2 + 0,0006(1)x_1$$

Рис. 7.12. Залежність енергоємності транспортування зерна скребковим конвеєром від кута нахилу та швидкості транспортування при коефіцієнті опору руху: а)  $\omega_{on} = 0,44$ ; б)  $\omega_{on} = 0,52$ ; в)  $\omega_{on} = 0,6$

Загалом можна зробити висновок, що застосування розробленої вигнутої форми скребка з високоміцного поліетилену дозволяє зменшити питому енергоємність транспортування до 30%. Зі збільшенням швидкості транспортування енергоємність також зменшується і в поєднанні з вигнутою формою скребка її мінімальне значення складає 0,03 кВт·год/т. Збільшення кута нахилу конвеєра до горизонту до 30° збільшує енергоємність транспортування на 5%.

## 7.2. Результати експериментальних досліджень динаміки гвинтового кормозмішувача з вібраційною дією

При вивченні процесів змішування доводиться стикатися з поняттям *ефективності* змішування, яке напряму пов'язане з однорідністю суміші.

Для встановлення раціональних режимних параметрів процесу змішування сипких матеріалів проведений багатofакторний експеримент

визначення впливу амплітуди коливань жолоба, коефіцієнта заповнення жолоба та кутової швидкості шнека на якість суміші.

З цією метою поставлено та реалізовано трифакторний експеримент за планом Бокса-Бенкена. Для обробки результатів реалізації експерименту використано наступні пакети прикладних програм для ЕОМ: Statistica 7 (для рандомізації порядку проведення дослідів; для дослідження рівняння регресії та побудови поверхонь відгуку), Microsoft Excel (для обробки результатів планування плану Бокса-Бенкена другого порядку).

Досліди проводилась на горизонтальному тихохідному гвинтовому конвеєр-змішувачі з вібраційним пристроєм.

### **7.2.1. Визначення однорідності суміші в одній окремо взятій пробі**

Зазначимо, що експериментальні значення вібрації з акселерометру отримані у вигляді подвійної амплітуди віброприскорення (рис. 7.13). Для перерахунку отриманих значень у значення амплітуди коливань, скористаємось «калькулятором перерахунку вібрації» [1] (рис. 7.14).

Для цього у відповідне поле введено частоту вібратора, при якій визначались параметри вібрації, та значення амплітуди віброприскорення.

Інші значення, зокрема середньоквадратичне значення віброзміщення, віброприскорення, віброшвидкості та амплітуди віброзміщення програма розраховує сама (рис. 7.14).

Результати розрахунку: віброзміщення (розмах) дорівнює 1,8мм; середньоквадратичне значення віброшвидкості – 0,2м/с; середньоквадратичне значення віброприскорення – 63,6 м/с<sup>2</sup>.

Вихідні данні одного експерименту № 15 з серії дослідів:

1. Кутова швидкість вала змішувача – 6,6 рад/с.
2. Амплітуда коливань – 1 мм.
3. Коефіцієнт заповнення жолоба – 0,35.

Усі інші фактори підтримувались на сталому заданому рівні, а саме:

1. Тривалість активації – 60 с.
2. Крок шнека – 275 мм.
3. Зовнішній діаметр шнека – 250 мм.
4. Частота коливань вібратора – 50 Гц.

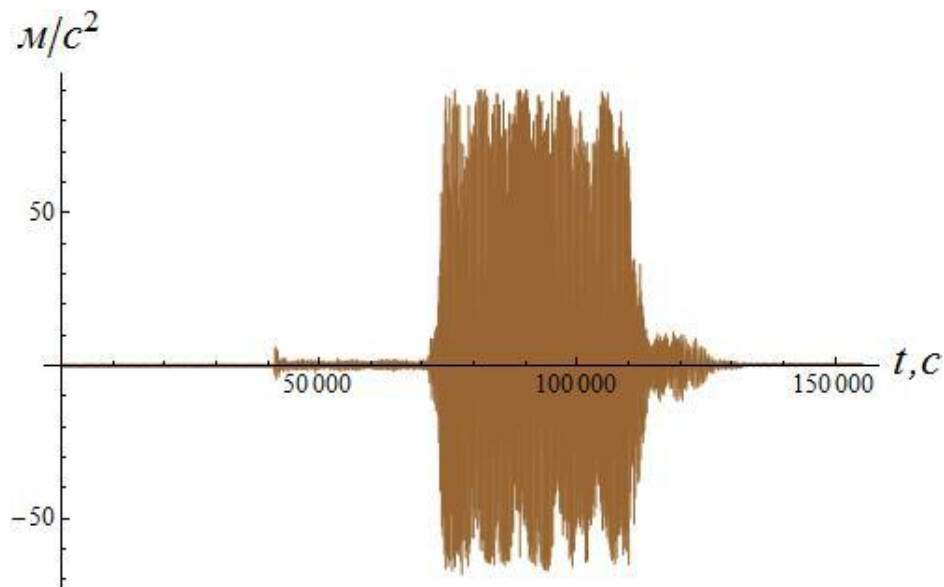


Рис. 7.13. Експериментальні результати вимірювання вібрації

**Калькулятор для определения виброперемещения, виброскорости, виброускорения и взаимному пересчёту.**

1. Частота при которой определяются параметры вибраций	50 Гц	Очистить всё
2. СКЗ вибросмещения	645.5 мкм	Опред. другие
3. Амплитуда вибросмещения	912.8 мкм	Опред. другие
4. Виброперемещение (размах)	1826 мкм	Опред. другие
5. СКЗ виброскорости	202.7 мм/с	Опред. другие
6. СКЗ виброускорения	63.64 м/с <sup>2</sup>	Опред. другие
7. Амплитуда виброускорения	90 м/с <sup>2</sup>	Опред. другие

Рис. 7.14. Зовнішній вигляд програми



Відповідно до методики розрахунку однорідності рівномірність змішування оцінювали за коефіцієнтом неоднорідності, який характеризує середньоквадратичне відхилення в пробах суміші концентрації компонента, за яким проводиться аналіз.

Результати лабораторних досліджень та результати розрахунків коефіцієнту варіації приведені в таблиці 7.8.

Таблиця 7.8. Результати досліджень однорідності

Номер досліду	При амплітуді коливань $A=1$ мм				
	1	2	3	4	5
Початок	139	142	142	141	136
Середина	134	146	138	135	131
Кінець	145	152	147	144	142
$m$	139,3	146,7	142,3	140,0	136,3
$n$	3	3	3	3	3
$x_1-m$	-0,3	-4,7	-0,3	1,0	-0,3
$x_2-m$	-5,3	-0,7	-4,3	-5,0	-5,3
$x_3-m$	5,7	5,3	4,7	4,0	5,7
$(x_1-m)^2$	0,11	21,78	0,11	1,00	0,11
$(x_2-m)^2$	28,44	0,44	18,78	25,00	28,44
$(x_3-m)^2$	32,11	28,44	21,78	16,00	32,11
$\Sigma(x_i-m)^2$	60,67	50,67	40,67	42,00	60,67
$\delta$	5,51	5,03	4,51	4,58	5,51
$V_c$	3,95	3,43	3,17	3,27	4,04
$\lambda$	96,05	96,57	96,83	96,73	95,96
Якість	<i>відмінна</i>	<i>відмінна</i>	<i>відмінна</i>	<i>відмінна</i>	<i>відмінна</i>

де  $\delta$  – середньоквадратичне відхилення.

Середнє значення однорідності складає 96,4 %.

## 7.2.2. Визначення однорідності суміші згідно плану Бокса-Бенкена

Оскільки кутова швидкість вала кормозмішувача коливається від 5,9рад/с до 7,3рад/с, то нульовим буде  $x_{10}=6,6$ рад/с; так само нульовим коефіцієнтом заповнення жолоба буде  $x_{20}=0,35$ , а нульовою амплітудою буде  $x_{30}=1$ мм. Прийнемо також  $\Delta x_1=0,7$ рад/с,  $\Delta x_2=0,05$ ,  $\Delta x_3=1$ мм. Отже:

$$x_1 = \frac{\omega - 6.6}{0.7}; \quad x_2 = \frac{\psi - 0.35}{0.05}; \quad x_3 = \frac{A - 1}{1}. \quad (7.8)$$

Результати кодування факторів подані в таблиці 7.9.

Таблиця 7.9. Результати кодування факторів

Рівні та інтервали варіювання	Кодоване значення	Фактори та їх позначення		
		Кутова швидкість гвинтового вала $\omega$ , рад/с ( $x_1$ )	Коефіцієнт заповнення $\psi$ , ( $x_2$ )	Амплітуда коливань жолоба А, мм ( $x_3$ )
Верхній рівень	+1	7,3	0,4	2
Основний рівень	0	6,6	0,35	1
Нижній рівень	-1	5,9	0,3	0
Інтервал варіювання		0,7	0,05	1

План-матрицю експерименту та результати дослідів наведені в таблиці 7.10.

Розрахунки показали, що шість коефіцієнтів із десяти є статистично значимі з 95 % – ю ймовірністю.

Математична залежність після виключення взаємодії факторних ознак, вплив яких виявився статистично незначущим, має такий вигляд:

$$y = 95,7 - 0,413x_1 + 0,375x_2 + 4,888x_3 - 2,062x_1^2 - 4,163x_3^2. \quad (7.9)$$

Таблиця 7.10. План-матриця дробленого факторного експерименту

Точка плану (номер дослідю)	Значення кодованих факторів			Середнє арифметичне значення вихідного параметру
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	
1	1	1	0	93.5
2	1	-1	0	92.9
3	-1	1	0	93.7
4	-1	-1	0	93.3
5	1	0	1	93.4
6	1	0	-1	84.2
7	-1	0	1	94.9
8	-1	0	-1	85.4
9	0	1	1	96.7
10	0	1	-1	86.8
11	0	-1	1	96
12	0	-1	-1	85.5
13	0	0	0	95.7
14	0	0	0	95.9
15	0	0	0	95.5

Розрахунки і значення коефіцієнтів регресії показані в таблиці 7.11.

Далі модель, згідно методики, перевірялась на адекватність. Число ступенів вільності для нашого випадку дорівнює:  
 $f = N - k' - n_0 - 1 = 15 - 6 - 3 - 1 = 7.$

Таблиця 7.11. Значення коефіцієнтів регресії

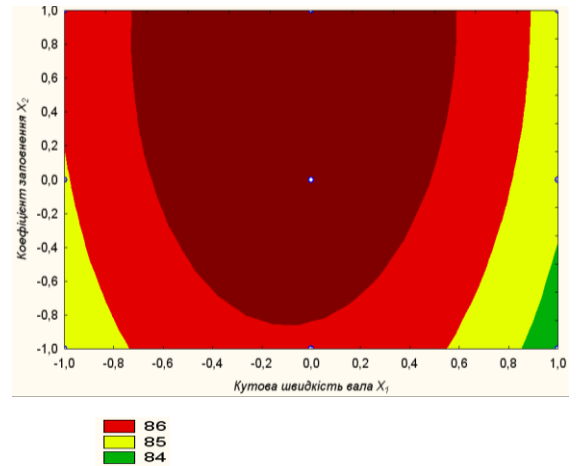
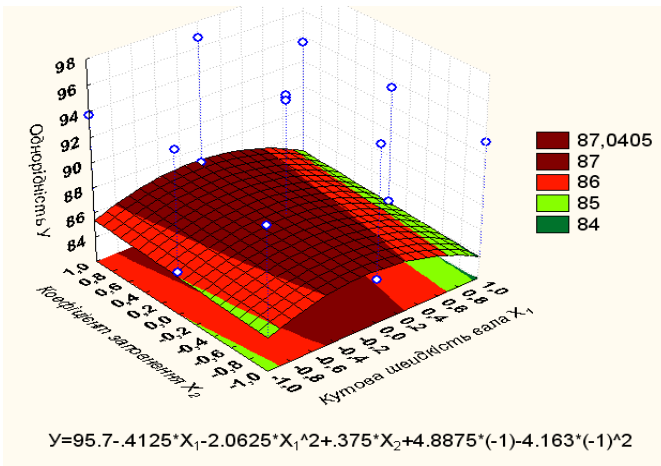
	Значення	Дисперсія	Середнє квадратичне відхилення	Критичне значення критерію Стьюдента $t_{кр}$	Довірчий інтервал	Висновок
$b_0$	95.7	0.013	0.115	4.30265	0.4968	значущий
$b_1$	-0.413	0.005	0.071	4.30265	0.3042	значущий
$b_2$	0.375	0.005	0.071	4.30265	0.3042	значущий
$b_3$	4.888	0.005	0.071	4.30265	0.3042	значущий
$b_{12}$	0.05	0.01	0.1	4.30265	0.4303	<i>незначущий</i>
$b_{13}$	-0.075	0.01	0.1	4.30265	0.4303	<i>незначущий</i>
$b_{23}$	-0.15	0.01	0.1	4.30265	0.4303	<i>незначущий</i>
$b_{11}$	-2.062	0.029	0.169	4.30265	0.7313	значущий
$b_{22}$	-0.288	0.029	0.169	4.30265	0.7313	<i>незначущий</i>
$b_{33}$	-4.163	0.029	0.169	4.30265	0.7313	значущий

За результатами проведених дослідів, розрахункове значення критерію Фішера склало 1.787946, що не перевищує табличного значення 19.38483, тому рівняння є адекватним.

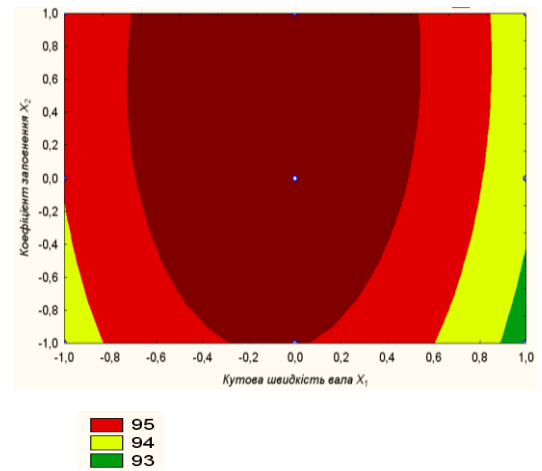
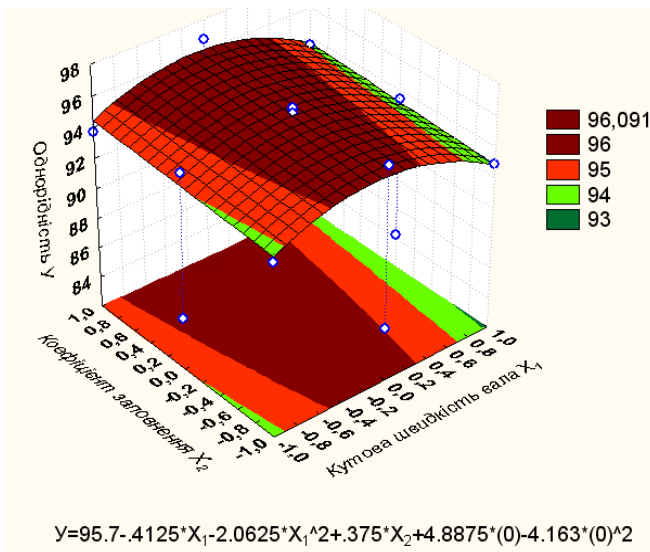
Від рівняння (7.9), у якому  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  являють собою фактори у кодованому вигляді, можна перейти до рівняння з факторами у натуральному вигляді. Виконується це за допомогою рівнянь (7.8). Остаточний вигляд регресійне рівняння має такий:

$$y = -95,39 + 54,958\omega - 4,208\omega^2 + 7,5\psi + 13,214A - 4,163A^2. \quad (7.10)$$

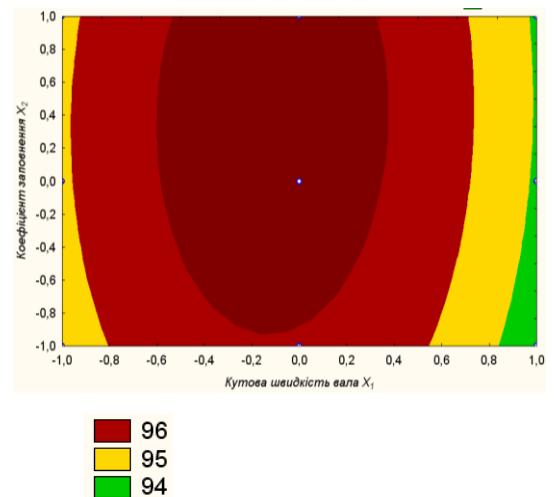
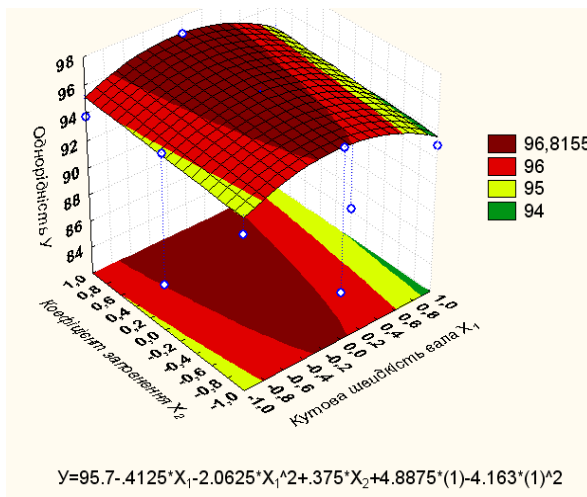
Результати проведених досліджень показано на рисунках 7.15-7.16, на яких представлено поверхні відгуку змінних закодованих факторів впливу на однорідність суміші.



а)

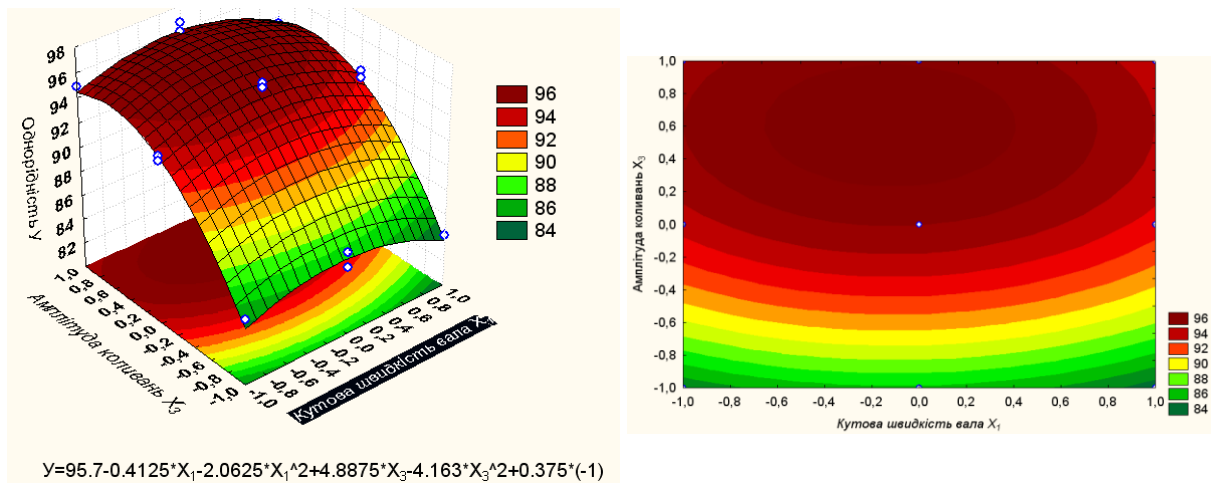


б)

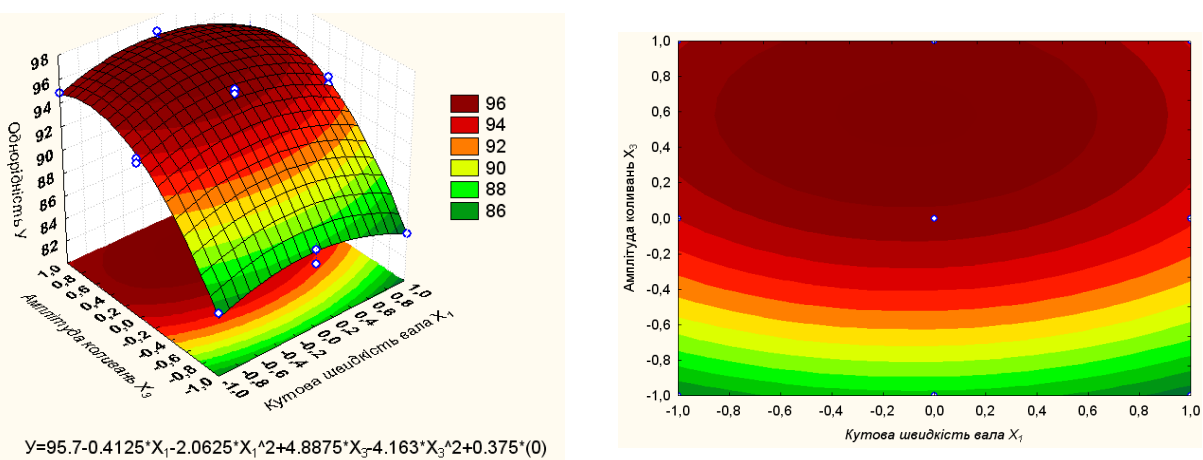


в)

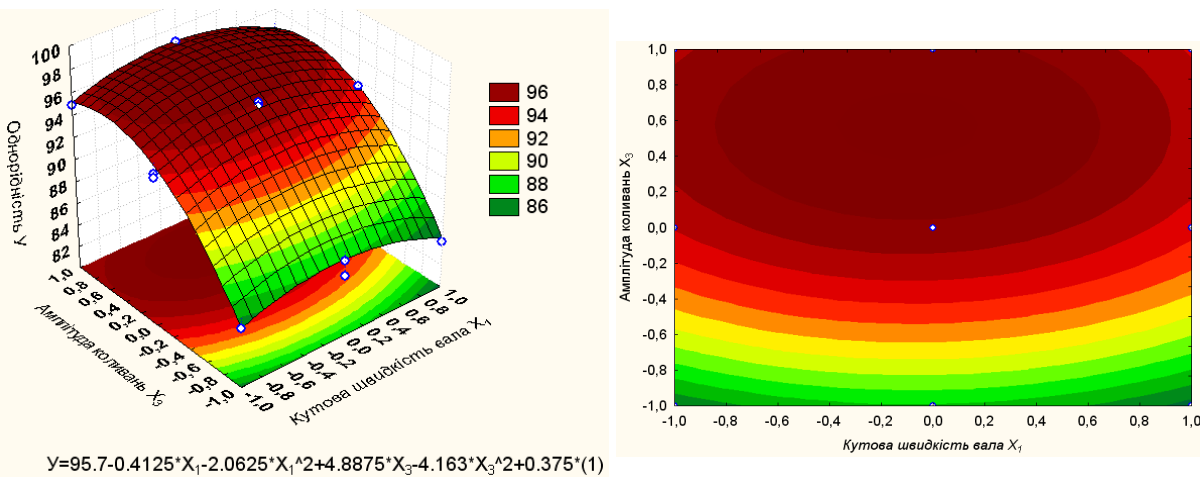
Рис. 7.15. Залежність однорідності від кутової швидкості гвинтового вала і коефіцієнта заповнення жолоба при: а)  $A = -1$ ; б)  $A = 0$ ; в)  $A = +1$



а)



б)



в)

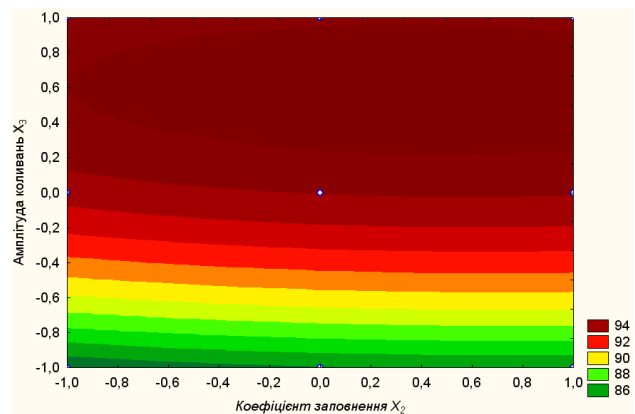
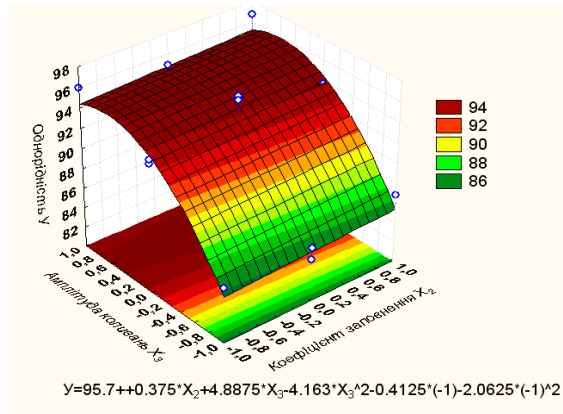
Рис. 7.16. Залежність однорідності від кутової швидкості гвинтового вала і амплітуди коливання жолоба при: а)  $\Psi = -1$ ; б)  $\Psi = 0$ ; в)  $\Psi = +1$

З огляду на вищенаведені графіки, можна відмітити, що без використання вібрації показники однорідності досить малі (84...87 %).

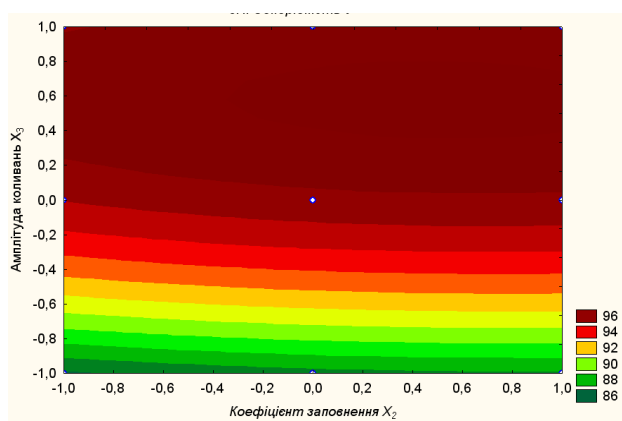
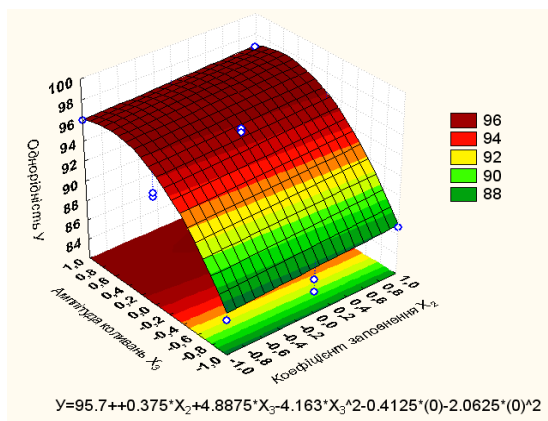
Однак при амплітуді коливань 1...2мм, однорідність підвищується до 96,8 %.

Досліджуючи вплив коефіцієнта заповнення жолоба на однорідність суміші, слід відзначити, що суттєвого впливу він не має. Адже при різних значеннях коефіцієнта заповнення жолоба, максимальна однорідність залишається незмінною 96 %, що видно з графіків на рис. 7.16.

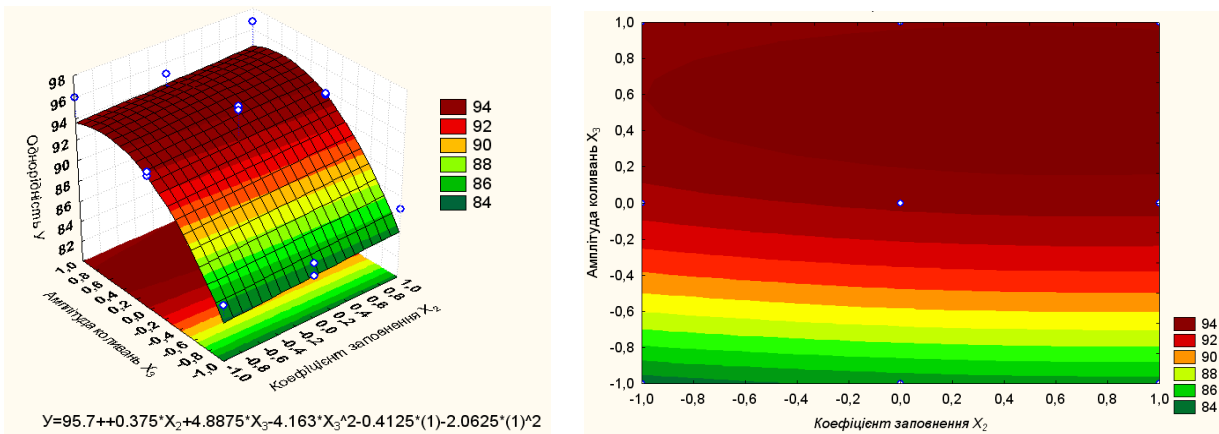
Аналізуючи графіки на рис. 7.17, бачимо, що кутова швидкість шнека 6,6 рад/с є оптимальною, адже досягається найкраща якість суміші (96 %). Із зниженням кутової швидкості (5,9 рад/с) значення однорідності дещо падає (94 %).



а)



б)



в)

Рис. 7.17. Залежність однорідності від коефіцієнта заповнення жолоба і амплітуди коливання жолоба при: а)  $\omega = -1$ ; б)  $\omega = 0$ ; в)  $\omega = +1$

Статистична обробка результатів експерименту показала, що на якості суміші позначається і амплітуда коливань жолоба, і кутова швидкість шнека. Коефіцієнт заповнення впливає меншою мірою.

Необхідно відмітити, що рівномірність змішування без використання вібрації не відповідає зоотехнічним нормам [2], адже показники якості складають 82–84 %.

### 7.2.3. Вивчення властивостей поверхонь відгуку

Взявши за основу методику, описану у третьому розділі, проаналізуємо поверхню відгуку в координатах «коефіцієнт заповнення жолоба  $\Psi$  – амплітуда коливань  $A$ », прийнявши величину фактора « $x_1$ » рівним нулю.

Отже, рівняння регресії в цьому випадку записується як:

$$y' = 95,7 + 0,375x_2 + 4,888x_3 - 4,163x_3^2. \quad (7.11)$$

Координати нового центра поверхні:  $x_2 = 0,375$ ;  $x_3 = 0,587$ .

Оптимальні значення коефіцієнта заповнення і амплітуди коливань



після розкодування будуть:  $\Psi = 0,36875$ ;  $A = 1,587$ мм.

Оптимальне значення критерію оптимізації однорідності в центрі поверхні відгуку  $y' = 97,27$  %. Кут повороту осей  $\alpha$  і канонічні коефіцієнти:  $\alpha = 0^0$ ;  $B_{22} = 0$   $B_{33} = -4,163$ .

Тоді канонічне рівняння поверхні відгуку буде мати вигляд

$$Y - 97,27 = -4,163X_3^2. \quad (7.12)$$

Підтвердженням правильності розрахунків є рівність сум коефіцієнтів при квадратичних членах в рівняннях (7.11) і (7.12).

В зв'язку з тим, що один з коефіцієнтів регресії дорівнює нулю, то поверхня відгуку називається *стаціонарним піднесенням*. Тут немає жодного центру з максимальним значенням критерію оптимізації і центром може бути будь-яка точка на осі, яка відповідає нульовому значенню коефіцієнта регресії канонічної форми.

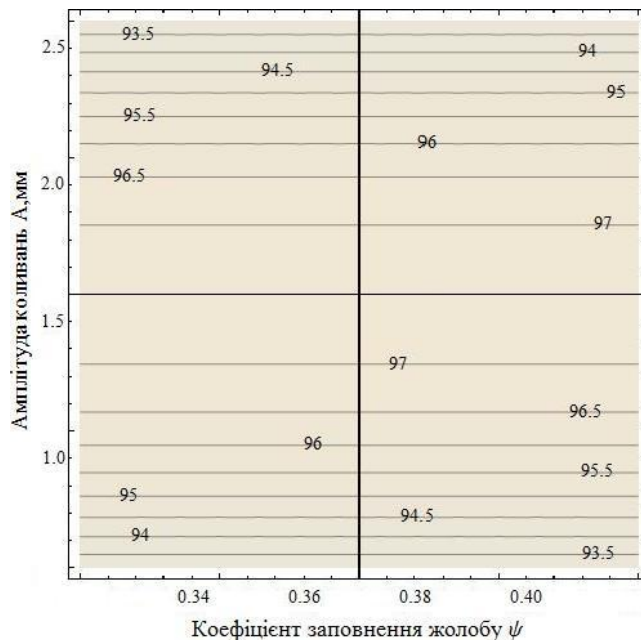


Рис. 7.18. Двовірний перетин поверхні відгуку, який характеризує залежність однорідності суміші від амплітуди коливань і коефіцієнта заповнення жолоба

З рис. 7.18 встановили, що для забезпечення максимальної однорідності  $\gamma=97\%$  допустимі значення амплітуди повинні знаходитись в межах  $A=1,3-1,9$ мм. Коефіцієнт заповнення, в даному випадку, особливо не впливає на результуюче значення. Оскільки заданій амплітуді відповідає конкретне значення однорідності, не зважаючи на значення коефіцієнту заповнення. Тобто амплітуда коливань має набагато більший вплив на змішування суміші, ніж коефіцієнт заповнення жолоба.

За аналогічною методикою були побудовані двомірні перетини в координатах «амплітуда коливань  $A$  – кутова швидкість шнека  $\omega$ » (рис. 7.19).

Для визначення оптимуму однорідності суміші в залежності від амплітуди коливань і кутової швидкості шнека прирівнювали до нуля значення фактора  $x_2$  – коефіцієнта заповнення жолоба  $\Psi$ . В цьому випадку рівняння регресії приймає вид:

$$95,7 - 0,413x_1 - 2,061x_1^2 + 4,88x_3 - 4,163x_3^2 = y'. \quad (7.13)$$

Координати нового центра поверхні:  $x_1 = -0,1$ ;  $x_3 = 0,587$ .

Після розкодування оптимальні значення амплітуди коливань і кутової швидкості шнека складають:  $A=1,58$ мм;  $\omega=6,53$ рад/с.

Підставивши отримані оптимальні значення факторів  $x_1$ ,  $x_3$  в рівняння регресії (7.13), знаходимо відносне значення якості суміші в центрі поверхні відгуку  $y'=97,16\%$ .

Кут повороту осей  $\alpha$  до суміщення з головними осями поверхні і коефіцієнти регресії в канонічній формі приймуть такі значення:

$$\alpha = 0^\circ; \quad B_{11} = -2,062; \quad B_{33} = -4,163.$$

В цьому випадку канонічне рівняння поверхні прийме вигляд:

$$Y - 97,27 = -4,163X_3^2. \quad (7.14)$$

В зв'язку з тим, що у канонічних коефіцієнтах при квадратичних членах однакові знаки, рівняння (7.14) описує еліптичний параболоїд, який має центр, в даному випадку максимум (рис. 7.19).

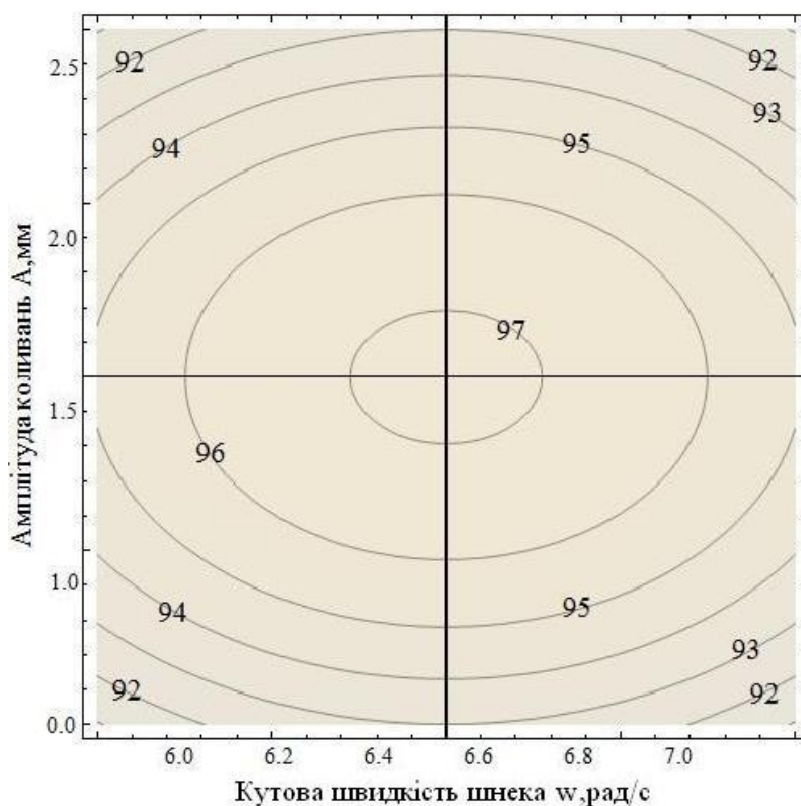


Рис. 7.19. Двомірний перетин поверхні відгуку, який характеризує залежність однорідності суміші від амплітуди коливань і кутової швидкості шнека

З графіка (рис. 7.19) встановили, що максимальна однорідність 97,2% забезпечується при  $\omega \approx 6,5 \text{ рад/с}$ ,  $A \approx 1,6 \text{ мм}$ . Для забезпечення цієї однорідності допустимі значення факторів знаходяться в межах  $\omega \approx 6,4\text{--}6,7 \text{ рад/с}$ ,  $A \approx 1,4\text{--}1,8 \text{ мм}$ .

Для визначення оптимального значення однорідності суміші в залежності від кутової швидкості шнека  $x_1$  ( $\omega$ ) і коефіцієнта заповнення жолоба  $x_2$  ( $\Psi$ ) прирівнювали до нуля значення фактора  $x_3$  ( $A$ ) – амплітуди коливань.

В цьому випадку рівняння регресії приймає вид:

$$95,7 - 0,413x_1 - 2,061x_1^2 + 0,375x_2 = y'. \quad (7.15)$$

Виконавши дії і розрахунки по вищевикладеній методиці, визначимо оптимальні значення кутової швидкості шнека, коефіцієнта заповнення жолоба і однорідності суміші в центрі поверхні відгуку відповідно:

$$\omega = 6,53 \text{ рад/с}; \Psi = 0,3688; y' = 95,69 \text{ \%}.$$

Кут  $\alpha$  повороту нових осей координат з початком в центрі поверхні відгуку і канонічні коефіцієнти приймають значення:  $\alpha = 0^\circ$ ;  $B11 = 0$ ;  $B22 = -2,062$ .

Тоді канонічне рівняння поверхні запишеться так:

$$Y - 95,69 = -2,061X_1^2. \quad (7.16)$$

Двомірний перетин поверхні відгуку, який описується рівнянням (7.16), представлено на рис. 7.20.

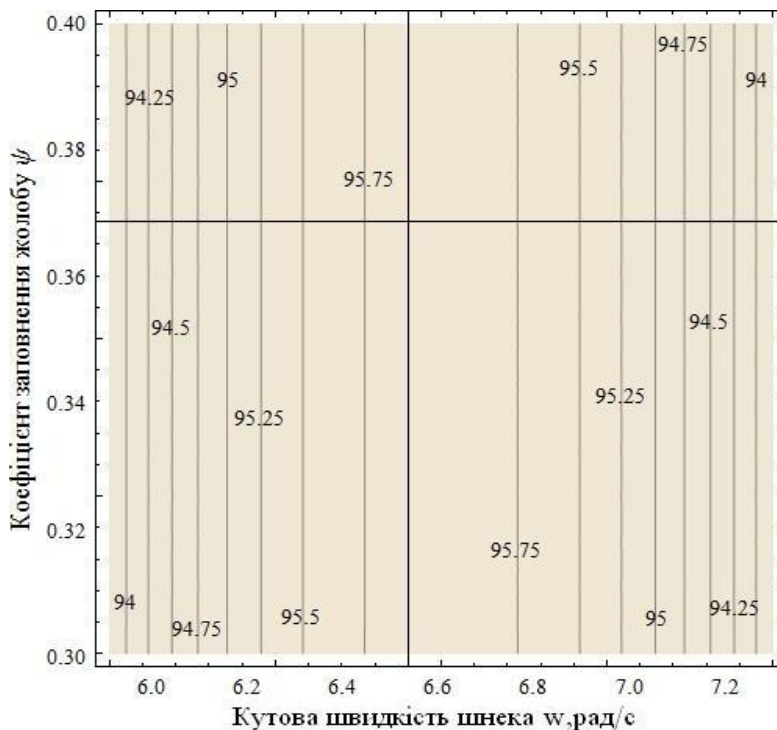


Рис. 7.20. Двомірний переріз поверхні відгуку, для визначення сумісного впливу на якість суміші кутової швидкості шнека і коефіцієнта заповнення жолоба

Аналіз двомірного перетину поверхні відгуку (рис. 7.20) показує, що найбільша однорідність (96,8 %) забезпечується при кутовій швидкості шнека в межах 6,4–6,8 рад/с.

Сумісна оцінка двомірних перетинів відгуку показує, що для отримання результатів, які відповідають зоотехнічним вимогам, оптимальними параметрами змішування сумішей, будуть: кутова швидкість шнека  $\omega=6-6,7$  рад/с, коефіцієнт заповнення жолоба  $\Psi=0,3-0,35$ , амплітуда коливань  $A=1,5-2$  мм при 95 %-м рівні достовірності отриманих результатів.

В підсумку можна сказати, що однорідність суміші збільшується із одночасним збільшенням кутової швидкості шнека та амплітуди коливань жолоба. На рис. 7.20 представлено залежність однорідності від усіх факторів.

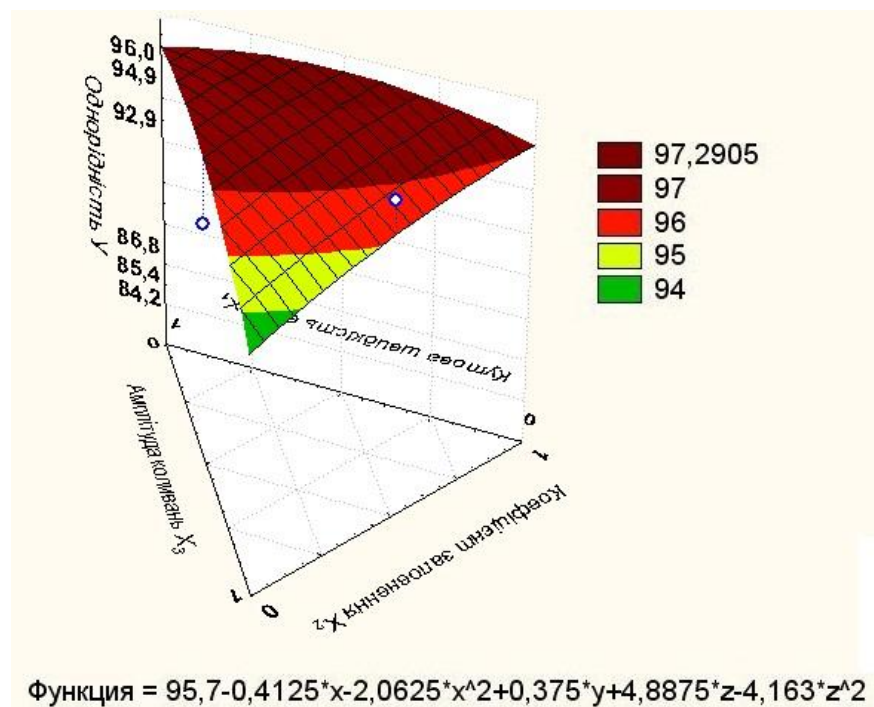


Рис. 7.21 Тернарний графік: залежність однорідності від кутової швидкості шнека, коефіцієнта заповнення жолоба та амплітуди коливань жолоба

Зазначимо, що при використанні не надто інтенсивної вібрації (щоб не переважала хаотична компонента процесу) відбувається змішування з

достатньо високими показниками якості. Занадто активна вібрація, в свою чергу, призводить до розшарування суміші на окремі компоненти, що є недопустимим в приготуванні кормів.

#### **7.2.4. Визначення продуктивності конвеєра-змішувача в залежності від його режимних параметрів**

При виборі конвеєра-змішувача безперервної дії важливу роль відіграє його продуктивність. Одним із факторів, який впливає на продуктивність шнекових змішувачів, є коефіцієнт заповнення міжвиткового простору робочого органу. Адже при малих його значеннях утворюється пасивна область, яка не заповнена сипким матеріалом, при цьому шнек обертається «вхолосту». А при збільшенні коефіцієнта заповнення сипкий матеріал не змішується, бо змішувачі позбавлені можливості пересипання [3].

Коефіцієнт заповнення за даними А.М. Григор'єва [4] коливається від 0,25 до 0,75 і залежить від фізико-механічних властивостей матеріалу, що транспортується й параметрів гвинтового конвеєра.

Заїка П. М. прийшов до висновку, що для тихохідних гвинтових конвеєрів заповнення більше 0,48 є недоцільним внаслідок посиленого обертового руху матеріалу навколо гвинта, а при  $\Psi=1$  осьове відставання матеріалу досягає максимуму.

Зазначимо, що коефіцієнт заповнення міжвиткового простору в наших дослідах варіювався в межах  $\Psi = 0,3-0,4$ .

Одночасно з визначенням однорідності суміші, встановлювався вплив вище зазначених факторів ( $\omega$ ,  $\Psi$ ,  $A$ ) на продуктивність конвеєра-змішувача гвинтового типу.

А отже кодування факторів і порядок проведення дослідів той самий, що і при дослідженні однорідності суміші.

Тому наведемо лише план-матрицю експерименту та результати

дослідів (табл. 7.12), які отримано в результаті проведення 15 експериментів.

Таблиця 7.12. План-матриця дробленого факторного експерименту

Точка плану (номер дослідів)	Значення кодованих факторів			Середнє арифметичне значення вихідного параметру (продуктивність Q, т/год)
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	
1	1	1	0	3.47
2	1	-1	0	3.2
3	-1	1	0	1.87
4	-1	-1	0	1.64
5	1	0	1	3.56
6	1	0	-1	2.81
7	-1	0	1	2.1
8	-1	0	-1	1.25
9	0	1	1	2.96
10	0	1	-1	2.3
11	0	-1	1	2.93
12	0	-1	-1	2.15
13	0	0	0	2.64
14	0	0	0	2.58
15	0	0	0	2.61

Після реалізації всіх дослідів, обчислювали коефіцієнти рівняння регресії і перевіряли їх значимість за критерієм Стьюдента.

Для цього визначали дисперсії, середні квадратичні відхилення і довірчі інтервали оцінок коефіцієнтів регресії (табл. 7.13).

В результаті розрахунків коефіцієнтів (шість коефіцієнтів із десяти є статистично значимі з 95 %-ю ймовірністю) регресії було отримано наступну математичну модель другого порядку:

$$y = 2,61 + 0,7725x_1 + 0,085x_2 + 0,38x_3 - 0,11x_1^2 - 0,11x_3^2. \quad (7.17)$$

Перевірка адекватності моделі (7.17) показала, що модель можна признати адекватною, адже  $F_{\text{розр}} = 9,493 < F_{\text{табл}} = 19,384$ .

Таблиця 7.13. Значення коефіцієнтів регресійного рівняння

	Значення	Дисперсія	Середнє квадратичне відхилення	Критичне значення критерію Стьюдента $t_{\text{кр}}$	Довірчий інтервал	Висновок
$b_0$	2.61	0.0003	0.01732051	2.62016187	0.0453825	значущий
$b_1$	0.773	0.000113	0.01060660	4.30265273	0.0456365	значущий
$b_2$	0.085	0.000113	0.01060660	4.30265273	0.0456365	значущий
$b_3$	0.38	0.000113	0.01060660	4.30265273	0.0456365	значущий
$b_{12}$	0.01	0.000225	0.015	4.30265273	0.0645398	незначущий
$b_{13}$	-0.025	0.000225	0.015	4.30265273	0.0645398	незначущий
$b_{23}$	-0.03	0.000225	0.015	4.30265273	0.0645398	незначущий
$b_{11}$	-0.11	0.00065	0.02549510	4.30265273	0.1096966	значущий
$b_{22}$	0.045	0.00065	0.02549510	4.30265273	0.1096966	незначущий
$b_{33}$	-0.11	0.00065	0.02549510	4.30265273	0.1096966	значущий

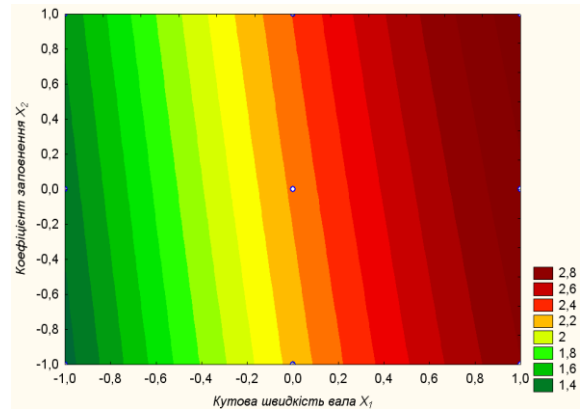
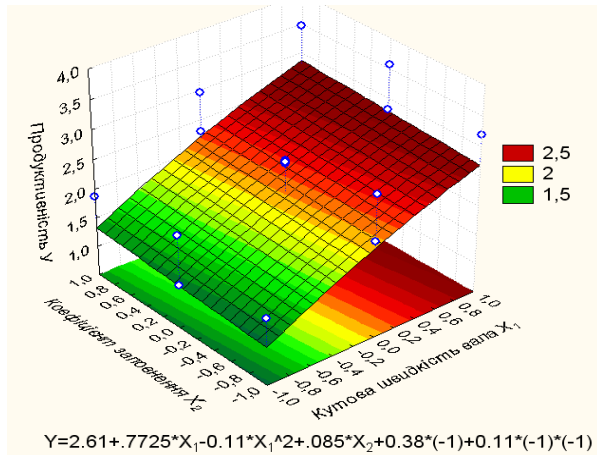
При переході до натуральних змінних отримано рівняння регресії:

$$y = -15,54 + 4,07\omega - 0,22\omega^2 + 1,7\psi + 0,6A - 0,11A^2, \quad (7.18)$$

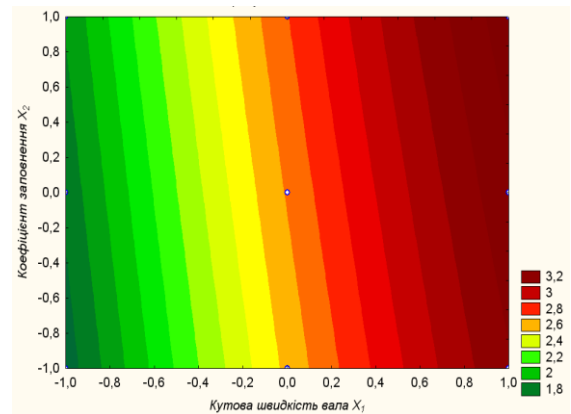
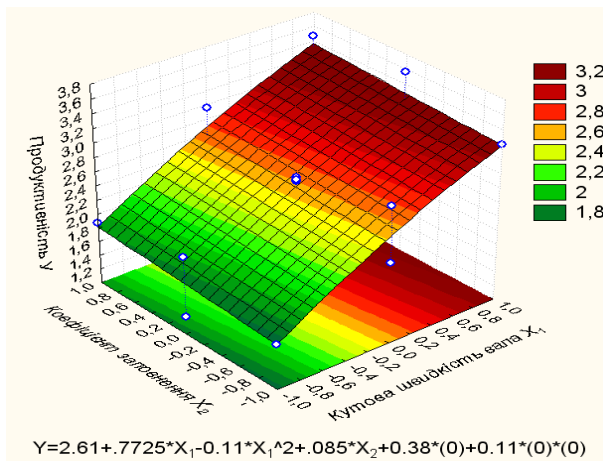
де  $\omega$  – кутова швидкість шнека, рад/с;  $\Psi$  – коефіцієнт заповнення жолоба;  $A$  – амплітуда коливання жолоба, мм. Результати проведених досліджень представлено на рис. 7.22-7.23. Аналізуючи поверхні відгуку, можна стверджувати, що із збільшенням амплітуди коливань жолоба,



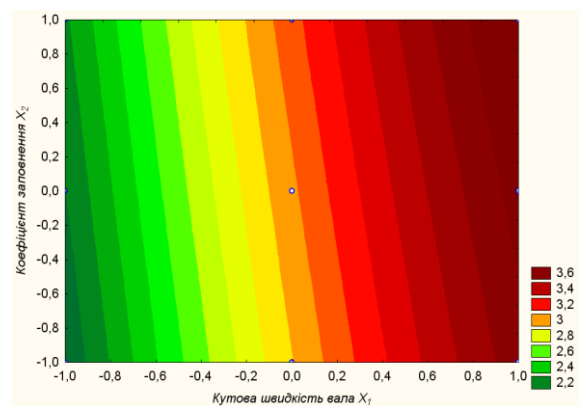
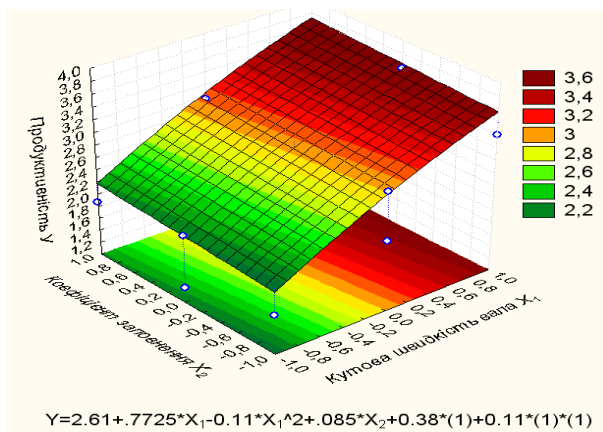
збільшується продуктивність з 2,5т/год (без використання вібрації) до 3,6т/год (з амплітудою коливань 2 мм).



а)



б)



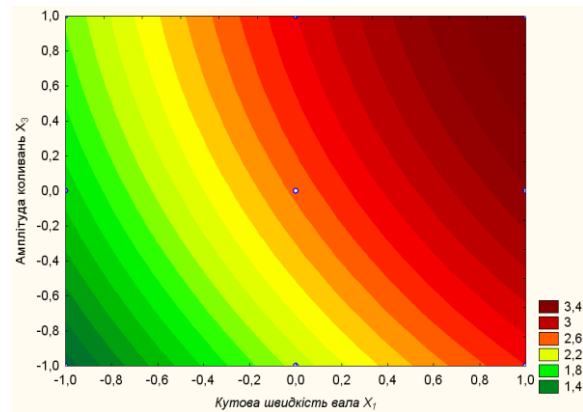
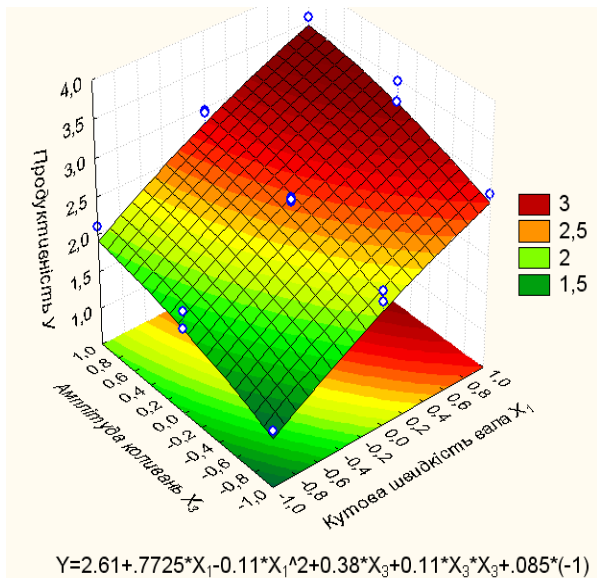
в)

Рис. 7.21. Залежність продуктивності конвеєра-змішувача від кутової швидкості гвинтового вала і коефіцієнта заповнення жолоба при: а)  $A = -1$ ;

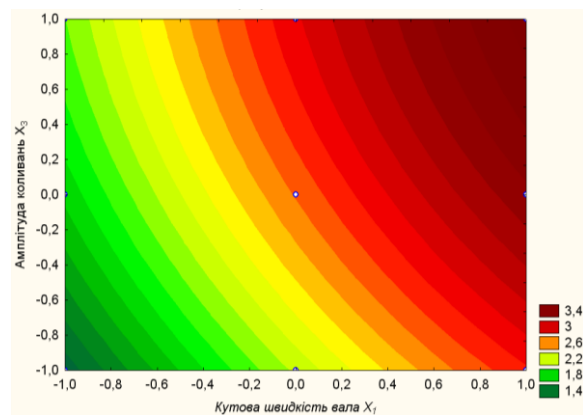
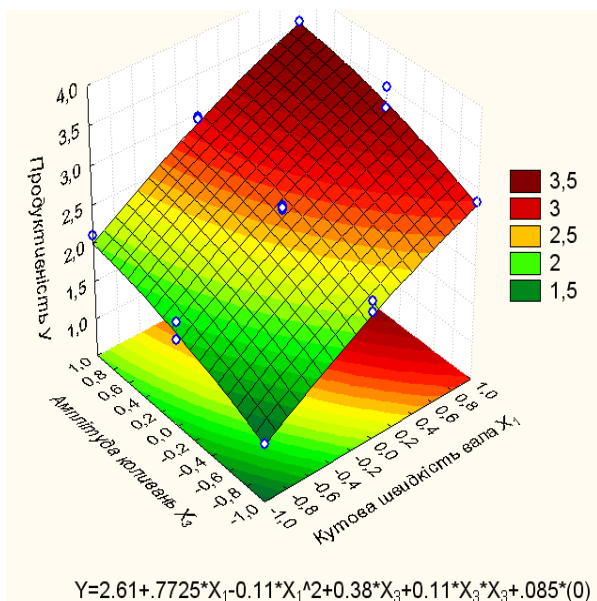
б)  $A = 0$ ; в)  $A = +1$

Відмітимо, що коефіцієнт заповнення теж впливає на

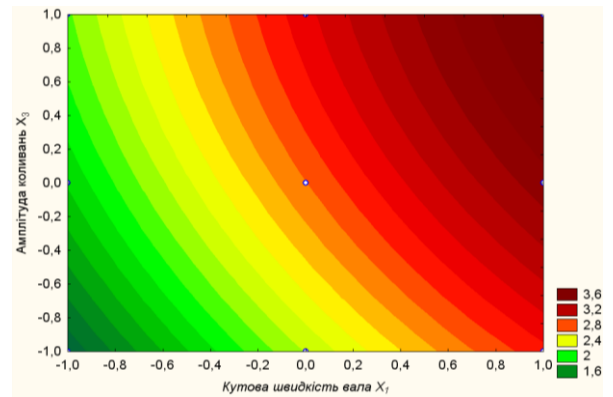
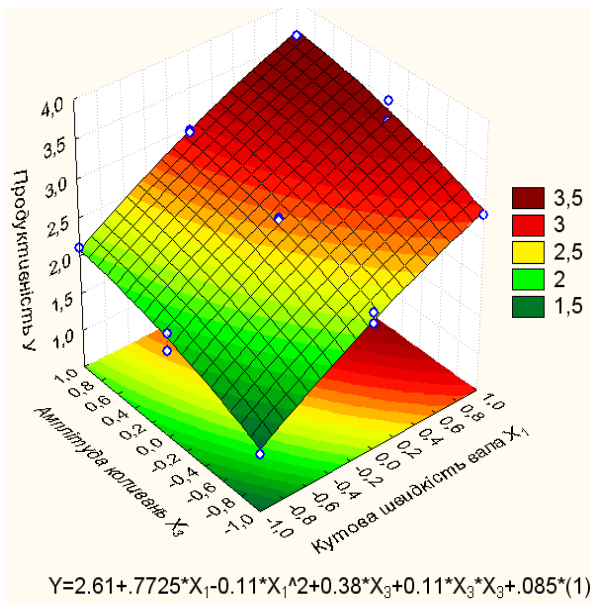
результативність конвеєра-змішувача, зокрема при зміні коефіцієнта заповнення від 0,3 до 0,4, продуктивність змінюється в межах 1,8–2,2 т/год відповідно (рис. 7.21, б). Кутова швидкість шнека також відіграє не останню роль. При збільшенні кутової швидкості шнека продуктивність в середньому збільшується від 1,8 т/год до 3,2 т/год.



а)



б)

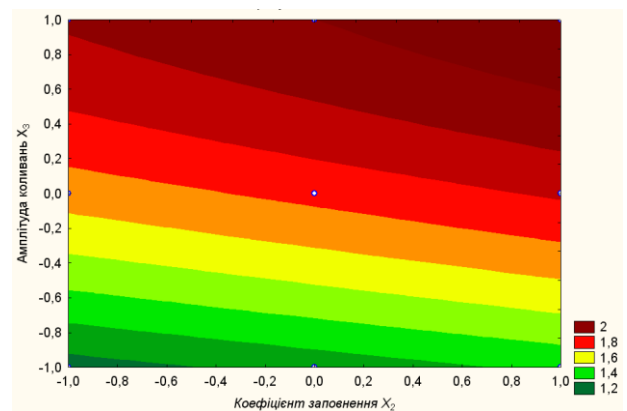
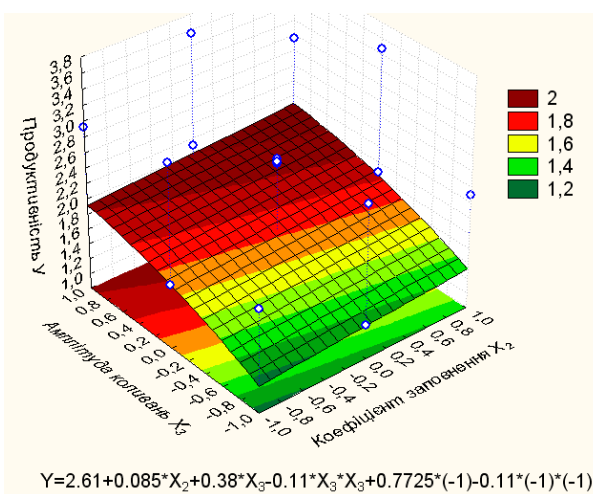


в)

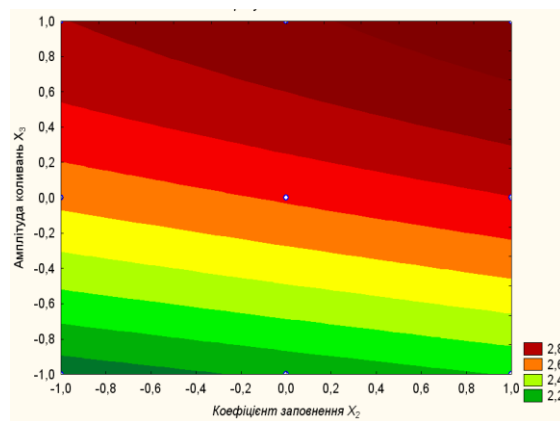
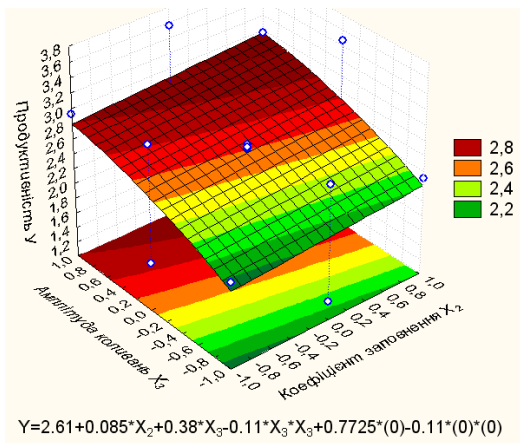
Рис. 7.22 Залежність продуктивності конвеєра-змішувача від кутової швидкості шнека і амплітуди коливання жолоба при:

а)  $\Psi = -1$ ; б)  $\Psi = 0$ ; в)  $\Psi = +1$

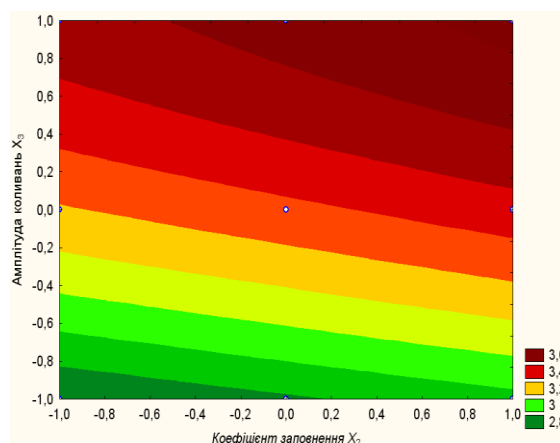
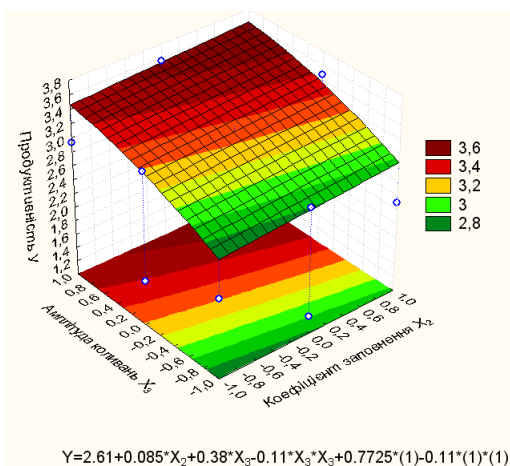
Поверхні відгуку на рис. 7.22 наочно показують, що коефіцієнт заповнення жолоба в межах 0,3–0,4 незначно впливає на продуктивність конвеєра-змішувача. Адже при  $\Psi=0,3$  значення продуктивності дорівнює 1,5–3 т/год, а при  $\Psi=0,35$ –0,4 продуктивність взагалі змінюється в однакових межах 1,5–3,5 т/год.



а)



б)



в)

Рис. 7.23 Залежність продуктивності конвеєра-змішувача від коефіцієнта заповнення і амплітуди коливання жолоба при: а)  $\omega = -1$ ; б)  $\omega = 0$ ; в)  $\omega = +1$

Графіки на рис. 7.23 підтверджують вищенаведені спостереження. Порівнюючи поверхні відгуку в залежності від зміни кутової швидкості шнека, можна сказати, що при кутовій швидкості шнека  $\omega = 5,9$  рад/с максимальна продуктивність становить 2 т/год, в той час як при  $\omega = 7,3$  рад/с вона збільшується до поділки 3,6 т/год. Так само спостерігається і вплив амплітуди коливань. Наприклад, при  $\omega = 6,6$  рад/с видно, що в залежності від амплітуди продуктивність варіюється в межах 2–3 т/год.

Коефіцієнт заповнення, в свою чергу, змінює продуктивність від 2,8 до 3,0 т/год (рис. 7.23, в).

Статистична обробка результатів експерименту показала, що на продуктивність впливають всі вище згадані фактори.

### 7.2.5. Вивчення властивостей поверхонь відгуку

За методикою визначення властивостей поверхонь відгуку, були побудовані наступні двомірні перетини. Зокрема, для побудови двомірного перетину в координатах «коефіцієнт заповнення шнека  $\Psi$  – амплітуда коливань  $A$ » (рис. 7.24) прирівнювали до нуля значення фактора  $x_1$  ( $\omega$ ) кутової швидкості вала. В цьому випадку рівняння регресії приймає вид:

$$y' = 2,61 + 0,085x_2 + 0,38x_3 - 0,011x_3^2. \quad (7.19)$$

Координати нового центра поверхні:

$$x_2 = 0,085; \quad x_3 = 1,73.$$

Оптимальні значення коефіцієнта заповнення жолоба, амплітуди коливань і продуктивності в центрі поверхні відгуку відповідно дорівнюють:

$$\Psi = 0,35; \quad A = 2,7 \text{ мм}; \quad y' = 2,94.$$

Кут  $\alpha$  повороту нових осей координат з початком в центрі поверхні відгуку і канонічні коефіцієнти приймають значення:  $\alpha = 0^\circ$ ;  $B_{22} = 0$ ;  $B_{33} = -0,11$ . Канонічне рівняння поверхні запишеться так:

$$Y - 2,94 = -0,11X_3^2. \quad (7.20)$$

З рис. 7.24 встановили, що максимальна продуктивність конвеєра-змішувача (2,94 т/год) забезпечується при амплітуді коливань  $A = 2,7$  мм.

Для забезпечення продуктивності  $Q = 2,92 - 2,94$  т/год допустимі значення амплітуди становлять  $A = 2,3 - 3,12$  мм. В порівнянні з амплітудою коефіцієнт заповнення, в даному випадку, не відіграє особливої ролі. Адже при сталому значення амплітуди коливань, продуктивність в залежності від  $\Psi$  змінюватись не буде, що видно з рис. 7.24.

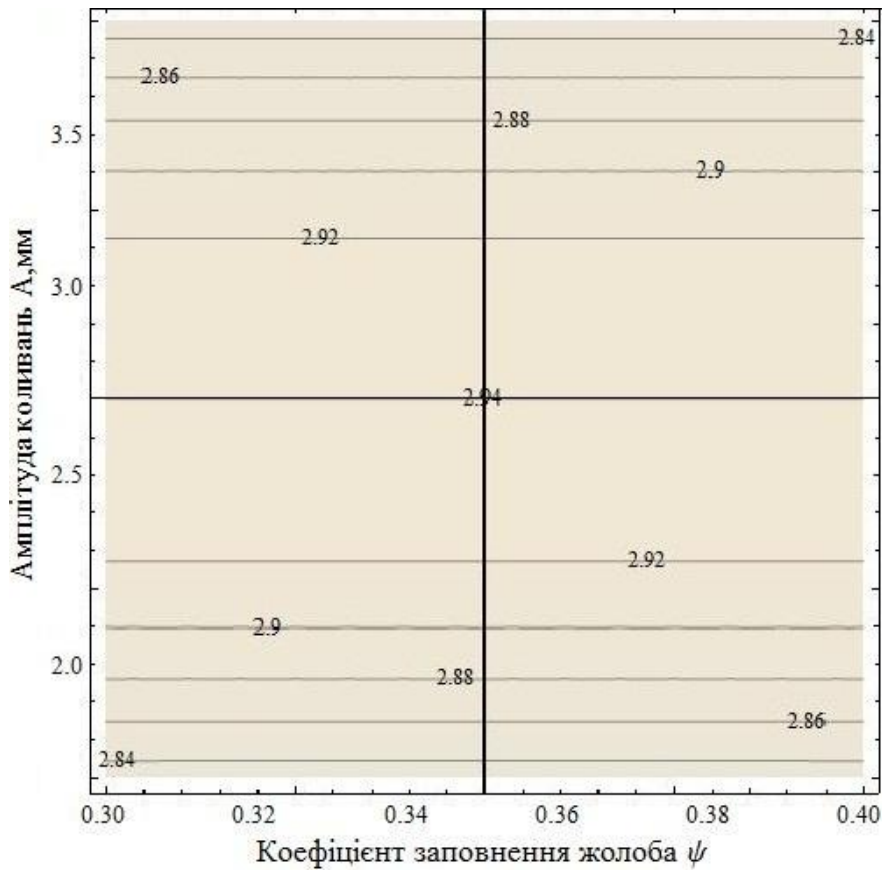


Рис. 7.24 Двомірний перетин поверхні відгуку

Побудова двомірного перетину поверхні відгуку, що характеризує продуктивність конвеєра-змішувача в залежності від кутової швидкості шнека ( $x_1$ ) і амплітуди коливань жолоба ( $x_3$ ), представлена на рис. 7.25.

Рівняння (2.4.17) у канонічній формі при значенні  $x_2=0$  записується так:

$$Y - 4,3 = -0,11X_1^2 - 0,11X_3^2. \quad (7.21)$$

Кут повороту нових координатних осей  $x_1 = 3,51$ ;  $x_3 = 1,73$  в центрі поверхні відгуку для даного випадку  $\alpha = 0^\circ$ .

Оптимальні значення кутової швидкості шнека, амплітуди коливань і продуктивності в центрі поверхні відгуку відповідно становлять:  $\omega = 9$  рад/с;  $A = 2,7$  мм;  $y' = 4,3$  т/год.

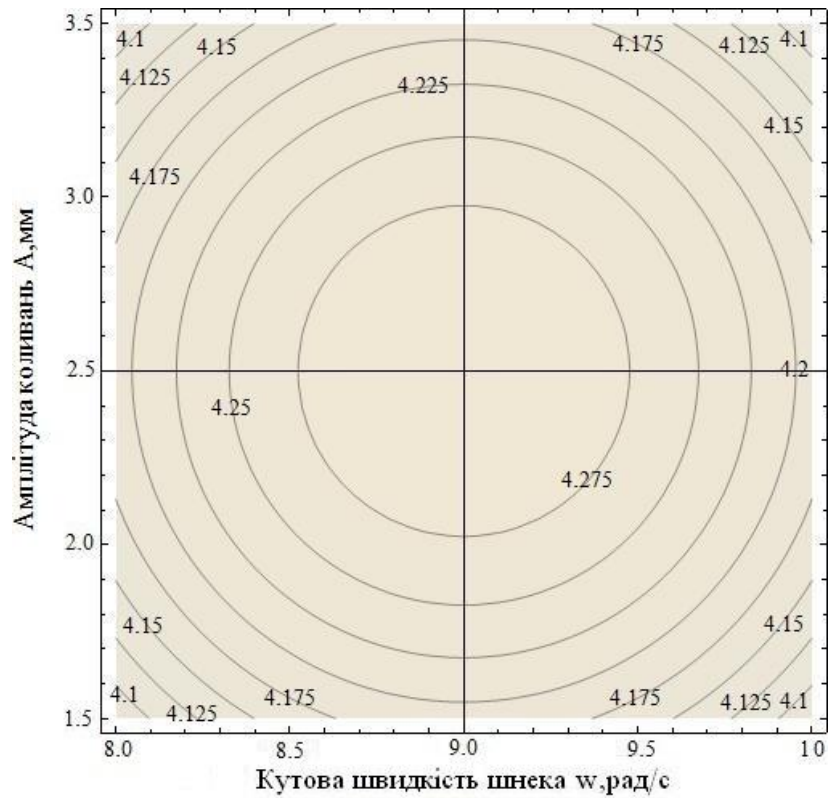


Рис. 7.25 Двомірний перетин поверхні відгуку, який характеризує залежність продуктивності змішувача від амплітуди коливань і кутової швидкості шнека

З графіка (рис. 7.25) встановили, що максимальна продуктивність  $Q=4,3$  т/год забезпечується при  $\omega \approx 9$  рад/с та  $A \approx 2,7$  мм. Для забезпечення продуктивності  $Q=4,3$  т/год допустимі значення факторів знаходяться в межах  $\omega \approx 8,7-10,5$  рад/с,  $A \approx 2,3-3,12$  мм.

Для побудови двомірного перетину поверхні відгуку, що характеризує продуктивність конвеєра-змішувача від кутової швидкості шнека ( $x_1$ ) та коефіцієнта заповнення жолоба ( $x_2$ ), у рівняння підставляли значення  $x_3=0$ . В результаті отримали рівняння у канонічній формі:

$$Y - 3,97 = -0,11X_1^2. \quad (7.22)$$

Розраховані значення:

- ✓ координати нового центра поверхні  $x_1 = 3,51$ ;  $x_2 = 0,085$ ;

- ✓ кут повороту нових координатних осей:  $\alpha = 0^\circ$ ;
- ✓ значення кутової швидкості шнека, коефіцієнта заповнення і продуктивності в центрі поверхні відгуку відповідно:  $\Psi = 0,35$ ;  $\omega = 9\text{рад/с}$ ;  $y'=3,97\text{т/год}$ ;
- ✓ канонічні коефіцієнти:  $B_{11} = -0,11$ ;  $B_{22} = 0$ .

Двомірний перетин (рис. 7.26) побудовано на основі рівняння (7.23).

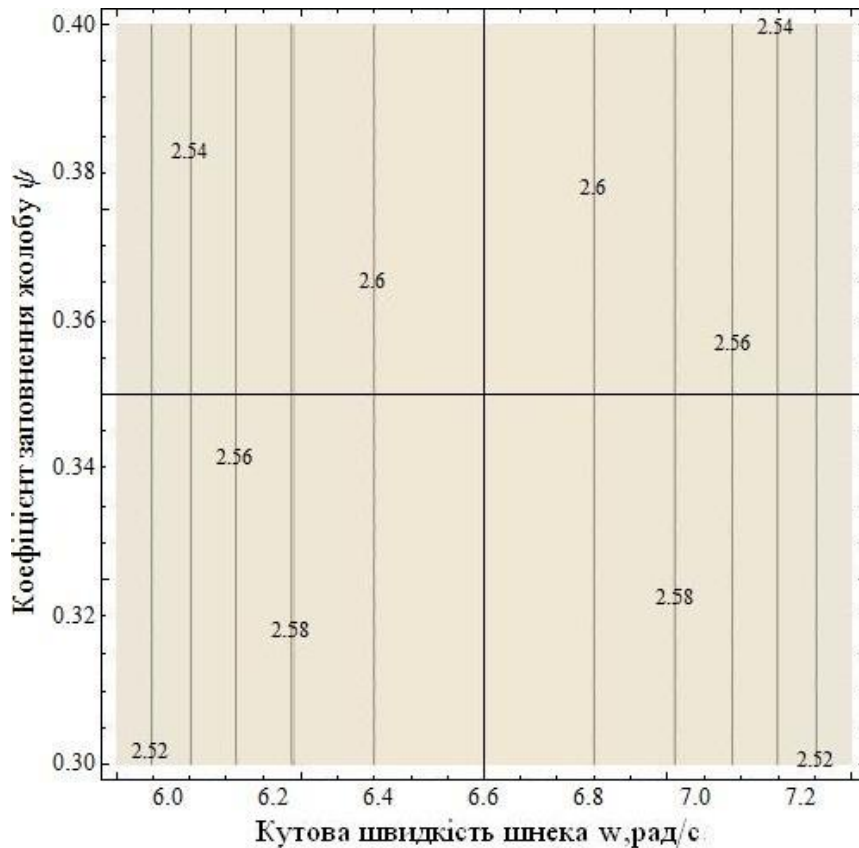


Рис. 7.26 Двомірний перетин поверхні відгуку, що характеризує продуктивність конвєсера-змішувача при  $x_3=0$

З графіку (рис. 7.26) встановили, що максимальна продуктивність  $Q=3,97$  т/год забезпечується при  $\Psi \approx 0,35$  та  $\omega \approx 9$  рад/с. Для забезпечення продуктивності  $Q=3,96$  т/год допустимі значення кутової швидкості знаходиться в межах  $\omega \approx 8,7-10,5$  рад/с. Порівняно з кутовою швидкістю шнека коефіцієнт заповнення, в даному випадку, не відіграє особливої ролі.



Графіки (рис. 7.24-7.26) носять прогнозований характер.

Аналізуючи всі вищенаведені графіки двомірних перетинів поверхонь відгуків, можна встановити оптимальні значення параметрів конвеєра-змішувача, за яких забезпечується максимальна продуктивність  $Q \approx 4$  т/год: кутова швидкість шнека  $\omega \approx 9$  рад/с, коефіцієнт заповнення жолоба  $\Psi = 0,35$  та амплітуда коливань жолоба  $A = 2,7$  мм.

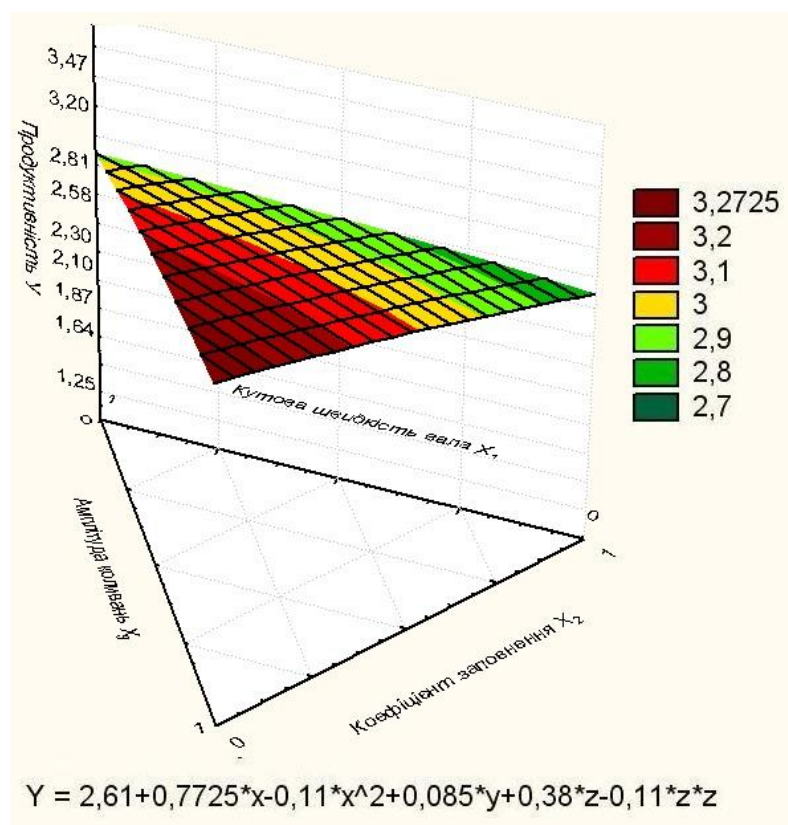


Рис. 7.27. Тернарний графік

Встановлено, що в діапазоні зміни параметрів  $5,9 < \omega < 7,3$  (рад/с);  $0,3 < \Psi < 0,4$  і  $0 < A < 2$  (мм) домінуючим фактором, який впливає на продуктивність конвеєра-змішувача, є величина амплітуди коливань жолоба, далі – кутова швидкість шнека та коефіцієнт заповнення жолоба (рис. 7.27).

Заключним етапом математичної обробки експериментальних даних є визначення оптимальних параметрів експериментальної установки.

Отже, раціональному режиму роботи гвинтового змішувача відповідають такі параметри: кутова швидкість гвинта  $\omega = 6,6$  рад/с,

коефіцієнт заповнення жолоба  $\Psi=0,35$  та амплітуда коливань  $A=2$  мм. При цьому продуктивність змішувача склала 2,8–3,0 т/год при коефіцієнті однорідності суміші 94–96 %.

### 7.2.6. Результати експериментальних досліджень динаміки руху конвеєра-змішувача для різних режимів руху

Проведено експерименти згідно методики визначення властивостей поверхонь відгуку.

На графіках (рис. 7.28-7.29) представлено залежності зміни в часі швидкості та прискорення для холостого, навантаженого та ударного (різкого) режиму пуску конвеєра.

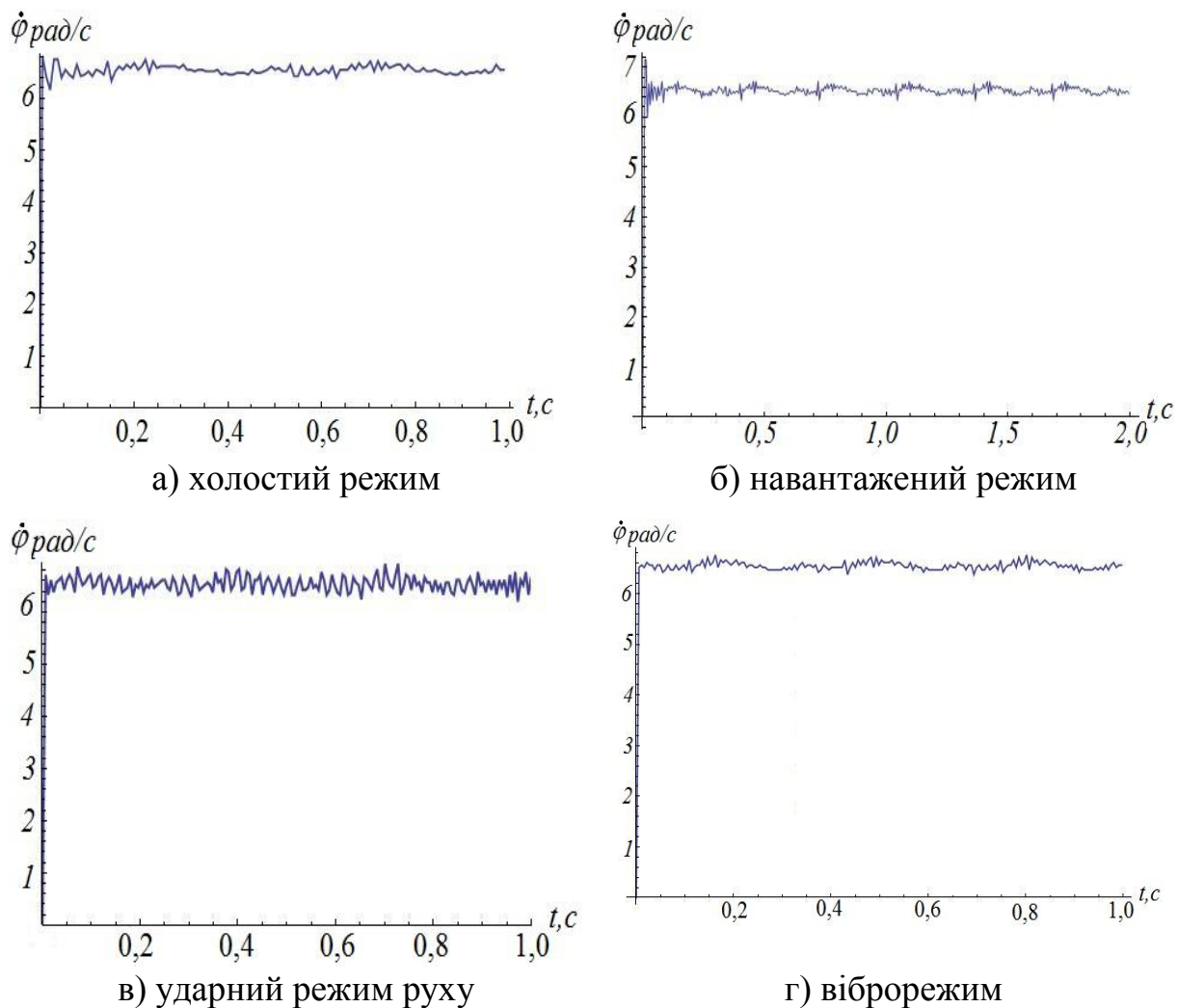
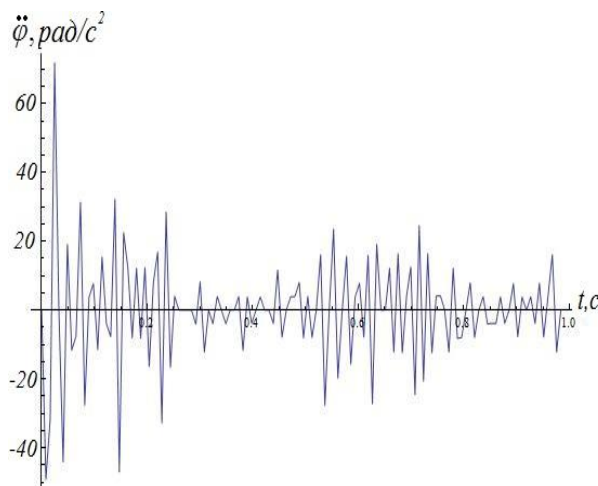


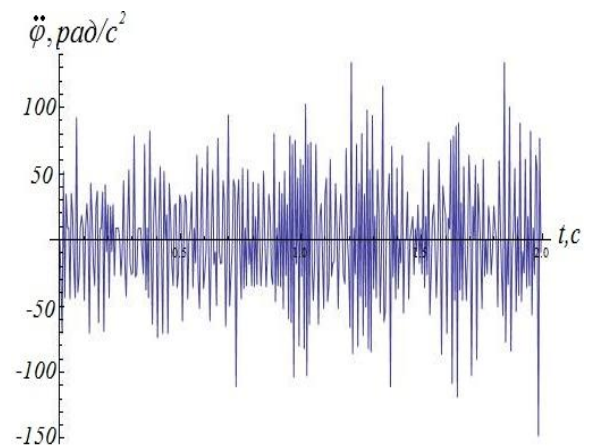
Рис. 7.28 Графіки зміни кутової швидкості під час різних режимів роботи

Аналізуючи графіки, бачимо, що в початковий момент запуску конвеєра-змішувача момент зрушення вантажу супроводжується збільшенням кутової швидкості від нуля до номінального значення (6,6 рад/с). Кожному з режимів руху притаманний свій коливальний характер зміни швидкості. Однак межі варіювання і закон зміни швидкості майже однакові.

Графіки зміни прискорень наочно показують, що в початковий момент прискорення різко зростає, потім зменшується і амплітуда коливань поступово згасає.



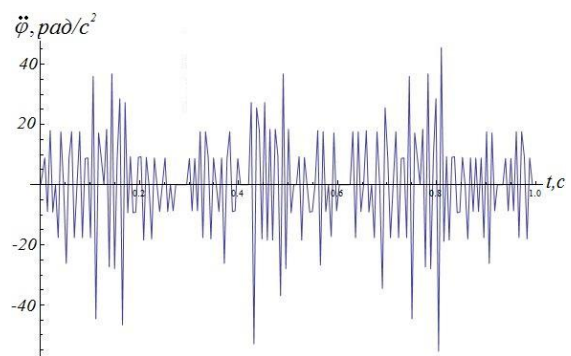
а) холостий режим



б) завантажений режим



в) ударний режим руху



г) віброрежим

Рис. 7.29 Графіки зміни прискорень в часі під час різних режимів роботи

Різниця між графіками полягає лише в цих крайових значеннях, а саме під час холостого руху коливання прискорень знаходяться в межах від  $-50$  рад/с<sup>2</sup> до  $70$  рад/с<sup>2</sup>; у навантаженому стані – від  $-150$  рад/с<sup>2</sup> до  $100$  рад/с<sup>2</sup>; під час ударного режиму руху – від  $-200$  рад/с<sup>2</sup> до  $110$  рад/с<sup>2</sup>; під час

віброрежиму – від  $-50 \text{ рад/с}^2$  до  $40 \text{ рад/с}^2$ .

Зауважимо, що порівнюючи графіки зміни в часі швидкості та прискорення для холостого режиму пуску конвеєра та віброрежиму, можна відмітити, що віброрежим приблизно відповідає режиму холостого ходу, тобто вібрація має мінімальний вплив на динаміку руху.

Отже, найбільші динамічні навантаження конвеєр сприймає саме під час ударного режиму руху, тому при різкому пуску можливі руйнування конструкції приводу валу, а також елементів конвеєра.

Проведені експериментальні дослідження дозволили встановити дійсні навантаження для приводного валу гвинтового конвеєра-змішувача за різних режимів пуску та побачити як режим пуску впливає на динаміку руху конвеєра-змішувача.

В зв'язку з цим рекомендується реалізувати плавний пуск, при якому відбувається незначне коливання швидкості та спостерігається досить рівномірний рух при виході на усталений режим.

### **7.2.7. Порівняння експериментальних реальних режимів руху з теоретичними розрахунками**

За допомогою графічних залежностей, побудованих у відповідності до отриманих експериментальних даних, проведено аналіз руху гвинтового конвеєра-змішувача протягом перехідних режимів та встановимо достовірність розробленої математичної моделі натурному об'єкту.

Графіки зміни кутової швидкості і прискорення в часі для реального режиму руху приведені на рис. 7.30, а і рис. 7.31, а відповідно.

З приведених даних випливає, що отриманий експериментальним шляхом закон зміни кутової швидкості приводного валу має більш коливний характер, ніж закон розрахований теоретично.

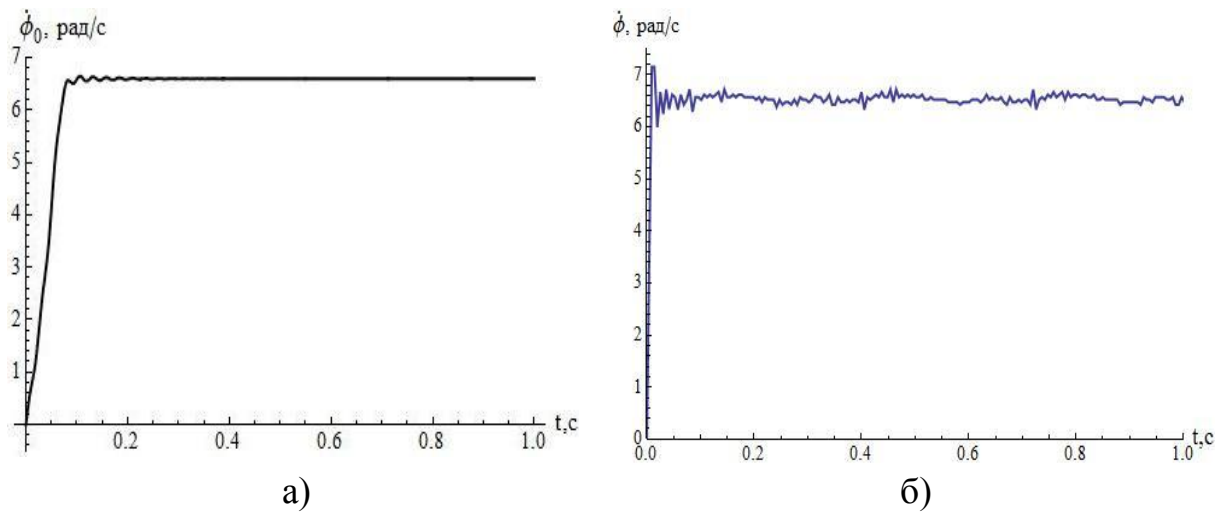


Рис. 7.30 Графіки зміни кутової швидкості для реального режиму руху, отриманих: а) теоретично; б) експериментально

Графік на рис. 7.30, а має коливання лише на початку руху, далі виходить на стабільний усталений режим. В дійсності (рис. 7.30, б) крива зміни швидкості різко і з коливаннями виходить на усталений рух, і коливання в межах 6,4–6,7 рад/с залишаються.

Розраховано середнє квадратичне відхилення експериментальних даних від теоретичних, яке складає 0,01–0,05 рад/с, та коефіцієнт варіації, рівний 0,15–0,76 %. Значення показників свідчить про схожість теоретичних і експериментальних досліджень зміни кутової швидкості для реального режиму руху.

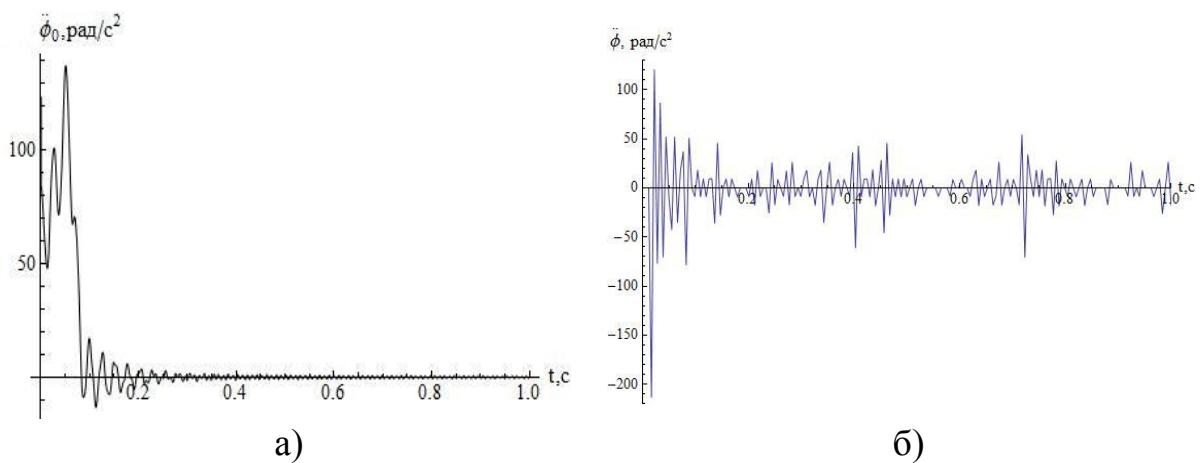


Рис. 7.31 Графіки зміни кутового прискорення реального режиму руху, отриманих: а) теоретично; б) експериментально

Аналізуючи отримані результати, необхідно відмітити існування деякої розбіжності між теоретичними розрахунками і експериментальними даними.

З графіків (рис. 7.31,а і 7.31,б) видно, що розмах коливань прискорень вала на початку руху однаковий ( $300 \text{ рад/с}^2$ ). Однак далі в першому випадку коливання зменшуються до меж  $-12 \dots 12 \text{ рад/с}^2$ , а в другому випадку до значень від  $-16 \text{ рад/с}^2$  до  $20 \text{ рад/с}^2$  з піками до  $-70 \dots 53 \text{ рад/с}^2$ .

В цілому ж характер зміни прискорень теоретично і експериментально отриманих залежностей близький.

Отже, порівняння теоретичних та експериментальних результатів досліджень режимів руху натурної моделі гвинтового кормозмішувача показало їх достатню збіжність і відповідно, правомірність використання отриманих аналітичних виразів при розрахунку режимів руху.

З огляду на графіки зміни кутової швидкості і прискорення приводного вала під час пуску, можна зробити висновки про динамічні навантаження, які там виникають. З метою їх зменшення рекомендується використовувати плавний режим пуску кормозмішувача, який може бути реалізований шляхом застосування частотного перетворювача.

#### **7.2.8. Порівняння експериментальних оптимальних режимів руху з теоретичними розрахунками**

З метою зменшення динамічних навантажень було проведено оптимізацію режимів руху. В цьому розділі здійснено порівняння теоретично і експериментально отриманих залежностей оптимального закону руху.

За допомогою частотного перетворювача Mitsubishi FR-D740-080-ES змінювали швидкість обертання вихідного вала електродвигуна, в результаті чого реалізували закони оптимального пуску, отримані

теоретично. Представимо експериментальні дані у вигляді графічних залежностей зміни кутової швидкості (рис. 7.32, 7.33) в часі для розгону.

Для зручності проведення аналізу отриманих даних покажемо відповідні теоретичні криві на одному графіку.

З графіків видно, що конвеєр-змішувач виходить на номінальний режим руху (6,6 рад/с) плавно без різких коливань за 1с. Середньоквадратичне відхилення експериментальних даних від теоретичних складає 0,05–0,5 рад/с.

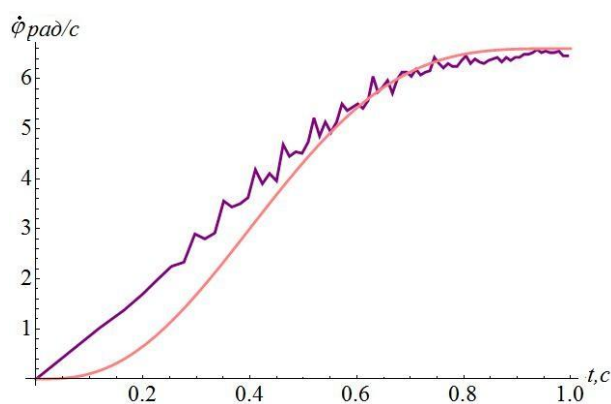
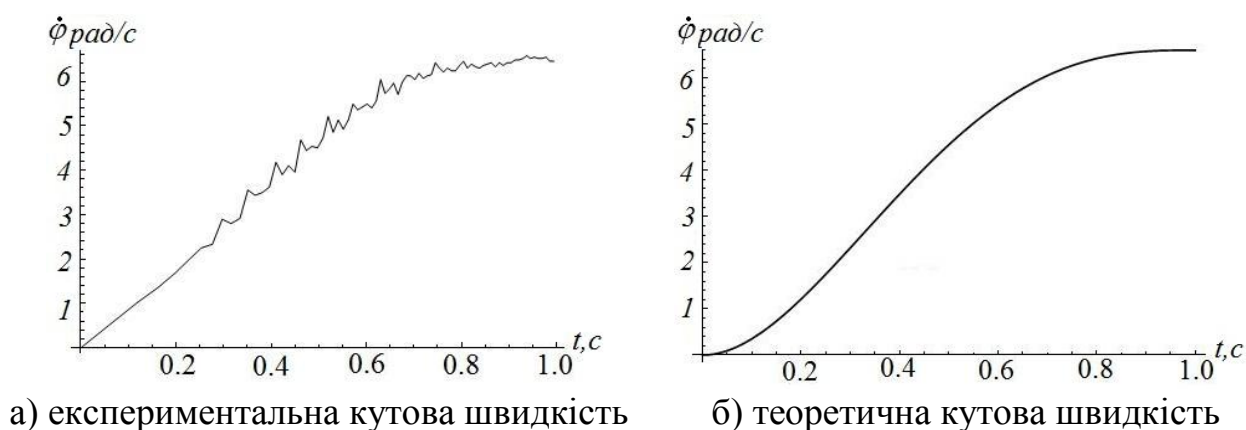
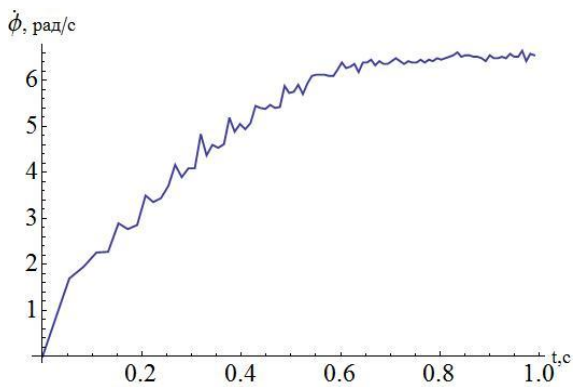
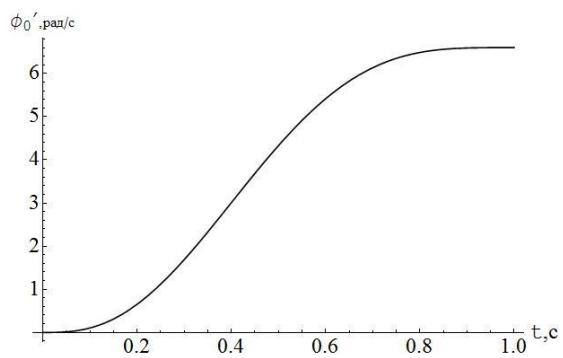


Рис. 7.32. Оптимальний режим пуску (критерій оптимізації – середньоквадратичне відхилення швидкостей кутових координат)

Зазначимо, що нами розраховано і проведено оптимізацію режимів руху, за двома критеріями оптимізації, зокрема за середньоквадратичним відхиленням швидкостей та за середньоквадратичним відхиленням прискорень приводного вала двигуна та шнека.



а) експериментальна кутова швидкість



б) теоретична кутова швидкість

Рис. 7.33 Оптимальний режим пуску (критерій оптимізації – середньоквадратичне відхилення прискорень кутових координат)

Для даних графіків (рис. 7.33) середньоквадратичне відхилення експериментальних даних від теоретичних рівномірно зменшується від 1,25 до 0 рад/с.

Отже, з графічних залежностей (рис. 7.32, рис. 7.33) видно, що під час пуску за оптимальним законом коливання в елементах гвинтового конвеєра-змішувача практично відсутні, а характер змін експериментальних і теоретичних графіків майже ідентичні.

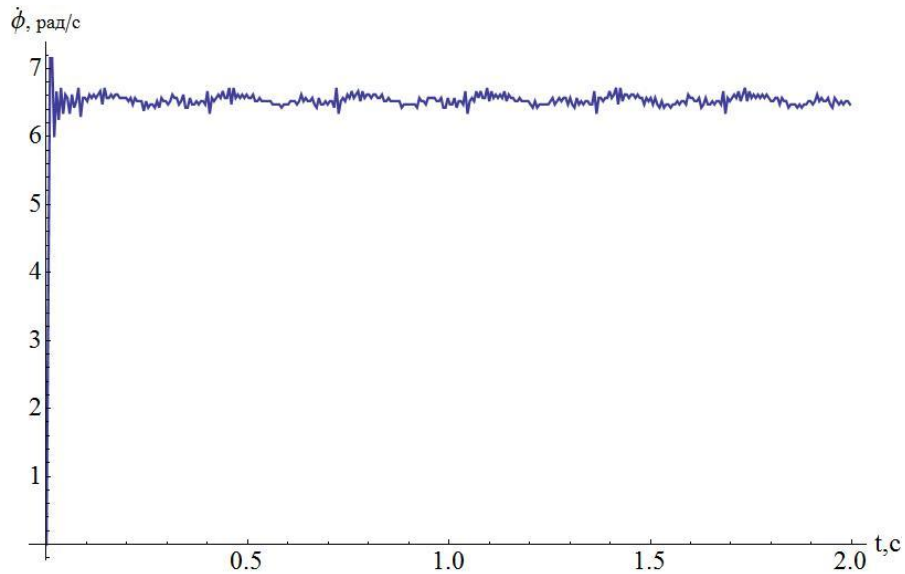
На невелику розбіжність отриманих експериментальних і теоретичних даних впливають такі фактори, як: припущення прийняті при побудові математичної моделі гвинтового конвеєра-змішувача; дискретні завдання швидкості руху привода.

Порівняння результатів теоретичних досліджень динаміки руху з експериментальними даними підтвердило адекватність запропонованих математичних моделей та правомірність зроблених в результаті досліджень висновків, при цьому розходження результатів в середньому не перевищує 14 %, що дозволяє використовувати отримані теоретичні залежності в інженерних методиках розрахунку.

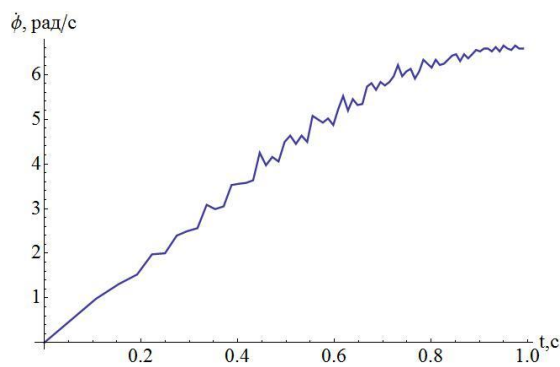


## 7.2.9. Порівняння експериментальних реальних та оптимальних режимів руху

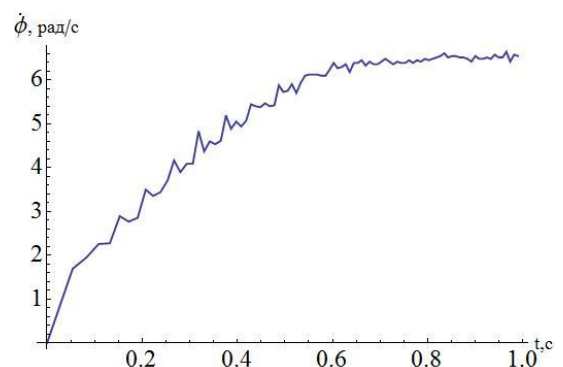
Експеримент проводили з метою дослідження впливу оптимальних режимів пуску на динаміки руху гвинтового конвеєра-змішувача. Приведемо експериментальні графіки реального і оптимального режиму руху (рис. 7.34, рис. 7.35).



а) експериментально визначена реальна кутова швидкість



б) експериментально визначена оптимальна кутова швидкість (критерій оптимізації – середньоквадратичне відхилення швидкостей)



в) експериментально визначена оптимальна кутова швидкість (критерій оптимізації – середньоквадратичне відхилення прискорень)

Рис. 7.34 Експериментальні реальна та оптимальні кутові швидкості

Для порівняння реального і оптимальних режимів руху наведено таблицю зміни значення кутової швидкості від часу.

Таблиця 7.14. Значення кутової швидкості в залежності від часу

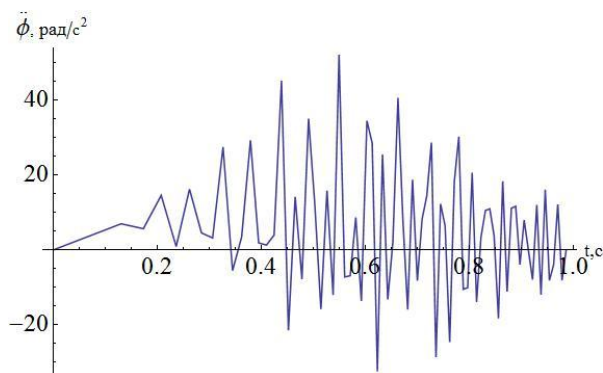
Час, с	Реальний режим руху	Оптимальний режим руху	
	Рис. 4.23,а	Рис. 4.23,б	Рис. 4.23,в
0,2	6,6 рад/с	1,5 рад/с	2,9 рад/с
0,5	6,6 рад/с	4,3 рад/с	5,8 рад/с
1	6,6 рад/с	6,6 рад/с	6,6 рад/с

Аналізуючи табличні дані, можна зробити певні висновки щодо динаміки перехідних режимів конвеєра-змішувача, а саме – завдяки оптимізації конвеєр-змішувач плавно виходить на усталений рух.

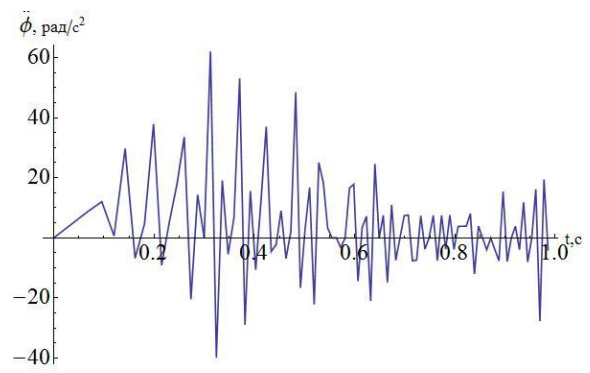
Порівнюючи графіки, видно що при оптимальному режимі руху немає початкового ривка (див. рис. 7.34, а), кормозмішувач плавно виходить на усталений рух. Відхилення кутової швидкості за оптимальних режимів руху під час пуску в 2–4 рази менші (табл. 7.14), за відхилення кутової швидкості дійсного режиму руху. Це, в свою чергу, знижує вплив динамічних навантажень на гвинтовий конвеєр-змішувач, адже від значення кутової швидкості залежить момент сил інерції. Зазначимо, що на усталений режим конвеєр-змішувач в усіх випадках виходить за 1 с.



а) експериментально визначене реальне кутове прискорення



б) експериментально визначене оптимальне кутове прискорення (критерій оптимізації – середньоквадратичне відхилення швидкостей)



в) експериментально визначене оптимальне кутове прискорення (критерій оптимізації – середньоквадратичне відхилення прискорень)

Рис. 7.35 Експериментальні реальне та оптимальне кутове прискорення

Аналіз графіків (рис. 7.35) показує, що завдяки проведеній оптимізації зменшується амплітуда коливань кутового прискорення. Очевидно, що із збільшення тривалості розгону шнека зменшуються пускові прискорення.

Таблиця 7.15. Значення кутового прискорення в залежності від часу

Час, с	Реальний режим руху	Оптимальний режим руху	
	Рис. 4.24,а	Рис. 4.24,б	Рис. 4.24,в
0,2	10 рад/с <sup>2</sup>	13 рад/с <sup>2</sup>	37 рад/с <sup>2</sup>
0,5	48 рад/с <sup>2</sup>	35 рад/с <sup>2</sup>	17 рад/с <sup>2</sup>
1	27 рад/с <sup>2</sup>	14 рад/с <sup>2</sup>	21 рад/с <sup>2</sup>

Найбільше значення кутового прискорення під час реальних режимів руху складає 120 рад/с<sup>2</sup>, а розмах варіації кутового прискорення 210 рад/с<sup>2</sup>, в той час як під час оптимального режиму руху найбільше значення кутового прискорення дорівнює 50–60 рад/с<sup>2</sup>, а розмах кутового прискорення від -80 рад/с<sup>2</sup> до 100 рад/с<sup>2</sup>. Аналізуючи числові значення, можна стверджувати що завдяки оптимізації динамічні навантаження

зменшились втричі.

Отже, завдяки оптимізації зменшені коливання ланок системи, і, як наслідок, практично зникає дія динамічних навантажень як в елементах приводу, так і гвинтового вала конвеєра.

Експеримент довів, що плавний режим пуску дозволяє значно зменшити динамічні навантаження, незалежно від швидкості транспортування конвеєра-змішувача та його завантаженості.

### Висновки до сьомого розділу:

3. Експериментальними дослідженнями підтверджено адекватність обраної математичної та динамічної моделей руху скребкового конвеєра. Підтверджено позитивний ефект від застосування керованого приводу за допомогою частотного перетворювача. Режим руху за оптимальним законом забезпечує плавний пуск конвеєра, що дозволяє зменшити коливання в його ланках, а отже і динамічні навантаження на 25%. Це дозволить значно підвищити довговічність тягового органу і ефективність роботи конвеєра в цілому.
4. На основі проведених досліджень виявлено, що найбільший вплив на продуктивність має швидкість транспортування вантажу (зі збільшенням швидкості від 0,7 м/с до 1,3 м/с продуктивність збільшується на 30 т/год), при цьому кут нахилу конвеєра впливає мало. Заміна поверхні жолоба на високоміцний поліетилен та встановлення скребків ввігнутої форми дозволяє підвищити продуктивність на 5 т/год. Загалом найбільше значення продуктивності складає 60т/год і досягається при швидкості транспортування  $v = 1,3 \text{ м/с}$ , коефіцієнті опору руху  $\omega_{on} = 0,44$  та куті нахилу конвеєра до горизонту  $\beta = 10^\circ$ .
5. Аналіз експериментальних даних споживаної потужності показав, що всі три фактори суттєво впливають на енерговитрати скребкового конвеєра. Максимальне значення потужності 2,3кВт виникає при  $\beta = 30^\circ$ ,  $v = 1,3 \text{ м/с}$ ,  $\omega_{on} = 0,6$ . Зміна нахилу скребкового конвеєра від  $10^\circ$  до  $30^\circ$  збільшує споживану потужність до 12%. Суттєвому зниженню енерговитрат (на 20%) сприяє зменшення коефіцієнту опору руху до  $\omega_{on} = 0,44$ , що досягається завдяки виготовленню поверхні жолоба з високоміцного поліетилену та застосуванню ввігнутої форми скребка.

6. Проведено аналіз питомої енергоємності транспортування зерна скребковим конвеєром, з якого встановлено, що застосування розробленої вигнутої форми скребка з високоміцного поліетилену з коефіцієнтом опору руху  $\omega_{on} = 0,44$  дозволяє зменшити питому енергоємність транспортування до 30%. Зі збільшенням швидкості транспортування від 0,7 м/с до 1,3 м/с енергоємність також зменшується і в поєднанні з вигнутою формою скребка її мінімальне значення складає 0,03 кВт·год/т. Збільшення кута нахилу конвеєра до горизонту від 10° до 30° збільшує енергоємність транспортування на 5%.
7. Визначено оптимальні значення параметрів конвеєра-змішувача, за яких забезпечується максимальний ступінь однорідності суміші 97,27 %: кутова швидкість шнека 6,5 рад/с, коефіцієнт заповнення жолоба 0,36, амплітуда коливань жолоба 1,6 мм.
8. В результаті застосування методу Бокса-Бенкена при плануванні експерименту встановлено, що найбільший вплив на продуктивність конвеєра-змішувача зумовлює амплітуда коливань (продуктивність збільшується з 2,5 т/год (без використання вібрації) до 3,6 т/год (з амплітудою коливань 2 мм)) та кутова швидкість шнека (при збільшенні кутової швидкості шнека продуктивність в середньому збільшується від 1,8 т/год до 3,2 т/год.), коефіцієнт заповнення є менш значимим (при зміні коефіцієнта заповнення від 0,3 до 0,4, продуктивність змінюється в межах 1,8–2,2 т/год відповідно).
9. Встановлено вплив вібраційної дії на процес руху кормосуміші. Виявлено, що завдяки вібрації зникає проблема утворення «мертвих зон»; покращується однорідність суміші (до 97 %); збільшується продуктивність конвеєра-змішувача, завдяки інтенсифікації процесу руху сипких матеріалів (з 2,5 до 3,6 т/год).

### Список літератури до сьомого розділу:

1. Вибрация, начальные сведения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <http://fluct.narod.ru/firstreduction.htm> – Назва з екрану.
2. Ведомственные нормы технологического проектирования кормоцехов для животноводческих предприятий [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <http://files.stroyinf.ru/Data1/9/9286/> – Назва з екрану.
3. Гурик О. Я. Обґрунтування параметрів транспортерів-змішувачів сипких матеріалів: Дис. канд. техн. наук : 05.05.11 / Гурик Олег Ярославович. – Тернопіль, 2003. – 188 с.
4. Григорьев А. М. Винтовые конвейеры / А. М. Григорьев – М.: Машиностроение, 1972. – 184с.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ТА АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ РОЗРАХУНКІВ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНИХ МАШИН .....	6
1.1. Роль і значення транспортуючих машин.....	6
1.2. Основні види транспортуючих машин.....	9
1.3 Динамічні навантаження в елементах транспортуючих машин.	13
1.4 Огляд методів синтезу оптимального керування рухом вантажопідійомних машин.....	16
1.5. Основні питання автоматизації транспортуючих машин.....	20
1.6. Основні напрямки перспективного розвитку сучасних транспортуючих машин.....	22
1.7. Застосування ЕОМ для розрахунку транспортуючих машин і їх керування.....	24
1.8. Аналіз динамічних моделей стрічкових конвеєрів.....	26
1.9. Загальні відомості про вантажопідійомні машини.....	30
1.10. Аналіз динамічних розрахунків механізму підйому вантажопідійомних машин .....	38
Висновки до першого розділу.....	41
Список літератури до першого розділу.....	42
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ВАНТАЖО- ПІДЙОМНИХ МАШИН .....	47
2.1. Аналіз умов існування стаціонарних режимів (автоколивань) при роботі мостових кранів .....	47
2.1. Використання розв'язків «кембріджських задач» про рух ланцюгів (А. Келі та Г. Букуа) у аналізі коливань канатів вантажопідійомних кранів при підйомі вантажу «з підхватом».....	61



Висновки до першого розділу.....	73
Список літератури до першого розділу.....	74
<b>РОЗДІЛ 3. ОПТИМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ</b>	<b>76</b>
<b>МЕХАНІЗМУ ПІДЙОМУ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН .....</b>	
3.1. Динамічна оптимізація вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажу «з підхватом».....	76
3.2. Мінімізація динамічних навантажень в механізмі підйому вантажопідйомних машин .....	87
3.3. Оптимізація динамічних навантажень у пружних елементах (канатах) вантажопідйомних кранів при різних способах підйому вантажу .....	114
Висновки до другого розділу.....	149
Список літератури до другого розділу.....	151
<b>РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ</b>	<b>153</b>
<b>ТРАНСПОРТУЮЧИХ МАШИН.....</b>	
4.1. Математичне моделювання динаміки руху ківшового елеватора.....	153
4.2. Розробка математичної моделі руху скребкового конвеєра.....	159
4.3. Синтез математичної моделі гвинтового конвеєра.....	165
Висновки до третього розділу.....	168
Список літератури до третього розділу.....	169
<b>РОЗДІЛ 5. АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ РЕЖИМІВ РУХУ</b>	<b>170</b>
<b>ТРАНСПОРТУЮЧИХ МАШИН.....</b>	
5.1. Визначення динамічних навантажень у елементах ківшового елеватора.....	170

5.2. Дослідження динаміки пуску скребкового конвеєра зі змінним навантаженням.....	176
5.3. Дослідження динаміки руху гвинтового кормозмішувача.....	179
5.4. Оптимізація перехідних режимів руху ківшового елеватора....	183
5.5. Оптимізація руху скребкового конвеєра.....	191
5.6. Синтез оптимального керування гвинтовим кормозмішувачем	198
Висновки до четвертого розділу.....	205
Список літератури до четвертого розділу.....	206
РОЗДІЛ 6. АПАРАТНЕ ТА ПРОГРМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РЕЖИМІВ РУХУ ТРАНСПОРТУЮЧИХ МАШИН.....	207
6.1. Розробка експериментальної моделі ківшового елеватора.....	207
6.2. Підбір датчиків для фіксації основних кінематичних та динамічних характеристик руху ківшового елеватора.....	210
6.3. Вибір аналого-цифрового перетворювача.....	212
6.4. Розробка програмного забезпечення для керування частотним перетворювачем.....	215
6.4.1. Скребковий конвеєр.....	215
6.4.2. Гвинтовий конвеєр.....	217
Висновки до п'ятого розділу.....	220
Список літератури до п'ятого розділу.....	221
РОЗДІЛ 7. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РЕЖИМІВ РУХУ ТРАСПОРТУЮЧИХ МАШИН.....	222
7.1. Аналіз руху скребкового конвеєра.....	222
7.1.1. Природна механічна характеристика електродвигуна...	222
7.1.2. Оптимальний закон руху.....	224
7.1.3. Результати експериментальних досліджень	226

продуктивності скребкового конвеєра.....	
7.1.4. Результати експериментальних досліджень	234
потужності скребкового конвеєра.....	
7.1.5. Енергоємність транспортування	241
сілськогосподарських вантажів скребковим конвеєром.....	
7.2. Результати експериментальних досліджень динаміки	246
гвинтового кормозмішувача з вібраційною дією.....	
7.2.1. Визначення однорідності суміші в одній окремо	247
взятій пробі.....	
7.2.2. Визначення однорідності суміші згідно плану Бокса-	250
Бенкена.....	
7.2.3. Вивчення властивостей поверхонь відгуку.....	256
7.2.4. Визначення продуктивності конвеєра-змішувача в	262
залежності від його режимних параметрів.....	
7.2.5. Вивчення властивостей поверхонь відгуку.....	269
7.2.6. Результати експериментальних досліджень динаміки	274
руху конвеєра-змішувача для різних режимів руху.....	
7.2.7. Порівняння експериментальних реальних режимів	276
руху з теоретичними розрахунками.....	
7.2.8. Порівняння експериментальних оптимальних режимів	278
руху з теоретичними розрахунками.....	
7.2.9. Порівняння експериментальних реальних та	281
оптимальних режимів руху.....	
Висновки до шостого розділу.....	285
Список літератури до шостого розділу.....	287

Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О.,

Човнюк Ю.В., Кадикало І.О.

ДИНАМІКА Й ОПТИМІЗАЦІЯ ПІДЙОМНО-  
ТРАНСПОРТНИХ МАШИН

**НАУКОВЕ ВИДАННЯ**